

普通高等教育“十二五”规划教材



# 画法几何学

丛 伟 主编



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

# 画法几何学

主 编 丛 伟

副主编 单宝峰

参 编 丁 茹 王喜亭 陈士忠 王 涛

主 审 董国耀



机械工业出版社

本书是作者在总结多年教学经验的基础上全面考虑近年来教学发展情况的需要编写而成的，其内容符合本课程教学大纲的基本要求。

本书内容包括：投影的基本知识，点和直线，平面，直线与平面以及两平面的相对位置，投影变换，曲线、曲面，立体，立体表面的交线，组合体，轴测投影，表面展开，总共十一章。

本书可作为高等学校本科机械类各专业使用的教材，也可供其他各类学校有关师生和广大工程技术人员参考。

## 图书在版编目（CIP）数据

画法几何学/丛伟主编. —北京：机械工业出版社，2012.2  
普通高等教育“十二五”规划教材  
ISBN 978-7-111-36800-7

I. ①画… II. ①丛… III. ①画法几何—高等学校—教材  
IV. ①O185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 259189 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：刘小慧 责任编辑：刘小慧 章承林 冯 铨

版式设计：霍永明 责任校对：张晓蓉

封面设计：张 静 责任印制：杨 曦

北京四季青印刷厂印刷

2012 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·10.25 印张·248 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-36800-7

定价：19.90 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010) 88361066

门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售一部：(010) 68326294

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售二部：(010) 88379649

读者购书热线：(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

# 前 言

本书是根据教育部对“普通高等院校工程图学课程教学的基本要求(2010年5月)”中“投影理论基础”部分,表面展开一章属于基本要求说明中所提的选学内容,参照最新发布或修订的国家标准《技术制图》和《机械制图》,并联合几所高校具有丰富教学经验的工程图学教师经过认真讨论后精心编写而成的。

在本书的编写过程中,力求做到由浅入深、内容全面、重点突出、语言通俗易懂。本书各章均配有大量的例图、例题,以便于学生理解和接受。

本书的全部插图都是用 AutoCAD 精确绘制的,并为使用该教材的教师开发了配套电子挂图图库、电子模型库和电子教案,以便于任课教师采用多媒体教学。

本书由沈阳航空航天大学、沈阳建筑大学、沈阳工业大学、沈阳理工大学联合编写。编写过程中参考了部分《画法几何及机械制图》教材,所用图例和例题多数来自生产实践,部分选自有关资料、标准,具有理论联系实际的特点。由于参加编写的作者来自不同的学校,各自的情况和需要也不尽相同,所以本书在内容上较为广泛,读者在使用时可根据需要进行取舍。

本书由沈阳航空航天大学丛伟任主编,沈阳航空航天大学单宝峰任副主编。参加编写工作的人员及分工为:丛伟(绪论、第三章、第四章、第五章、第八章),单宝峰(第二章),丛伟、沈阳理工大学丁茹(第一章),沈阳工业大学王喜亭(第七章、第九章),沈阳建筑大学陈士忠(第十一章),沈阳工业大学王涛(第六章、第十章)。沈阳航空航天大学张鹏参加了部分内容的资料采集工作,丛伟负责统稿。

本书由北京理工大学董国耀教授担任主审,他对书稿提出了许多宝贵的意见和建议,在此表示衷心感谢。

在本书的编写和出版过程中,得到了机械工业出版社、沈阳航空航天大学、沈阳建筑大学、沈阳工业大学、沈阳理工大学有关领导的大力支持和热心指导,在此一并表示感谢。

由于编者水平所限,书中难免存在某些不妥和错误之处,敬请读者批评指正。

编 者

# 目 录

|                            |     |  |
|----------------------------|-----|--|
| 前言                         |     |  |
| 绪论                         | 1   |  |
| 第一章 投影的基本知识                | 4   |  |
| 第一节 投影方法概述                 | 4   |  |
| 第二节 平行投影的基本性质              | 5   |  |
| 第三节 工程上常用的投影图              | 7   |  |
| 第二章 点和直线                   | 10  |  |
| 第一节 点的投影                   | 10  |  |
| 第二节 各种位置直线                 | 18  |  |
| 第三节 一般位置线段的实长及其对<br>投影面的倾角 | 22  |  |
| 第四节 直线上的点                  | 24  |  |
| 第五节 两直线的相对位置               | 27  |  |
| 第六节 直角的投影                  | 30  |  |
| 第三章 平面                     | 35  |  |
| 第一节 平面的表示法                 | 35  |  |
| 第二节 各种位置平面                 | 37  |  |
| 第三节 平面上的点和直线               | 40  |  |
| 第四章 直线与平面以及两平面的<br>相对位置    | 45  |  |
| 第一节 直线与平面平行、两平面平行          | 45  |  |
| 第二节 直线与平面相交、两平面相交          | 48  |  |
| 第三节 直线与平面垂直、两平面垂直          | 54  |  |
| 第四节 距离和角度的度量               | 57  |  |
| 第五章 投影变换                   | 61  |  |
| 第一节 概述                     | 61  |  |
| 第二节 换面法                    | 62  |  |
| 第三节 旋转法                    | 74  |  |
| 第六章 曲线、曲面                  | 82  |  |
| 第一节 曲线的形成与投影               | 82  |  |
| 第二节 圆的投影                   | 83  |  |
| 第三节 圆柱螺旋线                  | 84  |  |
| 第四节 常见曲面的形成与表示法            | 84  |  |
| 第七章 立体                     | 87  |  |
| 第一节 平面立体的投影及表面取点           | 87  |  |
| 第二节 曲面立体的投影及表面取点           | 90  |  |
| 第八章 立体表面的交线                | 96  |  |
| 第一节 概述                     | 96  |  |
| 第二节 平面与回转体表面相交             | 96  |  |
| 第三节 两回转体表面相交               | 109 |  |
| 第九章 组合体                    | 124 |  |
| 第一节 组合体的三视图及投影规律           | 124 |  |
| 第二节 组合体的形体分析及画图            | 125 |  |
| 第三节 组合体的尺寸标注               | 133 |  |
| 第四节 组合体看视图                 | 136 |  |
| 第十章 轴测投影                   | 139 |  |
| 第一节 轴测投影的基本概念              | 139 |  |
| 第二节 正等轴测图                  | 139 |  |
| 第三节 斜二等轴测图                 | 143 |  |
| 第十一章 表面展开                  | 144 |  |
| 第一节 平面立体的表面展开              | 145 |  |
| 第二节 可展曲面的展开                | 147 |  |
| 第三节 不可展曲面的近似展开             | 149 |  |
| 第四节 应用举例                   | 152 |  |
| 参考文献                       | 156 |  |
| 读者信息反馈表                    |     |  |

# 绪 论

## 一、画法几何学的发展历史与现状

自从劳动开创人类文明史以来,图形一直是人们认识自然,表达、交流思想的主要形式之一。从象形文字的产生到古埃及人丈量尼罗河两岸的土地,从航天飞机的问世到火星探测器对火星形貌的探测,这些人类活动始终与图形有着密切的联系。图形的重要性可以说是其他任何表达方式所不能替代的。

欧几里得几何学的成功,揭开了人类认识自然的序幕(用没有刻度的尺和圆规绘图,角度三等分是传统几何三大难题之一),后来又出现了非欧几何即黎曼几何(球面几何)。柏拉图的行星图是人类通过图形进行思维、表达的典范。

在人类文明史上占有重要地位的牛顿力学,其本质也是几何力学,正是借助几何表达和分解的方法,牛顿创立了完美的经典力学宏伟大厦,为近代科学的发展奠定了坚实的基础。蒸汽机的发明及其应用,开创了近代工业革命,如果说瓦特有关蒸汽机的伟大发明改变了人类的工业进程,那么车床(已经不知道是谁、经过无数人多次改进)的发明则更加伟大,因为蒸气机制造的关键技术是气缸的加工,而气缸的加工是由车床来完成的。

无论是气缸的加工还是机器的制造,都需要工程图样作为产品信息的载体。到了20世纪初,美国由于采用了互换性技术和批量生产,使得世界汽车制造中心由欧洲转移到美国,汽车工业的生产效率大大提高,汽车的价格大大下降,汽车进入了每一个家庭,使整个美国社会成为“轮子社会”。而“轮子”是依靠图样生产出来的。

在图形学的历史长河中,具有五千年文明史的中国也有辉煌的一页。“没有规矩,不成方圆”,反映了古代的中国人已对尺规作图的规律具有深刻的理解和认识。春秋时代的技术著作《周礼考工记》中已记载了规矩、绳墨、悬垂等绘图测量工具的运用情况。古代数学名著《周髀算经》中,对直角三角形三条边的内在性质已有较深刻的认识。到了宋代,建筑制图已经相当规范,如著名的《营造法式》。

在近代工业革命的进程中,随着生产的社会化以及生产实践的需要而逐渐产生了画法几何学。早在1795年,由法国著名学者加斯帕·蒙日(G. Monge, 1746—1818年)总结创立的画法几何学就曾对当时的军事工程作出了贡献,蒙日当时系统地提出了以投影几何为主线的画法几何学,把工程图的表达与绘制高度规范化、唯一化,从而使画法几何学成为工程图的“语法”,工程图成为工程界的“语言”。

在画法几何学的普及过程中,前苏联学者切特维鲁新和佛罗洛夫等人的工作产生了很大的影响,对于加强学生的逻辑思维训练、培养学生的空间想象能力起了很好的作用。画法几何学强调画的方法,它是标准的、唯一的,即在工程上不能有二义性。

我国工程图学学者、华中科技大学(原华中理工大学)赵学田教授简捷通俗地总结了三视图的投影规律为“长对正、高平齐、宽相等”,从而使得画法几何和工程制图知识易学、易懂。为此他5次受到毛主席的接见,成为我国第一任图学理事长。

计算机的广泛应用大大促进了图形学的发展,计算机图形学的兴起开创了图形学应用和

发展的新纪元。以计算机图形学为基础的计算机辅助设计 (CAD) 技术, 推动了几乎所有领域的技术革命, CAD 技术的发展和水平已经成为衡量一个国家科技现代化和工业现代化水平的重要标志之一。CAD 技术从根本上改变了过去的手工绘图、发图、凭图样组织整个生产过程的技术管理方式, 将它改变为图形工作站上交互设计, 用数据文件发送产品定义, 在统一的数字化产品模型下进行产品的设计打样、分析计算、工艺计划、工艺装备设计、数控加工、质量控制、编印产品维护手册、组织备件订货供应等。其标志性的进展就是波音 777 飞机的设计和制造, 在设计和制造领域产生了一场革命。这场革命有三个特征产生了深远的影响: 第一特征是数字化 (Digital Definition), 全部数字化定义, 实现了计算机辅助设计 (CAD)/计算机辅助工艺规程 (CAPP)/计算机辅助制造 (CAM) 等一系列过程的集成, 实现了无图纸生产, 也实现了数字化预装配 (Digital Pre-assembly); 第二个特征是标准化, 波音公司与其合作生产发动机等公司的信息交换是在产品交换标准 (STEP) 下实现的; 第三个特征是网络化, 通过网络交换信息。

值得一提的有两点: 一是计算机的广泛应用, 并不意味着可以取代人的作用; 二是 CAD/CAPP/CAM 一体化, 实现无纸生产, 并不等于无图生产, 而且对图提出了更高的要求。计算机的广泛应用, CAD/CAPP/CAM 一体化, 技术人员可以用更多的时间进行创造性的设计工作。而创造性的设计离不开运用图形工具进行表达、构思和交流。所以, 随着 CAD 和无纸生产的发展, 图形的作用不仅不会削弱, 反而显得更加重要。

## 二、画法几何学的研究对象

画法几何学是研究投影理论和方法, 并用以解决空间几何问题的科学。画法几何是几何学的一个分支, 它是由生产实践需要而产生的, 因而不仅是纯理论的研究, 而且必须面向工程实际, 解决诸多生产实践过程中的问题。画法几何不仅为工程图学提供了理论依据, 同时对于空间几何问题提供了独特的形象的解题方式。

画法几何学要解决的问题包括图示法和图解法两部分内容。

图示法主要研究用投影法将空间几何元素 (点、线、面) 的相对位置及几何形体的形状表示在图纸平面上, 同时必须可以根据平面上的图形完整无误地推断出空间表达对象的原形。即是要在二维平面图形与空间三维形体之间建立起一一对应的关系。在工程施工和机械生产中常需要将实物绘制成图样, 并根据图样组织生产和施工, 这是工程图学要解决的基本任务。因而图示法必然成为工程图学的理论基础。

图解法主要研究在平面上用作图方法解决空间几何问题。确定空间几何元素的相对位置, 如确定点、线、面的从属关系, 求交点、交线的位置等, 所有这些称为解决定位问题; 而求几何元素间的距离、角度、实形等则属于解决度量问题。图解法具有直观、简便的优点, 对于一般工程问题可以达到一定的精度要求, 对于有高精度要求的问题, 可用图解与计算相结合的方法解决, 综合两种方法的优点可使形象思维与抽象思维在认识中达到统一。

## 三、本课程的任务

1) 学习平行投影的基本理论, 着重掌握正投影法的原理和应用, 了解轴测投影的基本知识, 并掌握其基本画法。

2) 培养空间几何问题的图解能力, 掌握作图解决空间定位问题 (平行、相交、从属关系等) 和度量问题 (距离、角度、实形等)。

3) 培养空间想象能力和空间思维能力。

4) 由于近年来计算机绘图技术的飞速发展, 必须认识和掌握应用画法几何学的方法解决计算机绘图问题和使用计算机解决画法几何问题。

#### 四、学习方法

1) 尽管画法几何学是数学的一个分支, 但其研究的方法不完全是传统熟悉的方法 (特别是中学学习的方法), 在学习中尽快理解和认识这种研究问题、表达问题和解决问题的方式, 则是学好本课程的关键。

在学习图示法时, 必须把对平面图形的投影分析与几何元素、几何形体的空间想象结合起来, 建立起平面图形与空间形象间的对应关系, 这里重点是要习惯于对空间形象的想象。

在学习图解法时, 还要学会空间逻辑思维, 就是利用对几何元素在空间的推理过程, 设计出解题方案, 然后在投影图上解决定位问题或度量问题。无论是静态的想象还是动态的思维, 均属于形象思维方式。在学习的过程中, 要使自己善于使用这种思维方式。

2) 掌握学习方法, 提高空间想象能力, 是一个渐进的过程, 每个人的进程也各不相同, 只要根据自己的经验, 不断总结, 不断努力, 就一定能够完成本课程的任务。

3) 画法几何学的另一个特点就是其实践性。理论上解决的问题, 必须在投影图上体现出来并最终加以完成, 而且要达到一定的精确程度, 因此需要认真完成必要的作业, 才能真正掌握课程的内容。

总之, 画法几何学的理论具有完整性和系统性, 它的课程学习有一个鲜明的特点, 就是用作图来培养空间逻辑思维和想象能力。即在学习的过程中, 始终必须将平面上的投影与想象的空间几何元素结合起来。这种平面投影分析与空间形体想象的结合, 是二维思维与三维思维间的转换。而这种转换能力的培养, 只能逐步做到。首先, 听课是学习课程内容的重要手段。课程中各章节的概念和难点, 通过教师在课堂上形象地讲授, 容易理解和接受。其次, 必须认真地解题, 及时完成一定数量的练习题, 这样就有了一定的量的积累。作图的过程是实现空间思维分析的过程, 也是培养空间逻辑思维和想象能力的过程。只有通过解题、作图, 才能检验是否真正地掌握了课堂上所学的内容。要密切联系与本课程有关的初等几何知识, 着重训练二维与三维的图示和图解的相互转换。第三, 由于画法几何独特的投影描述, 常表现为重叠的线, 因而做题时的空间逻辑思维过程, 无法一目了然地表现出来, 时间久了很难回忆起, 容易忘记。建议解题时, 用文字将步骤记录下来, 对照复习, 这样才能温故知新, 熟练掌握所学的内容。

# 第一章 投影的基本知识

## 第一节 投影方法概述

### 一、投影法的基本概念

当人们将物体放在光源和预设的平面之间时，在该平面上便呈现出物体的影像。如果将这种自然现象加以几何抽象，就可得到投影方法。

如图 1-1 所示，设定平面  $P$  为投影面，不属于投影面的定点  $S$ （如光源）为投射中心，投射射线均由投射中心发出。通过空间点  $A$  的投射射线与投影面  $P$  相交于点  $a$ ，则  $a$  称为空间点  $A$  在投影面  $P$  上的投影。同样， $b$  也是空间点  $B$  在投影面  $P$  上的投影。

这种按几何法则将空间物体表示在平面上的方法称为投影法。投影法是画法几何学的基本理论。画法几何就是依靠投影法来确定空间几何原形在平面图纸上图形的。图 1-2 所示是以光源  $S$  为投射中心，平面  $P$  为投影面，三角板  $ABC$  为投影元素的投影体系， $abc$  是三角板  $ABC$  在平面  $P$  上的投影。

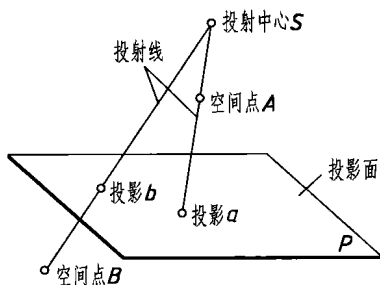


图 1-1 投影法

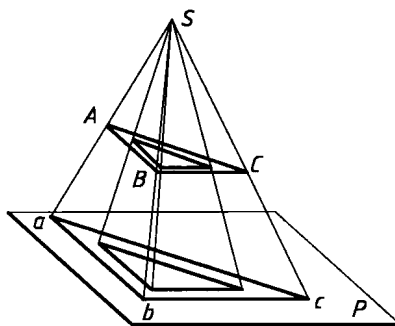


图 1-2 中心投影法

### 二、投影法的分类

#### （一）中心投影法

当投射中心距离投影面为有限远时，所有投射射线都汇交于一点（即投射中心），这种投影法称为中心投影法（图 1-1、图 1-2）。用这种方法所得的投影称为中心投影。

在中心投影法中，物体上原来平行且相等的线段，当它们距投影面的距离不等时，其投影长度也不等，而且不反映原线段的真实长度。根据中心投影法绘制的图样立体感较强，常用于绘制建筑物的外观图。

#### （二）平行投影法

当投射中心距离投影面为无限远时，所有投射射线都互相平行，这种投影法称为平行投影法。用平行投影法所得的投影称为平行投影。根据投射射线与投影面夹角的不同，平行投影法

又可分为斜投影法和正投影法。

### 1. 斜投影法

投射线倾斜于投影面，这样所得的投影称为斜投影，又称斜角投影，如图 1-3 所示。

### 2. 正投影法

投射线垂直于投影面，这样所得的投影称为正投影，又称直角投影，如图 1-4 所示。

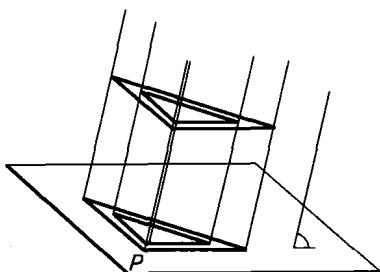


图 1-3 斜投影

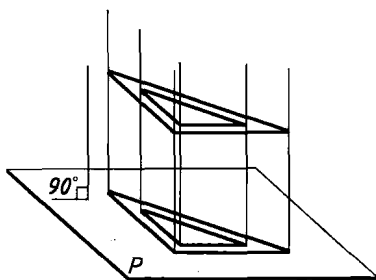


图 1-4 正投影

## 第二节 平行投影的基本性质

画法几何及投影法主要研究空间几何原形与其投影之间的对应关系，即研究它们之间内在联系的规律性，研究在投影图上哪些空间几何关系保持不变，而哪些几何关系有了变化和怎样变化，尤其是要掌握那些不变的关系，作为画图和看图的基本依据。

平行投影法的特点之一是空间的平面图形若和投影面平行，则它的投影反映真实的形状和大小，如图 1-3 和图 1-4 中的三角板。概括来讲，平行投影具有以下一些基本性质：

### 一、类似性

在平行投影中，点、直线和平面等几何元素的投影一般具有如下性质：

1) 点的投影仍为点，如图 1-1 所示。

2) 在一般情况下，直线的投影仍为直线，如图 1-5 所示。因为通过空间直线  $AB$  上各点的投射线形成一平面，此平面与投影面  $P$  的交线  $ab$  必为直线，而且是直线  $AB$  在  $P$  面上的投影。同理，平面图形的投影一般仍为原图形的类似形，如图 1-3 和图 1-4 所示。

### 二、实形性

平行于投影面的直线或平面，其投影反映原直线的实长或原平面图形的实形。投影的这种性质称为实形性，如图 1-3 和图 1-4 所示。

### 三、平行性

在空间彼此平行的两直线其投影仍互相平行，如图 1-5 所示。这是因为通过两平行直线  $AB$  和  $CD$  的投射线所形成的两平面  $ABab$  和  $CDcd$  互相平行，而两平行平面与同一投影面的交线必平行，即  $ab \parallel cd$ 。

### 四、从属性

属于直线的点，其投影仍属于直线的投影。如图 1-6 所示，已知点  $H$  属于直线  $EF$ ，则  $H$  点的投影  $h$  仍属于直线  $EF$  的投影  $ef$ 。

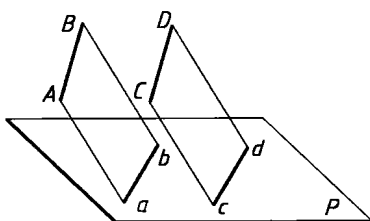


图 1-5 平行两直线

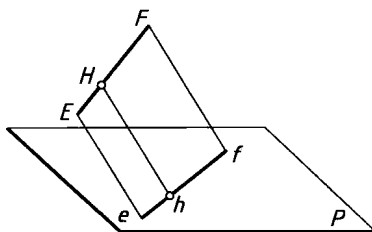


图 1-6 属于直线上的点

### 五、积聚性

平行于投射线的直线或平面，其投影有积聚性。在图 1-7 中，平行于投射线  $S$  的直线  $AB$ ，其投影积聚为点  $a(b)$ ；平行于投射线  $S$  的平面  $ABCFED$ ，其投影积聚成直线  $a(b)(e)dfc$ 。通常把直线投影成点或平面投影成直线的这种性质称为积聚性，其投影称为有积聚性的投影。

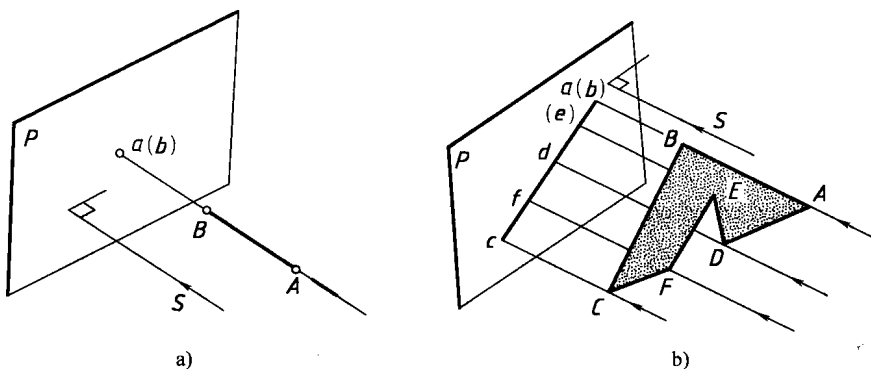


图 1-7 投影的积聚性

### 六、定比性

点分线段之比投影后保持不变。如图 1-6 所示，点  $H$  在直线  $EF$  上，则  $h$  必落在  $ef$  上，同时，点  $H$  分  $EF$  成定比  $EH : HF$ ，则点  $H$  的投影  $h$  也分  $EF$  的投影  $ef$  成相同比例，即  $EH : HF = eh : hf$ 。因为同一平面内两直线 ( $EF$  和  $ef$ ) 被一组平行线 ( $Ee // Hh // Ff$ ) 所截，所截得的各线段对应成比例。

上述规律均可用初等几何的知识得到证明。

特别强调指出：工程上用的投影图必须能够准确、唯一地反映空间的几何关系。能否根据投影图唯一地确定空间几何关系呢？

事实上，只凭一个投影不能反映唯一的空间情况。如图 1-5 和图 1-8 所示，投影图上有相互平行的两直线  $ab // cd$ ，但对应到空间可能是图 1-5 中相互平行两直线  $AB$  和  $CD$ ，也可能是图 1-8 中不平行的两直线  $AB$  和  $CD$ 。又如图 1-6 和图 1-9 所示，投影图上点  $h$  属于线段  $ef$ ，但对应到空间的点  $H$  可能是属于线段  $EF$  (见图 1-6)，也可能不属于线段  $EF$  (见图 1-9)。再如图 1-10 所示，投影图表示的可能是几何体 I，也可能是几何体 II，还可能是其他形状的几何体。

这是因为一个空间点有唯一确定的投影，如图 1-1 所示，每一条确定的投射线与投影面

只能交于一点。但点的一个投影却不能唯一确定该点的空间位置,如图 1-11 所示,当投射方向确定时,投影  $a$  可以对应于投射线的任意点  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3\cdots$ ,也就是说,其空间的点是不确定的。

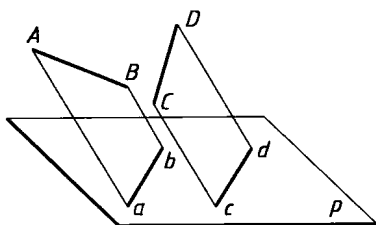


图 1-8 空间两直线不平行

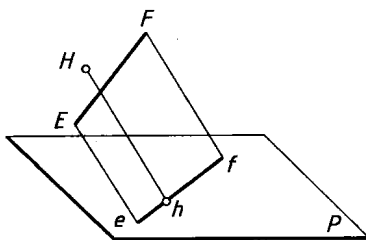


图 1-9 不属于直线上的点

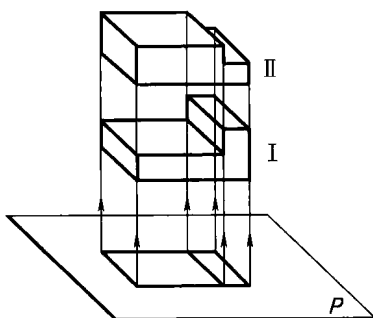


图 1-10 一个投影不能确定空间几何体

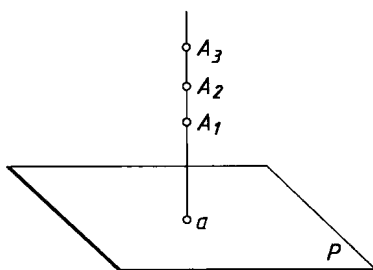


图 1-11 点的空间位置不能确定

根据上述性质可知,用平行投影(尤其是正投影)绘制物体的投影图时,因度量性好,绘制方便,故在工程界得到广泛的应用。

工程上常用的投影图有:正投影图、轴测投影图、标高投影图和透视投影图等。机械制造业用得最广泛的是正投影图,也常采用轴测投影图。

### 第三节 工程上常用的投影图

#### 一、正投影图

用正投影法绘制的图样称为正投影图。

为了使物体的投影能反映其某一个方向的真实形状,通常总是使物体的主要平面平行于投影面,如图 1-12a 所示。但物体上垂直于投影面的平面,经投影后将积聚为直线,所以仅凭物体的一个投影尚不能表达整个物体的完整形状。为此,可设立多个投影面,并将物体分别向各个投影面进行投射,从而得到一组正投影图,以反映物体的完整形状。例如,在图 1-12 中,取三个互相垂直的投影面  $V$ 、 $H$ 、 $W$ ,使它们形成一个互为直角的三投影面体系。投射时,先使物体的主要平面尽量平行于各投影面,而将物体分别向三个投影面进行投射;然后,固定  $V$  面,将  $H$  面和  $W$  面分别绕它们与  $V$  面的交线旋转,直至与  $V$  面重合,如图 1-12b 所示。这样,按照一定关系组合在一起的三个投影就能表达整个物体的形状。

正投影图能反映物体的真实形状,绘制时度量方便,所以是工程界最常用的一种投影

图。其缺点是立体感较差，看图时必须将几个投影互相对照，才能想象出物体的形状，因而没有学习过制图的人不易读懂。

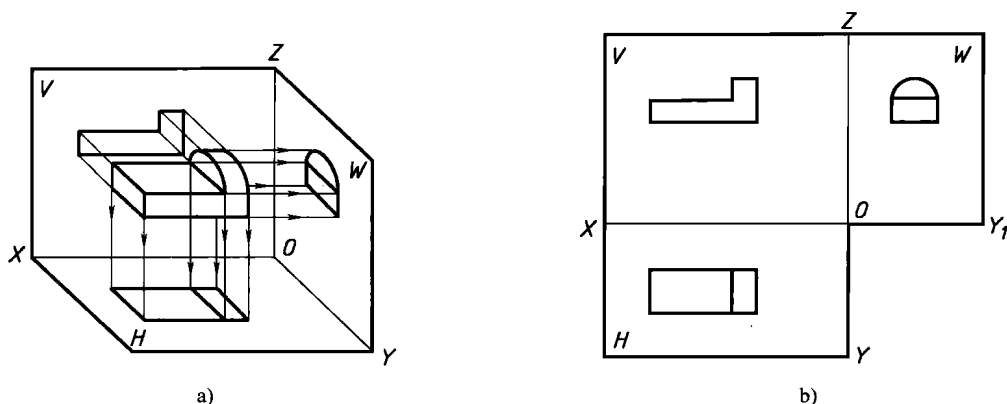


图 1-12 物体的正投影

a) 直观图 b) 投影图

## 二、轴测投影图

利用平行投影法把物体向单一的投影面上投射时，如果所得的投影同时反映物体长、宽、高三个方向的形状，这种投影图称为轴测投影图，简称轴测图，如图 1-13 所示。

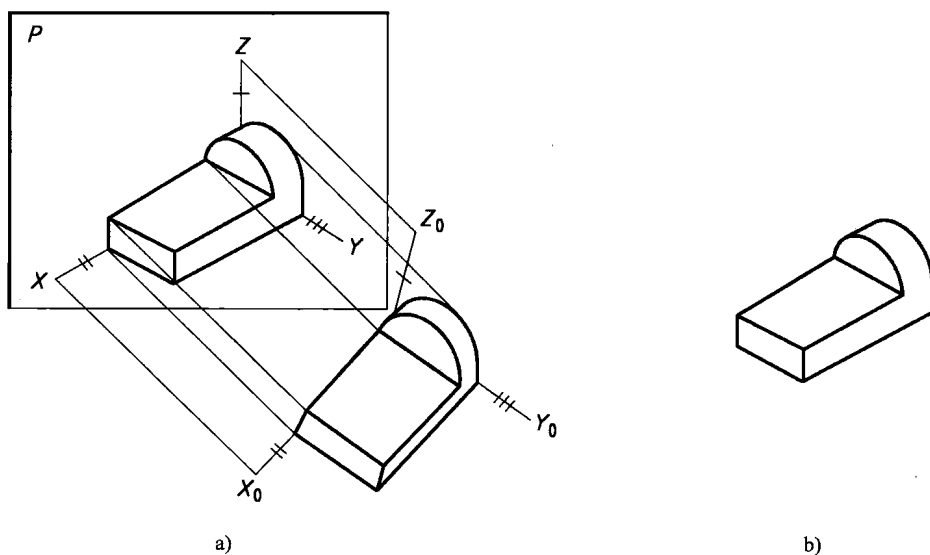


图 1-13 轴测投影

a) 轴测投影的形成 b) 轴测图

根据正投影法绘制的轴测图称为正轴测图，根据斜投影法绘制的轴测图称为斜轴测图。

轴测图虽然能同时反映物体三个方向的形状，但不能同时反映各表面的真实形状和大小，所以度量性较差，绘制不便。轴测图以其良好的直观性，经常用作书籍、产品说明书中的插图或工程图样中的辅助图样。

### 三、标高投影图

标高投影是用正投影法获得空间几何元素的投影之后,再用数字标出空间几何元素对投影面的距离,以在投影图上确定空间几何元素的几何关系。

图 1-14a 表示了某曲面标高投影的形成,图 1-14b 是其标高投影。图中一系列标有数字的曲线称为等高线。标高投影常用来表示不规则曲面,如船舶、飞行器、汽车曲面以及地形等。

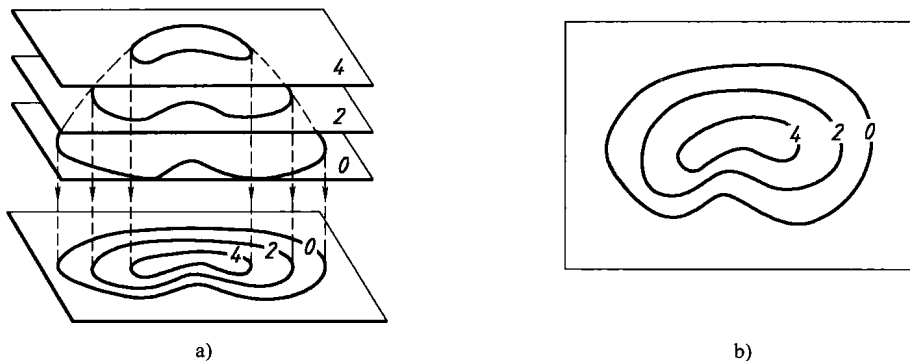


图 1-14 标高投影

a) 曲面的标高投影 b) 曲面的标高投影

对于某些复杂的工程曲面,往往采用标高投影和正投影结合的方法来表达。

### 四、透视投影图

透视投影(透视图)是根据中心投影法绘制的,它与照相成影的原理相似,图形接近于视觉映像,这种图符合人眼的视觉效果,看起来比较自然,尤其是表示庞大的物体时更为优越。

透视图富有真实感、直观性强。图 1-15 所示是某一几何体的一种透视投影。由于采用中心投影法,所以空间平行的直线,有的在投射后就不平行了。

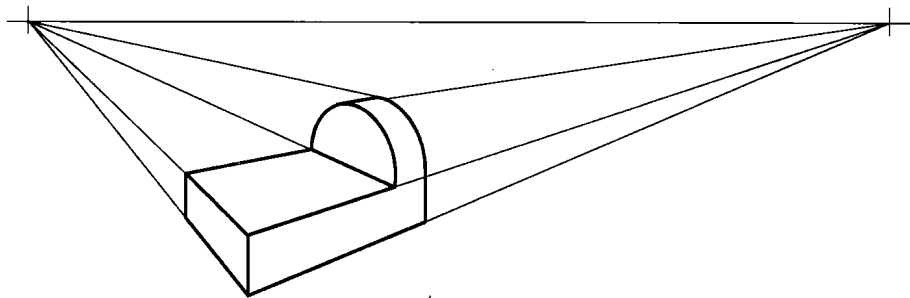


图 1-15 透视投影

透视图按主向灭点可分为:一点透视(心点透视、平行透视)、两点透视(成角透视)和三点透视。

三点透视一般用于表现高大的建筑物或其他大型的产品设备。

透视投影广泛用于工艺美术及宣传广告图样。虽然它直观性强,但由于作图复杂且度量性差,故在工程上只用于土建工程及大型设备的辅助图样。若用计算机绘制透视图,可避免人工作图过程的复杂性。因此,在某些场合广泛地采用透视图,以取其直观性强的优点。

## 第二章 点和直线

任何物体的表面总是由点、线和面围成的，要画出物体的正投影图，必须研究组成物体的基本几何元素点、线、面的投影特性和画图方法。本章介绍点、直线的投影。若没有特殊指明时，后面所提到的“投影”均是正投影。

### 第一节 点的投影

#### 一、点在两投影面体系中的投影

由绪论可知：根据点的一个投影，不能唯一确定点的空间位置。因此，确定一个空间点至少需要两个投影。在工程制图中通常选取相互垂直的两个或多个平面作为投影面，将几何形体向这些投影面作投影，形成多面投影。

##### （一）两投影面体系的建立

如图 2-1 所示，建立两个相互垂直的投影面  $H$ 、 $V$ ， $H$  面是水平放置的， $V$  面是正对着观察者直立放置的，两投影面相交，交线为  $OX$ 。

$V$ 、 $H$  两投影面组成两投影面体系，并将空间分成了四个部分，每一部分称为一个分角。它们在空间的排列顺序为 I、II、III、IV，如图 2-1 所示。

我国的国家标准《技术制图》和《机械制图》规定将机件放在第 I 分角进行投影，因此本书主要介绍第 I 分角投影。

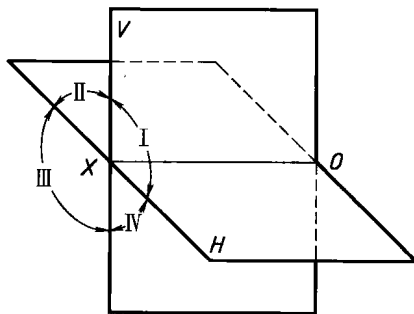


图 2-1 两投影面体系

##### （二）点的投影规律

###### 1. 术语及规定

（1）术语 如图 2-2a 所示。

水平放置的投影面称为**水平投影面**，用  $H$  表示，简称  $H$  面。

正对着观察者与水平投影面垂直的投影面称为**正立投影面**，用  $V$  表示，简称  $V$  面。

两投影面的交线称为**投影轴**， $V$  面与  $H$  面的交线用  $OX$  表示。

空间点用大写字母（如  $A$ 、 $B$ …）表示。

在水平投影面上的投影称为**水平投影**，用相应的小写字母（如  $a$ 、 $b$ …）表示。

在正立投影面上的投影称为**正面投影**，用相应的小写字母加一撇（如  $a'$ 、 $b'$ …）表示。

（2）规定 图 2-2a 所示为点  $A$  在两投影面体系的投影直观图。空间点用空心小圆圈表示。

为了使点  $A$  的两个投影  $a$ 、 $a'$  表示在同一平面上，规定  $V$  面保持不动， $H$  面绕  $OX$  轴按图示的方向旋转  $90^\circ$  与  $V$  面重合。这种旋转摊平后的平面图形称为点  $A$  的投影图，如图 2-2b 所示。投影面的范围可以任意大，为了简化作图，通常在投影图上不画它们的界线，只画出

两投影和投影轴  $OX$ ，如图 2-2c 所示。投影图上两个投影之间的连线（如  $a$ 、 $a'$  的连线）称为投影连线。在投影图中，投影连线用细实线画出，点的投影用空心小圆圈表示。

## 2. 点的两面投影

设在第一分角内有一点  $A$ ，如图 2-2a 所示。由点  $A$  分别向  $H$  面和  $V$  面作垂线  $Aa$ 、 $Aa'$ ，其垂足  $a$  称为空间点  $A$  的水平投影，垂足  $a'$  称为空间点  $A$  的正面投影。如果移去点  $A$ ，过水平投影  $a$  和正面投影  $a'$  分别作  $H$  面和  $V$  面的垂线  $aa$  和  $a'a$ ，两垂线必交于  $A$  点。因此，根据空间一点的两面投影，可以唯一确定空间点的位置。

图 2-2c 所示是点  $A$  的两面投影。

通常采用图 2-2c 所示的两面投影图来表示空间的几何原形。

## 3. 点的投影规律

1) 点  $A$  的正面投影  $a'$  和水平投影  $a$  的连线必垂直于  $OX$  轴，即  $aa' \perp OX$ 。

在图 2-2a 中，垂线  $Aa$  和  $Aa'$  构成了一个平面  $Aaa_xa'$ ，它垂直于  $H$  面，也垂直于  $V$  面，则必垂直于  $H$  面和  $V$  面的交线  $OX$ 。所以平面  $Aaa_xa'$  上的直线  $aa_x$  和  $a'a_x$  必垂直于  $OX$ ，即  $aa_x \perp OX$ ， $a'a_x \perp OX$ 。当  $a$  随  $H$  面旋转至与  $V$  面重合时， $aa_x \perp OX$  的关系不变。因此投影图上的  $a$ 、 $a_x$ 、 $a'$  三点共线，且  $aa' \perp OX$ 。

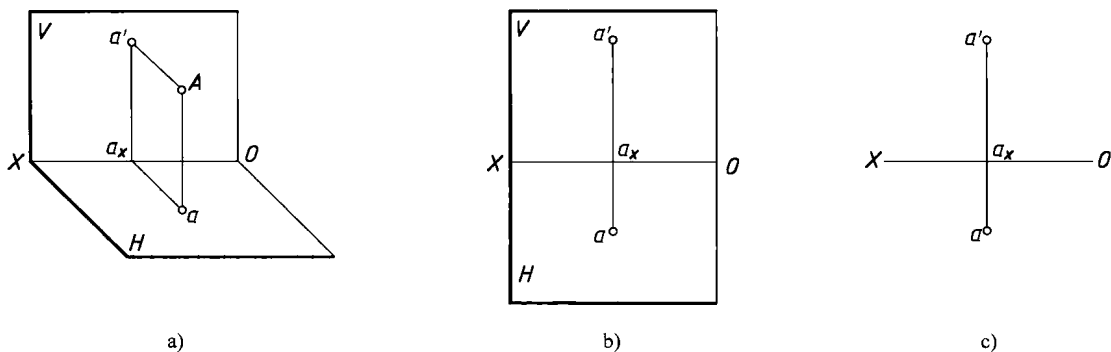


图 2-2 两投影面体系第 I 分角中点的投影图

2) 点  $A$  的正面投影  $a'$  到  $OX$  轴的距离等于点  $A$  到  $H$  面的距离，即  $a'a_x = Aa$ ；其水平投影  $a$  到  $OX$  轴的距离等于点  $A$  到  $V$  面的距离，即  $aa_x = Aa'$ 。

由图 2-2a 可知， $Aaa_xa'$  为一矩形，其对边相等，所以  $a'a_x = Aa$ ， $aa_x = Aa'$ 。

## (三) 点在两投影面体系中各种位置的投影

空间点在两投影面体系中的各种位置概括起来有三种情况：① 点在各分角内；② 点在投影面内；③ 点在投影轴上。

### 1. 其他分角内点的投影

图 2-3 所示为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点分别位于 I、II、III、IV 分角中的投影直观图和投影图。

从投影图中可以见到，各点的投影完全符合点的投影规律，但由于投影面展开时，规定  $V$  面不动， $H$  面的前半部分向下旋转与  $V$  面的下半部分重合，后半部分向上旋转与  $V$  面的上半部分重合。因此，位于不同分角内点的两面投影对  $OX$  轴的位置也各不相同，具体分布情况以及投影特点，读者可根据直观图和投影图自行分析。

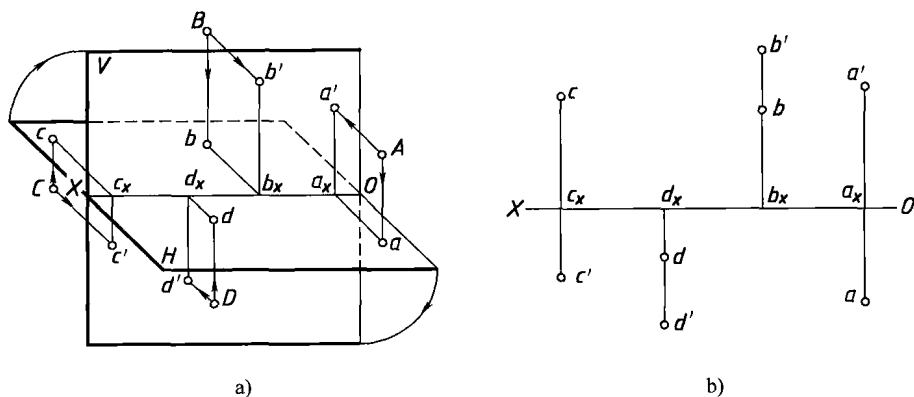


图 2-3 各分角中点的投影

## 2. 特殊位置点的投影

在特殊情况下, 点也可以位于投影面上和投影轴上。

(1) 投影面上点的投影 如图 2-4 所示, 点  $A$  和点  $B$  分别在  $V$  面和  $H$  面内。它们的投影图特点是:

- 1) 点的一个投影在  $OX$  轴上。
- 2) 点的另一个投影与空间点本身重合。

(2) 投影轴上点的投影 如图 2-4 所示, 点  $C$  在  $OX$  轴上。其投影图特点是: 点的两个投影均与空间点重合在  $OX$  轴上。

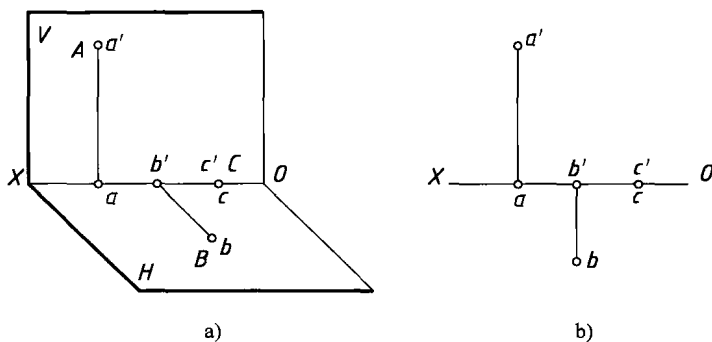


图 2-4 特殊位置点的投影

**例 2-1** 如图 2-5a 所示, 根据点  $A$  的直观图, 画出其投影图。

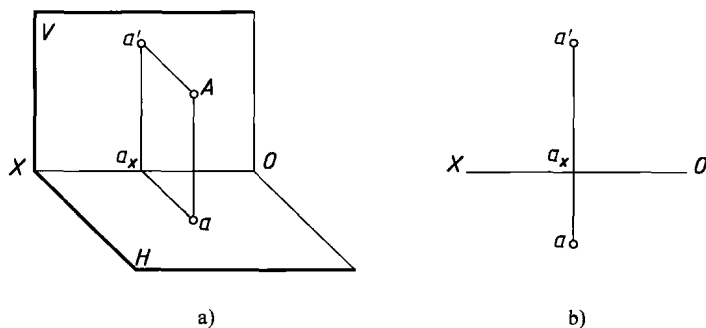


图 2-5 点投影的直观图和投影图