

奥赛直通车

学而思论坛(家长帮)力荐

小学中年级
适用



三年级 下 数学思维竞赛真题精讲

牛牛爸爸 著

第一套适合孩子自主阅读的奥数书



奥数好难，
好怕怕……

宝贝不怕，
且听牛爸
道来

牛爸
讲奥数

上海财经大学出版社



三年级 下
数学思维竞赛真题精讲

牛牛爸爸 著

962

1522.2

目录



第十三讲 周期问题	1
实战练兵	10
第十四讲 植树与方阵	13
一、植树问题	13
二、方阵问题	18
实战练兵	23
第十五讲 一笔画与多笔画	26
一、柯尼斯堡的七座桥	26
二、一笔画	27
三、多笔画	35
实战练兵	40
第十六讲 巧求周长	43
实战练兵	54
第十七讲 巧求面积	60
实战练兵	76
第十八讲 逻辑推理	82
实战练兵	90
第十九讲 鸡兔同笼	95
实战练兵	105
第二十讲 最值问题	108
实战练兵	118



第二十一讲 加乘原理	121
一、分类枚举与加法原理	121
二、乘法原理	128
三、加法、乘法综合应用	132
实战练兵	137
第二十二讲 最不利原则与抽屉原理	139
一、最不利原则	139
二、抽屉原理	144
实战练兵	148
第二十三讲 行程问题初体验	151
一、火车过桥	152
二、追及问题	158
三、传令兵	160
实战练兵	164
第二十四讲 拾遗	167
一、工程问题	167
二、代换	170
三、树状图	173
实战练兵	177



第十三讲 周期问题

周六,天空竟然很难得地放晴了。晚上,明亮的夏季大三角又高高地挂在头顶上空。牛牛还记得去年爸爸教过他:夏季大三角是由牛郎星、织女星和天津四这三颗星星构成的。今年这三颗明亮的星星又如约而至了。

“爸爸,你给我讲过的哈雷彗星什么时候再回来呀?”牛牛很期待地问道。牛爸像牛牛这么大的时候曾经见到过哈雷彗星,那还是将近 30 年前的事情呢。“儿子,哈雷彗星的运行周期是 76 年,上次距离地球最近的时候是 1986 年,下次它再回归是 2062 年了!”

“哇,2062 减去 2014,还有 48 年呢!爸爸,到时候我们要好好观测一下,咱们去找座山,爬到山顶上去看!”小家伙说得眉飞色舞,好像明天就可以看到哈雷彗星的样子。

牛爸哈哈笑了,心想:“臭小子,即使爸爸能够活到 2062 年,也老得不行啦,怎么还能和你一起爬山呢!”

哈雷彗星很有规律的,每 76 年就会回到地球一次;其实它不是回到地球,而是在绕着太阳运转,路过地球而已。它这样周而复始地围绕太阳运转也不知道多少年了,在接下来的很多很多年里,哈雷彗星肯定还会这样周而复始、有规律地运动。在咱们生活中,也有很多周而复始的例子呢,最常见的就是星期了,周一到周日,循环往复;一月到十二月,也是年年都有;然后是一年四季……

在数学里,把这种周而复始、循环往复的问题叫做周期问题。咱们看看有哪些周期问题的题目吧。

例 1★:下面一组图形是按一定规律排列的:○○○○△△△□□○○○○△△△
□□○○○○△△△□□……问:

(1)第 205 个图形是什么?

(2)前 205 个图形中,○有几个? △有几个? □有几个?

(第十届中环杯三年级选拔赛)

牛牛,这样基础的周期问题肯定是难不住你的,二年级的时候就已经掌握了,对吧? 借这个题目再来回顾一下周期问题的几个关键概念:

- 周期长度:指一个循环周期的长度。比如,哈雷彗星运转的周期长度是 76 年,一个星期的周期长度是 7 天,等等。
- 周期个数:指周而复始地循环了多少个周期。



- 总数:周期问题中,经常给出一个大的数字,问在此期间有多少个周期。

比如,365 天内有多少个星期,这其中的 365 就是总数。

- 余数:总数不一定总是能被周期长度整除,有时会有剩余,我们称之为余数。比如, $365 \div 7 = 52 \cdots 1$,1 就是余数。

上面的题目是典型的图形规律周期问题,给出一组图形,让你找出其中的周期规律。

很显然,这一组图形是按照 $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\triangle\triangle\triangle\square\square$ 这样的规律周而复始地循环的,周期长度是 $4+3+2=9$ 。题目问的是第 205 个图形是什么,这就要用到著名的周期公式了:

$$\text{总数} \div \text{周期长度} = \text{周期个数} \cdots \cdots \text{余数}$$

解答这道题,我们并不关注循环了多少个周期,只关心余数是多少。余几就代表在一个周期里处在第几个位置:余 1,就处在周期的第一个位置;余 2,自然在周期里排行老二……那么余数如果是 0 呢,或者说刚好被除尽没有余数呢,在周期里面又排在第几个位置呢,牛牛?

“爸爸,你去年拿这个问题来考我说不定还能把我蒙住,今年再考你就 out 啦!”小家伙撇撇嘴说道:“如果余数是 0,就说明在周期里面排在最后一位!”

“呵呵,爸爸只是看看你是不是忘记了周期问题的细节,看来你记得挺清楚哈!”

现在可以根据周期公式来解答第 205 个图形是什么了:

$$205 \div 9 = 22 \cdots 7$$

在 $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\triangle\triangle\triangle\square\square$ 这个图形周期中,处在第 7 位的是一个 $\triangle$,那么第 205 个图形也就是 $\triangle$ 了。

再看第二个问题:前 205 个图形中, $\bigcirc$ 、 $\triangle$ 、 $\square$ 各有多少个?解答这个问题也很简单,只要记住两点即可:

第一步,先计算完整周期内的个数。

第二步,再计算余下的小尾巴。千万不要粗心地把小尾巴丢下哦!

根据周期公式: $205 \div 9 = 22 \cdots 7$,即在前 205 个图形中, $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\triangle\triangle\triangle\square\square$ 这组图形循环了 22 次,同时还剩余了 7 个图形没有构成完整的一个周期。

在 22 个完整周期里,因为每个周期都含有 4 个 $\bigcirc$ 、3 个 $\triangle$ 、2 个 $\square$,那么总共就有 $4 \times 22 = 88$ 个 $\bigcirc$, $3 \times 22 = 66$ 个 $\triangle$, $2 \times 22 = 44$ 个 $\square$ 。

剩余的 7 个图形(小尾巴),其排列自然是从周期里的第 1 个图形到第 7 个图形,即 $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\triangle\triangle\triangle$,总共有 4 个 $\bigcirc$ 、3 个 $\triangle$ 。

前后两步相加,我们就可以得出在前 205 个图形中,总共有 $88 + 4 = 92$ 个 $\bigcirc$, $66 + 3 = 69$ 个 $\triangle$, 44 个 $\square$ 。

例 2★★:小花猫和小白猫一起吃鱼,小花猫每分钟吃 1 条鱼,但每吃 1 分钟要休息 3 分钟;小白猫每分钟吃 2 条鱼,但每吃 1 分钟要休息 1 分钟。它们吃完 30 条鱼需要()分钟。(第十一届中环杯三年级选拔赛)

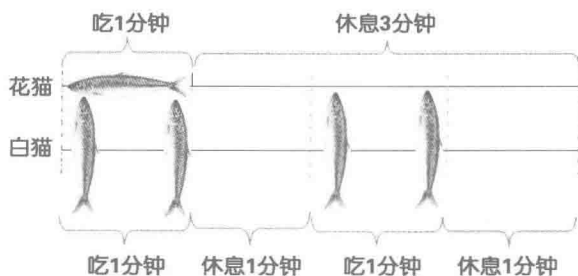
这道题目出得比较有趣,牛牛自告奋勇要求做做看。只见小家伙在草稿纸上勾勾画画起来,并不断地记录着两只小猫吃掉了多少条鱼。

过了一会儿,牛牛把题目做了出来。牛爸拿起草稿纸仔细看了看,发现小家伙做了一个表格,一步步地把吃掉多少条鱼、用时多少分钟都推算了出来。

用时	小花猫	小白猫	吃掉的鱼
第 1 分钟	1	2	3
第 2 分钟	×	×	
第 3 分钟	×	2	5
第 4 分钟	×	×	
第 5 分钟	1	2	8
第 6 分钟	×	×	
第 7 分钟	×	2	10
第 8 分钟	×	×	
...	...	...	...

“爸爸,我发现了一个规律,小花猫和小白猫每 4 分钟都要吃掉 5 条鱼!”牛牛指着 he 列出的表格对爸爸解释着他的思路:“一共有 30 条鱼,那么总共就需要 $4 \times (30 \div 5) = 24$ 分钟。”

“不赖!”牛爸看到牛牛能看出周期规律,并正确计算出周期个数,表扬了牛牛。“不过,牛牛,24 分钟这个结果是有问题的。”



如果咱们看看上面的线段图,并假设这是最后一个周期(第 6 个),在第 3 分钟结束的



时候,小白猫就吃掉了最后一条鱼(第30条),剩下的1分钟两只小猫都在休息了。所以,实际上吃完第30条鱼的时间是 $24-1=23$ 分钟,而不是24分钟。这是这道题最容易落入陷阱的地方,牛牛你以后再碰到类似题目可要小心,不要再上当啦!

例3★★★:如图,将从1开始的自然数按照一定的规律排列起来,那么第3行第51列的数是_____。(第十五届中环杯三年级选拔赛)

3		7	9	12		16	18	21	...
2	4	6		11	13	15		20	...
1		5	8	10		14	17	19	...

“爸爸,这看起来像是数列的题目啊!”牛牛有点困惑爸爸怎么把它归到周期问题里来了。仔细观察了表格中的数字之后,小家伙明白了,不过又有了新问题:“题目上说的第3行是从上往下数还是从下往上数呢?”

“第51列是从左向右还是从右向左数呢?”牛爸反问道。“当然是从左往右了!”牛牛回答得很干脆。“那就是了,一般来说,行数的排列都是从上往下,列数的排列都是从左往右,这和我们的书写习惯是一致的。当然,如果题目中说明一下就更好了。”牛爸解释道。

弄明白题目问的是什么,接下来就是动手做题了。数字分布的规律牛牛早就看了出来,每一列包含的数字个数分别是3个、1个、3个、2个、3个、1个、3个、2个、3个……这不就是一个周期问题么,每个周期都包含4列,共有 $3+1+3+2=9$ 个数字。

“嗯,规律找得不赖,那么周期长度呢,是4还是9?”牛爸问道。牛牛想了想回答说:“肯定是4,题目问的是第51列第3行是什么。4列数字为一个周期,用51除以4就知道有多少个周期。要是周期长度是9,你得先计算出这51列一共有多少数字才行。”

OK,现在所有的障碍都已经扫清,可以按照标准周期问题来解答了。

$51 \div 4 = 12 \cdots 3$,有12个周期,每个周期有9个数字,12个完整周期内有 $12 \times 9 = 108$ 个数字。再看余数,还多出来3列,因为一个周期内的前三列是由 $3+1+3=7$ 个数字构成的连续自然数列,那我们就知道了这多余出来的三列(7个数字)是 $(108+1) \sim (108+7)$ 这7个数字,即109~115。

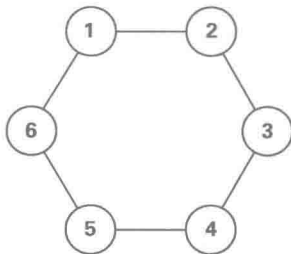
千万不要想当然地认为题目的最终答案是115哦,如果那样就功亏一篑啦。只要参考一下题目中给出的前三列就能知道109~115这七个数字的排列顺序:

111		115
110	112	114
109		113

第3行
第51列

那第3行第51列就是113,而不是115。

例4★★★:如图,一只青蛙站在1号位置,第1次跳1步,到达2号位置;第2次跳2步,到达4号位置;第3次跳3步,到达1号位置……第 n 次跳 n 步。当青蛙沿顺时针方向跳了20次时,到达()号位置。(第十三届小机灵三年级初赛)



“这个小青蛙太厉害了,第 n 次跳 n 步,那第20次它就要一下子跳20步,它跳得了那么远吗?”牛牛在地上才连续做了十几个蛙跳,就有点坚持不住了,气喘吁吁地说,“一次跳20步,我看不是青蛙,估计是个牛蛙吧。”

“那你就是个蝌蚪!”牛爸捏了捏牛牛肚子上的肥肉说道,“还是个胖蝌蚪!”牛牛当然不承认自己是蝌蚪,于是憋着劲想做出这道题,向爸爸证明自己怎么着也是青蛙级的。

既然是周期问题,一定有周期规律,牛牛首先想到列一个表格,记录下小青蛙每次落下的位置。说做就做,小家伙不断地在图上画来画去,然后又不断地填写着表格……等到图上的数字都涂成四个黑球了,也没有找出规律来。“太夸张了,我都跳了10步了还没有规律呢!”小家伙嘴里嘟囔着,而纸上的图已经被涂得乱七八糟了,他只得无奈地再画一幅:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
2	4	1	5	4	4	5	1	4	2

“牛牛,你的第一步下面的数字怎么是2呢,小青蛙不是从1开始跳的吗?”牛爸看了牛牛列的表格后问道。“我记录的是每一次跳完之后的落点,第一次是从1开始跳的,但是因为只跳一步,所以会落在2号位置上;第二次跳2步,会落在4号位置上。”牛牛一边解释,一边开始在新画好的图上继续“跳来跳去”。

“终于发现规律了,竟然跳12次才算是一个周期!”牛牛放下笔,把更新后的表格拿给爸爸看。



(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
2	4	1	5	4	4	5	1	4	2	1	1
(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)
2	4	1	5	4	4	5	1				

“嗯,规律倒是找对了,第20次跳20步后的落点是1。可是你的图怎么涂成煤球了?你是不是挨个数过来的,比如第12次跳12步,你就在图上连着数了12个数字吗?”牛爸问道。

牛牛点了点头,然后一脸迷惑地看着爸爸,心想不应该这样吗。牛爸拧了拧牛牛的鼻子,指着图对牛牛讲解道:

你仔细想一想,图上一共只有6个圆圈,从任意一个位置起跳,连续跳6步之后一定会回到起跳位置上的。连续跳 $2 \times 6 = 12$ 步, $3 \times 6 = 18$ 步……只要是6的倍数(不妨用 $6 \times K$ 来表示),就会回到起跳位置。再继续思考下去,如果从某个位置开始连续跳 $6 \times K + 1$ 步,在第 $6 \times K$ 步回到起跳位置后会再往前跳1步,这其实和只跳一步的落点是相同的。同样的道理,连续跳 $6 \times K + 2$ 步和只跳2步的落点是相同的……

这样的话,我们就可以得出一个快速判断法则:从某个位置开始连续跳 n 步并且 $n \div 6 = a \cdots b$,那么青蛙的落点相当于往前跳 b 步的落点(b 是余数,所以 b 的值就是0,1,3,4,5中的一个)。掌握了这个规律,就不用把图给涂抹得乱七八糟了,比如第13次是从位置1开始跳13步, $13 \div 6 = 2 \cdots 1$,那就相当于往前只跳1步,落点自然是2啦。

牛牛听到爸爸的解释后顿时觉得眼前一亮,同时觉得自己数了这么多数字还没有数错简直是奇迹;于是小家伙拿起笔来又做了一遍,依然是逐步推算每次跳跃后的落点,但按照爸爸讲的快速判断落点的方法,计算速度快了许多,再不用把图涂成煤球了。

牛爸看到牛牛新的计算过程后点点头说道:“嗯,这次有进步!不过啊,这道题目有更简便的方法,完全不需要大费周章地计算这么多步!”

“还有其他简便方法?”这让牛牛很吃惊,缠着爸爸一定要马上讲,牛爸自然求之不得:

之前的思路是计算每一步的落点,然后一步步推出规律来;现在我们换个角度想一想,如果青蛙用两种不同的跳法分别从同一个位置起跳:第一种是跳两次(第一次1步、第二次2步),第二种是只跳一次,但是一下子跳3步。那这两种跳法的最终落点是不是一样的啊?因为总共跳的步数一样,都是3步,落点肯定也一样嘛。因此如果只关注最终落点的话,我们其实只要关注总共跳的步数就可以了,至于是跳了多少次才跳完的,根本就不重要。如此一来,我们就可以不用再费那么大的劲去推算每一次的落点啦!

计算青蛙总共跳了多少步很简单:第一次跳1步,第二次跳2步……第20次跳20步,青蛙一共跳了 $1 + 2 + \cdots + 20 = 210$ 步。接下来呢,如何根据总的步数来计算最终落点?

想想看,青蛙跳来跳去也只是在 6 个圆圈上绕圈子嘛,是不是可以很自然地把 6 个圆圈看成一个周期呢?前面我们已经分析过了,如果从某个位置起跳 N 步, $N \div 6 = a \cdots b$,那跳 N 步和跳 b 步的落点相同。所以只要求出 210 除以 6 的余数 b ,然后再求出跳 b 步的落点,就是跳 210 步的最终落点了。

$210 \div 6 = 35$,刚好整除!根据周期问题的规律,余 1 就是位于周期内的第一个位置,余 2 就是位于周期内的第二个位置……整除的话就相当于余 0,也就是周期里的最后一个位置。

“爸爸,那这样就有问题了!前面咱们算的最后落点是在 1 这个位置上,但是按照新的方法,周期里的最后一个数字是 6,最后落点应该是 6,这不就矛盾了吗?”牛牛听到这儿忍不住插话道。

“哈哈,掉陷阱了吧!这是周期问题的一个常见陷阱,一定要识别它并绕过去才行。”牛爸用手指弹了一下牛牛的脑袋瓜,开始分析这个陷阱。

周期问题的首要一点就是找对周期,并且你找的周期要和周期总数能够匹配,不要张冠李戴。比如这道题,如果你不动脑筋地认为周期是从 1 到 6(1 是周期里的第一个位置),而且认为总的步数是 210,那就会得出 $210 \div 6 = 35$,最终落点是周期内最后一个位置 6。

可你想过周期总数(210 步)是怎么计算出来的吗?别的不说,先看第一步,因为从位置 1 开始起跳,即第一步的起跳点是 1,但是第一步的落点是 2。因为我们求的是跳完 210 步之后的落点,而不是第 210 步的起跳点,所以对应到周期里的第一个位置也应该是第一步的落点而不是起跳点。

“我明白了,周期规律是 2,3,4,5,6,1。2 是第一个位置,1 是最后一个位置,这样就对了。不过我最开始列的表格是对的,到这儿怎么就又犯迷糊了呢?”牛牛挠了挠头,想不通自己是咋想的。

到这儿咱们这道题总算是讲完了,这里头有三个重点:

①寻找周期规律时要有足够的耐心与细心,不要做了很久也没发现规律就烦了,甚至放弃。要知道,随着年级的增长,题目的难度也在同步增长,计算个十几步才发现规律到四年级就会成为常态了。

②要善于观察,从整体上去考虑问题。就像这道题,如果你能发现总的跳跃步数决定了最终落点、与跳跃的次数无关,那么解题速度就会快很多。

③找准周期规律,尤其是涉及“从某个位置开始、到另外一个位置结束”的动作类周期问题,一定要让周期总数和周期规律保持一致。想清楚题目问的是动作的起始位置还是结束位置,从而相应地确定周期内第一个数字是什么。



例 5★★★★:今年世博会将于 5 月 1 日开始,10 月 31 日结束。将这几个数字连接起来构成一串数字:05011031。紧接 05011031 后面写一串数字,写下的每一个数字都是它前面两个数字乘积的个位数。例如, $3 \times 1 = 3$,在 1 的后面写 3; $1 \times 3 = 3$,在 3 的后面写 3; $3 \times 3 = 9$,在 3 后面写 9; $3 \times 9 = 27$,在 9 的后面写 7……这样得到一串数字为 050110313397……世博会一共持续 184 天,问这串数字从 0 开始往右数,第 184 个数字是_____。(第十届中环杯四年级决赛)

牛牛,咱们周期问题学到现在,看到这样的题目,第一反应应该是根据题目中给出的条件推导出周期规律,然后利用周期公式解题。这种题目并没有难度,但是特别需要注意的就是要仔细审题、看清楚条件!比如,题目中说是要在 05011031 后面写一串数字,其每一个数字都是它前面两个数字乘积的个位数!不要把“个位数”给遗漏掉而写成前面两个数字的乘积。

好啦,只要审题没有问题,这道题目的周期规律就可以顺利地推导出来:

050110 313397313397……

“哈哈,我发现规律啦!”推导了几步之后,牛牛开心地说道,接着就开始动笔解题了。牛爸看了一眼,就知道小家伙又中招了,因为牛牛是这样写的:

周期长度是 6, $184 \div 6 = 30 \cdots 4$,在周期 313397 中,第 4 位的数字是 3,因此第 184 个数字是 3。

牛牛,你仔细想一想,周期公式“总数 $\div$ 周期长度 = 周期个数 $\cdots$ 余数”中的总数是什么?它一定是实际参与了周期规律的数字的总个数,对吧?那如果有的数字并不在周而复始的循环里头,而是在循环外,这些数字还能计算在总数之内吗?

“不能!”牛牛坚定地摇了摇头。

嗯,那你想想看,在 050110313397313397……这组数字中,开头的 050110 有没有在周期循环里头,没有吧!它们并没有参与周期规律,对于 313397 这个周期循环来说是没有用的,因此在计算总数的时候肯定要先去掉,然后再运用周期公式。牛牛这时恍然大悟,赶紧修改了他的解题过程:

总数为 $184 - 6 = 178$;周期长度是 6, $178 \div 6 = 29 \cdots 4$,在周期 313397 中,第 4 位的数字是 3,因此第 184 个数字是 3。

做完之后,牛牛发现结果竟然和之前是一样的!牛爸也觉得这题目出得不能算好,不管怎样吧,掌握正确的解题思路才是最重要的。

例 6★★★★: 标有 A, B, C, D, E, F, G, H 记号的八盏灯, 顺次排列一行, 每盏灯装有一个开关, 现在 A, C, E, G 开着, 其余四盏是灭的, 小明从灯 A 开始顺次拉动开关, 从 A 到 H, 再从 A 顺次拉动开关, 他这样拉动 2009 次后, 灭的灯是()。
(第七届小机灵杯四年级决赛)

牛牛看到这道题就叫了起来: “爸爸, 怎么又是开关灯问题啊? 我经常被多少盏灯开开关去问题给搞晕掉。”

开关灯问题确实挺绕的, 不过也不是都很难, 摸着门道就不那么可怕了。比如这一道题: 一共是八盏灯, 开始的时候四盏亮、四盏灭, 为了看起来方便, 咱们不妨用圆圈和圆点来代替字母(黑圆点代表灯灭), 从左到右依次是 A, B, C, D, E, F, G, H。

开始状态: ○●○●○●○●

小明从 A(最左边的灯)开始, 依次拉动开关, 显然亮的灯会熄灭、灭的灯会打开, 那么用图形符号表示就是:

“从 A 到 H”拉动开关: ●○●○●○●○(第 1 次~第 8 次拉动开关后)

经过从 A 到 H 挨个拉动开关之后, 仔细一观察就会发现, 每盏灯的明暗状态恰好反了一下: 明变暗、暗变明。从 A 到 H, 小明一共是拉动了 8 次开关, 然后就是又从 A 到 H 依次拉动开关, 咱们再进一步跟着小明看看灯开灯灭的效果吧:

“从 A 到 H”拉动开关: ○●○●○●○●(第 9 次~第 16 次拉动开关后)

哈哈, 这下我们发现规律了: 经过 16 次拉动开关之后, 八盏灯的状态又恢复到和开始一样了。牛牛, 找到了周期规律, 你自己动手做做看吧! 牛爸把时间留给牛牛, 自己稍事休息。等回到房间的时候, 牛牛已经把题目做好了:

$2009 \div 16 = 125 \cdots 9$, ○○●○●○●○ 灭的灯是 C, E, G

牛爸问道: “如果是 2001 次拉动后的结果是什么呢?” 牛牛想了想, 说: “2001 除以 16 余 1, 那么应该是这样的……” 小家伙边说边画出了符号图: ●●○●○●○●。

“为什么不是○●○●○●○●, 即 A, C, E, G 开着, 其余四盏是灭的呢? 这不是初始状态吗, 应该是周期的第一项才对呀!” 牛爸故作不解地问道。

牛牛听到这儿, 开始给牛爸讲解, 一副小大人的样子: “这你就想错了, 爸爸! 那是初始状态没错, 但是周期规律是从第一次拉灯开始的, 所以第一项应该是●●○●○●○●; 最后一项才是○●○●○●○●。这个你千万不能搞混了, 要不然你肯定做错!”

“哈哈, 你这个臭小子, 开始指导起爸爸来了!” 牛爸嘴上这么说, 但心里还是为牛牛能想清楚这一点而暗自高兴。



实战练兵

1. 有一列数字,按 345267345267... 的顺序排列,前 50 个数字的和是()。(第十三届中环杯三年级选拔赛)★
2. 祖玛游戏中,龙嘴里不断吐出很多颜色的龙珠,先 4 颗红珠,接着 3 颗黄珠,再 2 颗绿珠,最后 1 颗白珠,按此方式不断重复,从龙嘴里吐出的第 2000 颗龙珠是_____珠(填颜色)。(2014 年数学解题能力展示三年级初赛)★
3. 奶奶折一个纸鹤用 3 分钟,每折好一个需要休息 1 分钟,奶奶从下午 2 时 30 分开始折,她折好第 5 个纸鹤时已经到了_____时_____分。(2014 年数学解题能力展示三年级初赛)★★
4. 2014 年 12 月 1 日是星期一,那么 2015 年 12 月 14 日是星期_____。(第 26 届亚太杯四年级初赛)★★
5. 在长 120 米的直道上,从距离起点 4 米处开始,依次重复地轮换插上红、黄、蓝三种彩旗,相邻的两面彩旗间隔 4 米。问距离起点 88 米的地方插不插旗? 如果插,插的是什么颜色的旗?(第十一届中环杯三年级决赛)★★
6. 有一串数,第一个数是 6,第二个数是 3,从第二个数起,每个数都比它前面的那个数与后面的那个数的和小 5。那么这串数中从第一个数到第 200 个数为止的这 200 个数之和是多少?(第十二届小机灵杯三年级初赛)★★★
7. 编号是 1,2,3,...,36 号的 36 名学生按编号顺序面向里站成一圈。第 1 次,编号是 1 的同学向后转;第 2 次,编号是 2,3 的同学向后转;第三次,编号是 4,5,6 的同学向后转……第 36 次,全体同学向后转。这时,面向里的同学还有_____名。(2010 年数学解题能力展示中年级复赛)★★★

8. 在 1989 后面写一串数字。从第 5 个数字开始,每个数字都是它前面两个数字乘积的个位数字。这样得到一串数字:

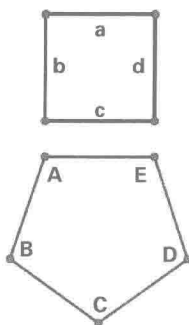
1 9 8 9 2 8 6 8 8 4 2 ...

那么这串数字中,前 2005 个数字的和是_____。(2006 年迎春杯中年组初赛)★★★

9. 右图是 Windows 操作系统自带日历。有一种神奇的花,每逢单数月份的周三、周五开花,双数月份的周二、周四开花,例如 10 月 1 日星期二就是它的开花时间。那么,这种花从 2013 年 11 月 1 日到 2013 年 12 月 31 日,有_____天会开花。(第十四届中环杯三年级选拔赛)★★★



10. 如图有两个各条边完全相等的正方形和正五边形,如果五边形按逆时针方向开始旋转,而它上面的正方形按顺时针方向一边对着一边旋转,直到正五边形的 AE 边和正方形的 C 边重合为止。这时,正方形至少旋转了()圈。(第十一届小机灵杯三年级决赛)★★★



11. 将 27 个数字排成一排,这 27 个数字里有 3 个数字 1,3 个数字 2……3 个数字 9。要求第一个 1 与第二个 1 之间有 1 个数字,第二个 1 与第三个 1 之间有 1 个数字;第一个 2



与第二个2之间有2个数字,第二个2与第三个2之间有2个数字……第一个9与第二个9之间有9个数字,第二个9与第三个9之间有9个数字。下图中已给出一部分数字的排列,请你完成整排数据。(第十四届中环杯三年级决赛)★★★★★

										7	4	6	9	2	5	8													
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

12. 某年的三月份正好有4个星期三和4个星期六,那么这年3月1日是星期()。
(第十一届小机灵杯三年级决赛)★★★★★

13. 某年中有53个星期二,并且当年的元旦不是星期二,那么下一年的第一天应该是星期几?(第十届小机灵杯三年级决赛)★★★★★

14. A,B,C,D,E,F,G七盏灯各自装有一个拉线开关。开始时灯B,D,F亮着,一个小朋友按从A到G,再从A到G这样的顺序依次拉七盏灯的开关,一共拉了2011次。这时亮着的灯是_____。(第九届走美杯三年级初赛A卷)★★★★★

15. 将五位数“54321”重复写101次,组成一个505位数“543215432154321……”,现在删去这个数所有奇数位(从左至右数)上的数字,组成一个新数,再删去新数中所有位于奇数位上的数字;按上述规律,一直删下去直到剩下一位数为止,剩下的这个数字是_____。
(第九届走美杯三年级初赛A卷)★★★★★

16. A,B,C,D,E五个盒子中依次放有2,4,6,8,10个小球。第一个小朋友找到放球最多的盒子,从中拿出4个放在其他盒子中各一球。第二个小朋友也找到放球最多的盒子,从中拿出4个放在其他盒子中各一个球。以此类推,当2011个小朋友放完后,E盒中放有_____个球。(第九届走美杯四年级初赛)★★★★★



第十四讲 植树与方阵

“爸爸,终于讲到植树问题了!我还一直纳闷呢,植树问题那么多题目,你怎么迟迟不讲呢?”呵呵,小家伙对植树问题太熟悉了:锯木头、上楼梯、插旗子、敲钟、种树、摆棋子……各种各样的类型,加上圆形、方形、直线等各种植树几何学,当然也少不了各种夹种的场景。

“哈哈!”牛爸笑了起来,“没错,植树问题确实是很大的一类,但是想想看,二年级的时候你是不是做了很多植树问题呀?所以植树的知识点你都已经学到了,老实说我在犹豫是否还值得再讲一下。因为到了三年级,植树问题的题目也越出越少,即使出现,也只是来点小陷阱或者套个马甲,企图让你认不出。不过,刚好方阵问题你还没有学过,因此就和方阵放在一起作为一讲吧。”

一、植树问题

例 1★:时钟下午二点敲两下,用了 2 秒钟。晚上九点敲()下,用()秒钟。
(第十二届中环杯三年级决赛)

这道题超级简单吧,唯一需要说明的就是此类题目都假定敲钟用的时间(这里是 2 秒)仅仅是两次钟响之间的间隔时间,至于敲一下钟响多久它不管,总假定钟响一下的时间非常非常短,短到可以忽略不计。

九点敲 9 下,就是 $9-1=8$ 个时间间隔,每个间隔用 2 秒钟,敲 9 下就是 $2 \times 8 = 16$ 秒。都三年级了,相信没有人再犯敲九下用 $2 \times 9 = 18$ 秒这样的错误啦。

例 2★:狐狸大爷想做一张木凳。他先把一根木头锯成 4 段,用了 18 分钟。如果要把另一根木头锯成 8 段,需要_____分钟。(假设狐狸大爷每锯断一次所花的时间一样长)(第 26 届亚太杯上海赛区四年级初赛)

“狐狸大爷?”牛牛看到题目忍不住笑了,“狐狸给人的感觉是很狡猾的,怎么也不能把它和慈眉善目的老爷爷联系在一起啊!”“这——”牛爸挠了挠头,“憨态可掬的大熊猫都能成为功夫熊猫,狐狸咋就不能成为老爷爷呢?”不管咋地,咱们先把注意力放到题目上吧。

这是一个典型的锯木头植树问题,相当于两头都不种树,因此“棵数 = 段数 - 1”,这个