

高中数学课外

练习题

北京出版社

二年级

高中数学课外练习题

(二 年 级)

人大附中、北大附中、清华附中、
实验中学、师大附中编写组

北京出版社

高中数学课外练习(二年级)

高中数学课外练习(二年级)

GAOZHONG SHUXUE KEWAI LIANXITI

(ER NIAN JI)

人大附中、北大附中、清华附中、
实验中学、师大附中编写组

北京出版社出版

(北京北三环中路6号)

新华书店北京发行所发行

北京第二新华印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 12.75印张 280,000字

1989年3月第1版 1991年2月第4次印刷

印数 69,601—89,600

ISBN 7-200-00694-7/G·187

定价: 3.90元

前 言

为了使学生牢固地掌握基础知识、基本技能，灵活运用数学方法，提高解题能力。我们按年级编写了高中数学课外练习题三册，供广大高中数学教师和学生在学习和教学中参考。

本书是根据数学教学大纲的要求编写的。所有题目都是在多次教学实践中反复筛选出来的。因此，题目质量较高，有一定的难度，基本反映了我们几所重点校的数学教学水平。本书搜集的题目题型全，既有选择题、填空题、判断题、问答题，又有计算题、证明题、作图题，利于开拓学生的知识思路。各章题目分为A、B两组，供不同层次的学生选用，另外还配有复习题。为了配合毕业班的总复习，在三年级用书中按不同内容选编了十三套“单元练习”和五套“综合练习”。以上各类的题目答案或提示都附于书末。因此这本练习题不仅是高中数学教师和学生在学习和教学中的参考读物，也是致力于自学成才之路的广大青年进行基本训练和自我测试的好资料。

参加本书编写的有周国镇、薛昌咸、沈建芝、陈汶、张春条、储瑞年、陈剑刚、董世奎、朱传渝、张宁、邓均、刘育群、邵光砚、王锡祥、丁志福、李广均、徐重远、瞿宁远、冯勃。全书由储瑞年、丁志福、周国镇统编

由于水平所限，书中缺点错误恳请读者批评指正。

人大附中、北大附中、清华附中、
实验中学、师大附中编写组

目 录

第一部分 代数

| | |
|-----------------------|----|
| 第一章 反三角函数和简单三角方程..... | 1 |
| A组..... | 1 |
| 一、反三角函数..... | 1 |
| 二、简单三角方程..... | 15 |
| B组..... | 19 |
| 复习题..... | 28 |
| 第二章 数列与数学归纳法..... | 33 |
| A组..... | 33 |
| 一、数列的概念..... | 33 |
| 二、等差数列..... | 36 |
| 三、等比数列..... | 41 |
| 四、数学归纳法..... | 47 |
| 五、其它数列求和..... | 50 |
| 六、递推数列..... | 51 |
| B组..... | 52 |
| 复习题..... | 65 |
| 第三章 不等式..... | 69 |
| A组..... | 69 |
| 一、不等式的性质..... | 69 |
| 二、不等式的证明..... | 72 |
| 三、不等式的解法..... | 77 |
| 四、不等式的应用..... | 85 |

| | |
|---------------------|-----|
| B组 | 90 |
| 复习题 | 98 |
| 第四章 行列式和线性方程组 | 102 |
| A组 | 102 |
| 一、二阶行列式和二元线性方程组 | 102 |
| 二、三阶行列式和三元线性方程组 | 104 |
| B组 | 106 |
| 复习题 | 109 |
| 第五章 复数 | 112 |
| A组 | 112 |
| 一、复数的概念 | 112 |
| 二、复数的运算 | 113 |
| 三、复数的三角形式 | 116 |
| 四、在复数范围内解方程(组)、分解因式 | 120 |
| B组 | 122 |
| 复习题 | 128 |

第二部分 平面解析几何

| | |
|-------------|-----|
| 第一章 直线 | 135 |
| A组 | 135 |
| 一、有向线段、定比分点 | 135 |
| 二、直线的方程 | 140 |
| 三、两条直线的位置关系 | 145 |
| B组 | 152 |
| 复习题 | 156 |
| 第二章 圆锥曲线 | 159 |
| A组 | 159 |

| | |
|--------------|-----|
| 一、曲线和方程 | 159 |
| 二、圆 | 167 |
| 三、椭圆 | 176 |
| 四、双曲线 | 179 |
| 五、抛物线 | 181 |
| B组 | 184 |
| 复习题 | 189 |
| 第三章 坐标变换 | 197 |
| A组 | 197 |
| B组 | 200 |
| 复习题 | 202 |
| 第四章 参数方程、极坐标 | 205 |
| A组 | 205 |
| 一、参数方程 | 205 |
| 二、极坐标 | 213 |
| B组 | 219 |
| 复习题 | 224 |

答案或提示

第一部分 代数

| | |
|------------------|-----|
| 第一章 反三角函数和简单三角方程 | 230 |
| A组 | 230 |
| B组 | 239 |
| 复习题 | 243 |
| 第二章 数列与数学归纳法 | 245 |
| A组 | 245 |

| | |
|---------------|-----|
| B组 | 249 |
| 复习题 | 264 |
| 第三章 不等式 | 267 |
| A组 | 267 |
| B组 | 272 |
| 复习题 | 283 |
| 第四章 行列式和线性方程组 | 288 |
| A组 | 288 |
| B组 | 291 |
| 复习题 | 295 |
| 第五章 复数 | 297 |
| A组 | 297 |
| B组 | 303 |
| 复习题 | 313 |

第二部分 平面解析几何

| | |
|----------|-----|
| 第一章 直线 | 320 |
| A组 | 320 |
| B组 | 328 |
| 复习题 | 333 |
| 第二章 圆锥曲线 | 338 |
| A组 | 338 |
| B组 | 347 |
| 复习题 | 359 |
| 第三章 坐标变换 | 368 |
| A组 | 368 |

| | |
|--------------------|-----|
| B组 | 369 |
| 复习题 | 371 |
| 第四章 参数方程、极坐标 | 372 |
| A组 | 372 |
| B组 | 385 |
| 复习题 | 393 |

第一部分 代数

第一章 反三角函数和简单三角方程

A 组

一、反三角函数

1. 判断下列各式是否正确：（正确的在括号内画“√”，错误的画“×”。）

(1) $\arcsin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, () ;

(2) $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$, () ;

(3) $\sin \left[\arcsin \left(-\frac{12}{13} \right) \right] = -\frac{12}{13}$, () ;

(4) $\sin \left(\arcsin \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$, () ;

(5) $\sin \left(\arcsin \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{x}$, 其中 $|x| \geq 1$, () .

2. 填空:

(1) $\arcsin \frac{\pi}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $\arcsin \left(\sin \frac{\pi}{5} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $\arcsin \left(\sin \frac{3\pi}{4} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $\arcsin \left[\sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \right] = \underline{\hspace{2cm}}$;

(5) $\arcsin [\sin(-2)] = \underline{\hspace{2cm}}$; (6) $\arcsin(\sin x) = \underline{\hspace{2cm}}$,
其中 $x \in [0, \pi]$.

3. 选择题: (各题的正确答案只有一个)

(1) $\arcsin \left(-\frac{\pi}{3} \right)$ 的值是

A. $-\frac{1}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{\pi}{3}$. D. 不存在.

(2) 若 $\sin x = -\frac{1}{4}$, 且 $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right)$, 则 x 等于

A. $\arcsin \left(-\frac{1}{4} \right)$. B. $\pi - \arcsin \left(-\frac{1}{4} \right)$.

C. $\pi + \arcsin \left(-\frac{1}{4} \right)$. D. $2\pi - \arcsin \left(-\frac{1}{4} \right)$.

(3) $\arcsin \left(\sin \frac{7\pi}{5} \right)$ 的值等于

A. $\frac{7\pi}{5}$. B. $\frac{3\pi}{5}$. C. $-\frac{2\pi}{5}$. D. $\frac{2\pi}{5}$.

(4) $y = \sin x$, $x \in \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right]$, 它的反函数是

A. $y = \arcsin x$. B. $y = 2\pi + \arcsin x$.

C. $y = 2\pi - \arcsin x$. D. $y = \pi + \arcsin x$.

4. 求下列函数的定义域和值域:

(1) $y = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\pi x}{2}$; (2) $y = \arcsin \frac{1}{x}$;

(3) $y = \arcsin \sqrt{x}$; (4) $y = \arcsin \left(-\frac{1}{2} \sqrt{x^2 - 1} \right)$

5. 作下列函数的图象:

(1) $y = \arcsin x + 1$; (2) $y = \arcsin(x - 1)$;

(3) $y = \frac{1}{2} \arcsin x$; (4) $y = \arcsin 2x$

6. 求下列各式的值:

(1) $\frac{2}{\pi} \cdot \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin \frac{\pi}{6}$; (2) $\cos \left(\arcsin \frac{3}{4} \right)$;

(3) $\operatorname{tg} \left[\arcsin \left(-\frac{1}{3} \right) \right]$; (4) $\operatorname{ctg} \left(\arcsin \frac{8}{17} \right)$;

(5) $\sin \left(2 \arcsin \frac{3}{5} \right)$; (6) $\cos \left(2 \arcsin \frac{\pi}{5} \right)$;

(7) $\sin \left[\frac{1}{2} \arcsin \left(-\frac{5}{13} \right) \right]$;

$$(8) \cos \left[\frac{1}{2} \arcsin \left(-\frac{4}{5} \right) \right];$$

$$(9) \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{9}{41} \right); \quad (10) \operatorname{ctg} \left[\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{7}}{5} \right];$$

$$(11) \sin \left[\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \left(-\frac{5}{7} \right) \right];$$

$$(12) \operatorname{tg} \left[\arcsin \frac{1}{3} + \arcsin \left(-\frac{1}{4} \right) \right].$$

7. 用反三角函数表示下列各角 x , ($0 \leq x < 2\pi$);

$$(1) \sin x = \frac{1}{4}; \quad (2) \sin x = -\frac{1}{5};$$

$$(3) \sin x = a \quad (|a| \leq 1).$$

8. 求证: $\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{12}{13} = \pi - \arcsin \frac{56}{65}$.

9. 比较大小:

$$(1) \arcsin \frac{7}{10} \text{ 与 } \frac{\pi}{4}; \quad (2) \arcsin(-0.4) \text{ 与 } -\frac{\pi}{6};$$

$$(3) \arcsin \left(-\frac{10}{13} \right) \text{ 与 } \arcsin(-0.77);$$

$$(4) \pi - \arcsin \frac{5}{11} \text{ 与 } \pi + \arcsin \left(-\frac{2}{5} \right).$$

10. 写出下列函数的单调区间:

$$(1) y = \arcsin(1-x); \quad (2) y = \arcsin(2^x)$$

$$(3) y = \arcsin(\log_{\frac{1}{2}} x); \quad (4) y = \arcsin(x^2).$$

11. 判断下列函数的奇偶性:

$$(1) y = \arcsin(-x); \quad (2) y = \arcsin(x+2);$$

$$(3) y = (\arcsin x)^2.$$

12. 解方程和不等式:

$$(1) \arcsin(2x+1) = \frac{\pi}{3}; \quad (2) \arcsin x^2 = \frac{1}{2};$$

$$(3) \arcsin 5x = 2; \quad (4) [\arcsin(x-1)]^2 = 2;$$

$$(5) \arcsin(\log_2 x) = -\frac{\pi}{6}; \quad (6) \arcsin 3x > \arcsin(x-1);$$

$$(7) \arcsin x^2 < \arcsin 2x; \quad (8) \arcsin(2^x) > \arcsin(2^{3x-1}).$$

13. 填空:

$$(1) \arcsin 0 = \underline{\quad}; \quad (2) \arcsin 1 = \underline{\quad};$$

$$(3) \arcsin 1 = \underline{\quad}; \quad (4) \arcsin 0 = \underline{\quad};$$

$$(5) \arcsin(-1) = \underline{\quad}; \quad (6) \arcsin(-1) = \underline{\quad};$$

$$(7) \arcsin \frac{\pi}{4} = \underline{\quad}; \quad (8) \arcsin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \underline{\quad}.$$

14. 填空:

$$(1) \text{若 } \arcsin x = \frac{\pi}{5}, \text{ 则 } \arcsin(-x) = \underline{\quad};$$

$$(2) \text{若 } \cos x = \frac{1}{4}, \text{ 其中 } x \in [0, 2\pi], \text{ 则 } x = \underline{\quad};$$

$$(3) \text{若 } \cos x = -\frac{2}{3}, \text{ 其中 } x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right), \text{ 则 } x = \underline{\quad};$$

(4) 若 $\cos x = 1$, 其中 $x \in [0, 2\pi]$, 则 $x = \underline{\quad}$;

15. 判断下列各式是否正确: (正确的在括号内画“√”, 错误的画“×”).

(1) $\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$; ()

(2) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{\pi}{6}$; ()

(3) $\cos \left(\arccos \frac{\pi}{5} \right) = \frac{\pi}{5}$; ()

(4) $\cos \left(\arccos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\pi}{3}$; ()

(5) $\arccos \left[\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right] = -\frac{\pi}{6}$; ()

(6) $\arccos \frac{1}{3} + \arccos \left(-\frac{1}{3} \right) = \pi$. ()

16. 求值:

(1) $\arccos \left[\cos \left(-\frac{6\pi}{5} \right) \right]$;

(2) $\arccos \left(\cos \frac{11\pi}{8} \right)$;

(3) $\arccos [\cos(-2)]$;

(4) $\arccos(\cos 4)$.

17. 选择题: (各题的正确答案只有一个)

(1) 若 $\cos x = -\frac{1}{3}$, $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right)$, 则 x 等于

A. $\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$.

B. $\pi - \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$.

C. $2\pi - \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$.

D. $2\pi - \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$ 或 $\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$.

(2) $\arccos\left[\cos\left(-\frac{2\pi}{5}\right)\right]$ 的值是

A. $-\frac{2\pi}{5}$. B. $\pi - \frac{2\pi}{5}$. C. $\frac{2\pi}{5}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

(3) $\cos\left(\arccos\frac{\pi}{2}\right)$ 的值是

A. $\frac{\pi}{2}$. B. -1 . C. 1 . D. 不存在.

(4) $y = \cos x$, $x \in [\pi, 2\pi]$, 它的反函数是

A. $y = \arccos x$. B. $y = \pi + \arccos x$.
C. $y = 2\pi - \arccos x$. D. 都不对.

18. 求下列函数的定义域和值域:

(1) $y = \arccos(3 - 2x)$; (2) $y = \arccos(x^2 + 1)$;

(3) $y = \frac{1}{2}\arccos(5 - x) - \pi$;