

A study on students'
geometry literacy from the
perspective of
international mathematics curriculum

国际数学课程 视野下的 学生几何素养研究

Su hong yu

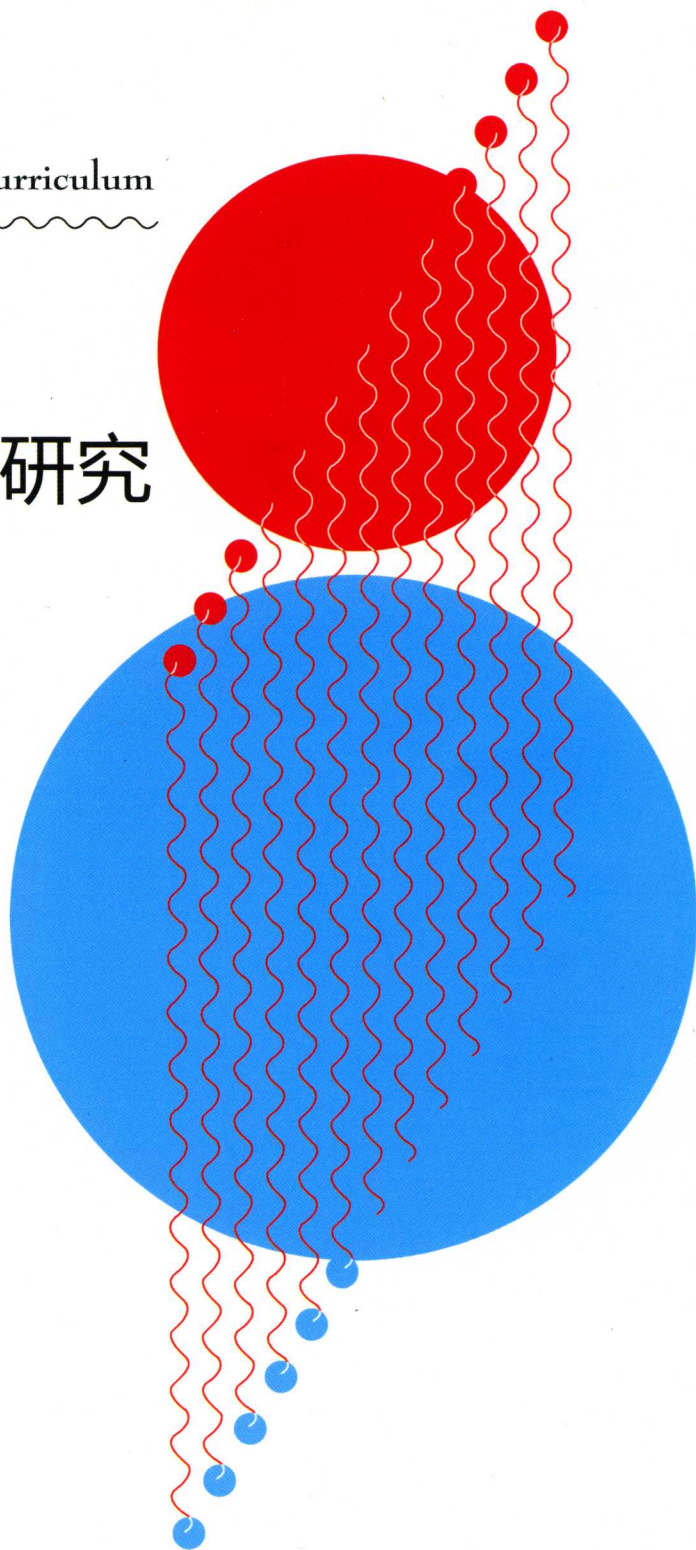
苏洪雨 / 著



NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS

WWW.NENUP.COM

东北师范大学出版社



Guoji Shuxue Kecheng
Shiye Xia De
Xuesheng Jihe Suyang Yanjiu

国际数学课程 视野下的 学生几何素养研究

Su hong yu

苏洪雨 / 著



NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS
WWW.NENUP.COM

东北师范大学出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

国际数学课程视野下的学生几何素养研究 / 苏洪雨
著. —长春: 东北师范大学出版社, 2015. 5
ISBN 978-7-5681-0871-3

I. ①国… II. ①苏… III. ①中学数学课—教学研究
IV. ① G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 112290 号

□责任编辑: 张志文 □封面设计: 凤凰树文化
□责任校对: 林香云 □责任印制: 刘海远

东北师范大学出版社出版发行
长春净月经济开发区金宝街 118 号 (邮政编码: 130017)

电话: 0431—85687213

传真: 0431—85691969

网址: <http://www.nenup.com>

电子函件: sdcbbs@mail.jl.cn

北京凤凰树文化艺术发展有限公司制版

三河市宏顺兴印刷有限公司印装

2015 年 7 月第 1 版 2015 年 7 月第 1 次印刷

幅面尺寸: 170mm×240mm 印张: 17.5 字数: 165 千

定价: 52.00 元

内容提要

学生的几何素养，是指学生在解决具有一定背景问题的过程中，面对不同形式的几何对象，使用适当的几何知识和技能进行探究，表现出的几何思维水平和几何应用能力，这个能力的表现受到学生几何信念和对几何文化理解的影响。

基于对国际视野下的几何课程与教学的理解，本研究通过解析几何素养的内涵，以及构建几何素养评价模型，对当前我国初中生的几何素养进行评价与分析。

研究工作主要包括三个方面：

第一，解析几何素养内涵，构建评价模型。

在分析世界各国或地区几何课程的基础上，通过对数学家、中学数学教师的访谈，本研究讨论了几何素养的内涵，确定了评价几何素养的四个主要因素和两个一般因素。其中，主要因素包括：几何知识、能力、应用和背景；一般因素是几何信念和几何文化。根据数学家和中学数学教师对不同因素的重视程度，确定各个主要因素在几何素养中的权重，从而构建评价几何素养的体系和模型。

第二，中学生几何素养的评价分析。

在设计出评价学生几何素养的体系和模型之后，本研究对 800 多名七年级和八年级的学生进行了测试和调查。由几何素养评价模型，结合学生的回答结果，本研究将学生的几何素养分为五个水平，分别是孤立性、功能性、多元性、综合性和评判性。调查分析发现，初中生的几何素养主要表现为功能性水平和多元性水平，七、八年级的学生表现有显著性差异。其中，七年

级学生的几何素养表现以孤立性水平和功能性水平为主；八年级学生的几何素养主要在功能性水平和多元性水平。除了对学生总体几何素养进行分析之外，本研究还对学生在几何素养各个评价维度上进行了定量的分析。

第三，基于项目的学生几何素养研究。

为了了解学生几何素养的发展，本研究结合几何项目活动，全息探究学生几何素养的表现。研究发现，学生在项目活动中的几何素养有四个特点：综合性、交互性、过程性和应用性。几何项目活动能够较好地促进学生几何素养的发展。学生在项目活动中表现出不同的几何素养水平，这主要是项目活动主题的选择和学生自身的几何素养所造成的。

本研究从学生学习几何的各个维度综合地评价学生的几何素养，这是一个新的尝试，也是未来研究的一个起点。研究中所建立的几何素养评价体系，还需要更多实践的检验，从而能够更加合理、准确地评价学生的几何素养。

ABSTRACT

Geometric literacy is a student's capacity to identify different geometry objects and inquire problems with geometry knowledge and skills, the situation and contexts that are used as sources of stimulus materials and in which problems are posed. Students' geometry thinking levels and the capacity of application are assessed according to students' problem solving, geometry believes and the understanding of geometry culture.

Based on analyzing the geometric curriculum and instruction, the meaning of geometric literacy was founded and the model of assessment of a student's geometric literacy was constructed.

The research was mainly composed of three parts:

The first one was to find the meaning of geometric literacy and construct a model of the students' geometric literacy assessment.

In order to find the meaning of geometric literacy, the curriculums and instructions of ten countries and areas were discussed, and the researcher interviewed mathematicians and high school mathematics teachers. It is useful for researcher to identify a number of aspects of geometric literacy. Four major factors and two minor factors were identified by analyzing the curriculum and the interviews. The major factors are: geometric knowledge, competencies, application and situation; the minor factors are students' geometric believes and understanding of geometric culture. The weightiness of every factor was decided by geometric curriculums, mathematicians and high school mathematics teachers. So, a model for evaluating students'

geometric literacy was established.

The second one was to assess students' geometric literacy by the model. More than 800 students were tested and investigated. With the model and students' response, student scores were grouped into five proficiency levels, according to these levels, the geometric literacy levels are: insulation, functionality, multi-structural, synthesis, criticism. We found that most high school students were at level 2 and level 3. There was a significant difference between the students' geometric literacy in grade 7 and grade 8. Most students in grade 7 were at level 1 and level 2, and students in grade 8 were at level 2 and level 3. Except the analysis of the geometric literacy, we discussed all the factors that affected the geometric literacy.

The third one was to study students' geometric literacy based on the project. With the project-base geometry, the research on the development of geometric literacy was carried out. We found there were 4 features about geometric literacy: synthesis, alternation, developing and application.

The research was about the assessment of students' geometric literacy by assessing all kinds of factors affected the literacy. This is a new method for the assessment of students' geometric literacy, maybe it is a start for the further study.

目 录

第1章 引 言	(1)
1.1 影子的启示	(1)
1.2 研究背景	(3)
1.3 研究的必要性	(5)
1.4 问题的阐述	(7)
1.5 知识结构	(8)
第2章 文献综述	(10)
2.1 素养与素质	(11)
2.2 数学素养	(14)
2.3 几何素养	(22)
2.3.1 几何课程	(23)
2.3.2 几何思维	(24)
2.4 文献述评总结	(30)
第3章 研究方法	(32)
3.1 研究的理论背景	(32)
3.1.1 布鲁姆的教育目标分类	(32)
3.1.2 SOLO 分类法	(34)
3.1.3 扎根理论	(35)
3.2 研究对象	(35)

3.2.1	教育工作者	(35)
3.2.2	学校	(35)
3.2.3	学生	(36)
3.3	研究工具	(36)
3.3.1	访谈	(36)
3.3.2	测试题	(37)
3.3.3	调查问卷	(37)
3.3.4	录像分析	(38)
3.4	数据收集	(38)
3.5	数据处理和分析	(39)
3.6	研究方法的优点和局限	(39)
3.7	研究方法总结	(40)
第4章	关于学生几何素养内涵的调查与分析	(42)
4.1	国际数学课程视野下的几何素养	(42)
4.1.1	国际课程视野下几何素养内涵的分析	(45)
4.2	数学家视野下的几何素养	(51)
4.2.1	几何研究什么? 它的作用是什么?	(52)
4.2.2	几何的内容	(55)
4.2.3	几何技能和能力	(55)
4.2.4	几何中的思想方法	(56)
4.2.5	空间想象能力	(56)
4.2.6	几何中的推理	(57)
4.2.7	几何的应用和创造	(58)
4.2.8	几何文化和信念	(58)
4.3	数学教育工作者对几何素养的理解	(59)
4.3.1	对于几何内容应该怎样备课?	(60)
4.3.2	几何知识包括哪些?	(62)

4.3.3 几何能力包括哪些?	(62)
4.3.4 几何中的思想方法	(64)
4.3.5 影响几何素养的其他因素	(65)
4.4 本章总结	(68)
第5章 几何素养评价的指标和模型设计	(69)
5.1 几何素养的评价维度	(69)
5.2 对几何素养评价维度的探究	(73)
5.2.1 几何知识	(74)
5.2.2 几何技能	(79)
5.2.3 几何能力	(91)
5.2.4 几何应用	(100)
5.2.5 几何背景	(115)
5.2.6 几何文化和信念	(121)
5.3 影响几何素养的因素之权重分析	(122)
5.3.1 课程角度的几何素养指标权重分析	(122)
5.3.2 数学家角度的几何素养指标权重分析	(126)
5.3.3 中学教师角度的几何素养指标权重分析	(126)
5.3.4 几何素养的维度及指标的权重	(127)
5.4 几何素养的评价体系的模型构建	(128)
5.5 本章总结	(130)
第6章 中学生几何素养的评价分析	(131)
6.1 被试	(131)
6.2 测试题与程序	(131)
6.2.1 预测试	(132)
6.2.2 测试题	(133)
6.3 学生几何素养的水平划分	(137)

6.3.1	水平1: 孤立性水平	(137)
6.3.2	水平2: 功能性水平	(138)
6.3.3	水平3: 多元性水平	(140)
6.3.4	水平4: 综合性水平	(141)
6.3.5	水平5: 评判性水平	(143)
6.4	学生几何素养的评价分析	(144)
6.4.1	学生几何素养的总体表现	(144)
6.4.2	学生在各个维度上的表现	(150)
6.5	几何信念	(178)
6.5.1	学习几何, 靠天分, 靠老师, 还是靠自己的努力?	(179)
6.5.2	要选择学习几何吗?	(180)
6.5.3	几何推理对哪些方面有帮助?	(181)
6.5.4	如何证明定理?	(182)
6.6	几何文化	(183)
6.7	本章总结	(185)
第7章	基于项目活动的学生几何素养研究	(188)
7.1	学生几何素养评价的挑战	(188)
7.1.1	“全等与变换”的数学项目活动案例	(188)
7.1.2	学生评价、数学项目活动和几何素养	(189)
7.2	研究方法	(191)
7.2.1	几何项目活动的开展	(191)
7.2.2	数据资源	(193)
7.2.3	理论基础	(193)
7.2.4	编码	(194)
7.2.5	研究对象	(196)
7.3	结果	(196)
7.3.1	项目活动中的学生几何素养内涵	(196)

7.3.2 学生几何素养的发展·····	(207)
7.3.3 项目活动中的学生几何素养的比较·····	(216)
7.4 本章总结·····	(222)
第8章 研究的结论和展望·····	(224)
8.1 国际视野下几何素养评价体系的建立·····	(224)
8.1.1 几何素养的内涵·····	(224)
8.1.2 几何素养的评价体系·····	(225)
8.2 当前初中生几何素养水平评价·····	(229)
8.3 在学习过程中发展学生的几何素养·····	(231)
8.4 研究过程的反思和展望·····	(231)
附录1: 关于中学生几何素养的访谈问卷 (数学专家) ·····	(234)
附录2: 基于问题情境的几何素养访谈问卷——初中教师 ·····	(236)
附录3: 基于问题情境的几何素养访谈问卷——高中教师 ·····	(238)
附录4: 初一年级基本几何素养测试 (预测题) ·····	(240)
附录5: 七年级和八年级几何测试题 ·····	(244)
附录6: 关于几何信念和几何文化的问卷·····	(247)
参考文献 ·····	(250)
后 记 ·····	(261)

第 1 章 引 言

1.1 影子的启示

2007 年秋，某中学七年级课堂，我正在给 70 名学生讲授“变化的图形”数学专题内容．其中例 1-1 是一个关于正方体展开图的问题．

例 1-1 图 1-1 中有一个正方体的纸盒，在它的三个侧面分别画有三角形、正方形和圆，现用剪刀沿着它的棱剪成一个平面图形，则展开图应当是（ ）

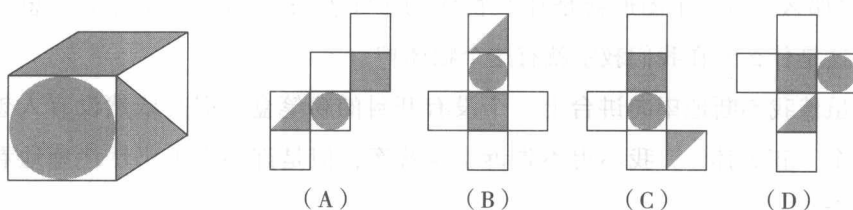


图 1-1

看到学生都能很快地解答出例 1-1，我又在黑板上画出三个图形（如图 1-2）．



图 1-2

这是生活中的一个物体在不同角度光线下的影子，猜猜看，这个物体是什么形状的？

全班鸦雀无声，过了5分钟，依然没有人举手回答。

“这个问题很难吗？例1-1你们怎么做得那么快？”

“因为例1-1我们做过很多类似的了！”学生们异口同声地说。

“那这个问题会不会做？没有做过吧……那就现在想一想，这是一个什么物体呢？”

“正方形！”

“长方形？”

“我知道，平行四边形。”

看到我笑而不答，学生不再乱猜了，都瞪着我，似乎很想知道答案。

又过了几分钟，还是没有学生答出来。

“大家想一想，晚上手电筒从不同的角度照射一张桌子，影子一样吗？”

“不一样！”

“那么，这三个图形会是什么物体的影子？发挥你的想象能力，想象一下，这是什么？在我们教室就有这个物体！”

虽然我不断地望向讲台上一个没有开封的粉笔盒，但是依然没有人想到是一个“正方体”。我不得不告诉学生答案，但是许多学生仍然迷惑地看着粉笔盒。

他们真的不能把这三个影子和粉笔盒联系起来吗？

有的学生若有所思，并且在纸上画了起来；而有的紧锁眉头，不知所措。

.....

学生真的缺乏这种对图形的感知能力吗？他们的空间想象是怎样的呢？几何课培养了学生哪些相关的能力？我们需要这种对空间感知的能力吗？这是否就是一种素养呢？

这是引发本研究的一个因素！

1.2 研究背景

20 世纪 90 年代,在中国提得最多的莫过于“素质教育”了.1993 年,国务院印发的《中国教育改革和发展纲要》指出:中小学要由“应试教育”转向全面提高国民素质的轨道,面向全体学生,全面提高学生的思想道德、文化科学、劳动技能和身体心理素质,促进学生生动活泼地发展.这就是“素质教育”,也就是为实现教育方针规定的目标,着眼于受教育者群体和社会长远发展的要求,以面向全体学生、全面提高学生的基本素质为根本目的,以注重开发受教育者的潜能,促进受教育者德智体美等方面生动活泼地发展为基本特征的教育(中央教育科学研究所,2003).素质教育所要培养人的合理素质结构,包括生理的、心理的、思想的、文化的素质(李岚清,2003).2001 年,教育部印发了《基础教育改革纲要(试行)》,全面推进素质教育(中华人民共和国教育部,2001).

在提倡素质教育的大环境中,数学教育在培养学生方面也要走出“应试教育”的阴影.继 1992 年的《初级中学数学教学大纲》首次提出“数学素养”以来(中华人民共和国教育部,1992),1996 年的《全日制普通高级中学数学教学大纲》也提出“使学生在高中阶段受到数学教育,提高数学素养,对于提高全民族素质,为培养社会主义现代化建设所需要的人才打好基础是十分必要的”(中华人民共和国教育部,1996).2000 年,初中和高中的数学教学大纲都提出相同的要求.尽管“素质教育”、“数学素养”提出了很多年,但是我们却没有统一的认识,以及明确的相关概念.正如《数学素质教育设计要点》(张奠宙,1992)指出的:

中国的基础教育正在从“应试教育”向“素质教育”转轨.那么,未来世纪的中国公民应该具有怎样的“数学素质”?看来这已经是数学教育研究的主要课题.

然而,十几年过去了,对于“数学素质”、“数学素养”的内涵,却一直成为大家争论不休的问题.与此同时,国际上日益重视对学生数学与科学素养的培养,例如美国数学教师协会(NCTM)在1989年以及2000年的《学校数学课程与评价标准》中描述了数学教学的能力观,其中针对数学素养提出了五大目标:

- 树立数学的价值观;
- 对做数学充满自信;
- 应用数学知识解决数学内部与外部的数学问题;
- 能够数学地交往;
- 能够数学的推理.

从这五点可以看出,数学素养是与数学技能、数学态度及社会能力紧密相连的.

TIMSS (Third International Mathematics and Science Study, 1997, 1999, 2003, 2007) 针对数学素养,从三个方面来评价学生:数学知识技能(包括数与数感、测量与单位、几何、比例、函数、方程、概率、统计、数据分析、证明等),数学行为与社会技能(包括日常方法的掌握、应用性问题的解决、数学思想、数学交流等),数学教学目标(包括传授合理的数学知识、传授基本的并服务于职业的知识、唤醒对数学的兴趣、传授适当的数学观念等).

PISA (The Programme for International Student Assessment, 2000, 2003, 2006) 对数学素养有这样的界定:有能力认识并理解数学在世界中的作用;能够给出基本的数学判断,并能够以某种方式去研究数学,使之服务于某个建构的、积极的、反思的公民应对当前与未来生活的需求.

Elizabeth Birr Moje (2008) 认为,在中学教育中培养学生的素养,离不开学科;也就是学科是培养学生素养的重要载体.

几何一直以来都受到人们的密切关注.在数学中,几何是一个活跃的领域,它从小学到大学为我们提供了有趣的、富有挑战的课程(Taro Fujita, etal, 2004).在几何学习中,学生将认识几何图形,研究其结构,并分析几何图形的特征和关系,培养空间想象能力和逻辑推理能力;学生也将以几何

建模的形式培养问题解决的能力。

那么基于几何内容为载体,学生应该具有什么样的素养呢?中学生在接受义务教育阶段,将在几何方面获得哪些成就?他们现在的几何素养水平又是如何呢?这是本研究的重点所在。

1.3 研究的必要性

评价学生的学业成就越来越受到研究者的关注。在我国,对学生的评价主要通过考试,然而在有限的时间内,考查的认知水平多集中于学生的记忆,而不在于理解和应用;多集中于较低层次的数学技能,而不在于高层次的数学能力;考试的主要功能在于评定学生的学术成就方面,关于他们对数学和数学学习的兴趣、态度和困难等情感领域几乎没有包括(范良火,2006)。单一的考试不能全面把握学生的数学学习情况,了解学生的数学素养。所以,对于学生数学素养的分析,应该“从认知心理和数学教育研究进行诠释,以我们作为数学的学习者和教学者的经验,对数学知识的理解和所需数学能力的判断,引导我们对学生成功的数学学习进行全面综合地认识(Jeremy Kilpatrick, 2001)。”

TIMSS (Beaton, A. E. and Pobitaille, D. F., 1999) 认为:

数学是文化活动的基本工具,这种文化工具的普及性与不可替代性是19世纪现代化过程的成果,也既是学校义务教育实施的成果。随着这种现代化过程的继续,数学已经成为国际交流的核心工具,同时也是与其他文化对话的媒介。鉴于数学的这些社会功能,对于数学素养的讨论显得格外重要。

另外,在2001年召开的CIEAEM53(数学教育研究和进步的国际委员会)中,Bazzini, L. 和 Inchley, C. W. (2002) 指出: