全国高职高专教育「十一五」规划教材

高等数学

庞进生　等主编

Higher Mathematics

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

全国高职高专教育“十一五”规划教材

高等数学

Gaodeng Shuxue

庞进生　徐肖丽　刘永建　主　编
刘庆芝　庞进丽　詹　玉　副主编

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS　BEIJING

内容提要

本书紧密结合高职高专教育教学改革的实际，在内容上既保证基础又具有特色，力争使教材具有科学性、基础性和实用性。全书共14章，主要内容有：一元函数与多元函数微积分、常微分方程、空间解析几何初步、无穷级数、线性代数等。其内容涵盖了高职高专院校各工程专业、管理专业等所必需的数学知识以及如何利用这些知识解决实际问题的方法。另外，本书还以数学实验的形式，编写了利用数学软件解决实际计算的内容，供有条件的院校选用。

本教材突破传统教材的体系，精选内容、重点突出，注重实用。可根据学生和学校的实际情况选学不同内容。

本书可作为高职高专院校、成人高校和本科院校开办的二级院校三年制各专业的数学教材，也可供工程技术人员、在职人员自学使用。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学 / 庞进生等主编. —北京：高等教育出版社，2010.9

ISBN 978-7-04-031082-5

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①庞… Ⅲ. ①高等数学-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第171054号

策划编辑 邓雁城 薛勇臻 **责任编辑** 王玲玲 **市场策划** 张鹏 **封面设计** 赵阳
责任绘图 黄建英 **版式设计** 马敬茹 **责任校对** 姜国萍 **责任印制** 陈伟光

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010－58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	**咨询电话**	400－810－0598
邮政编码	100120	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
			http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京市鑫霸印务有限公司	**畅想教育**	http://www.widedu.com
开　　本	787×1092　1/16	**版　　次**	2010年9月第1版
印　　张	24.5	**印　　次**	2010年9月第1次印刷
字　　数	600 000	**定　　价**	34.90元

物料号　31082－00

前　言

根据教育部《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》,我们组织由负责教学工作的领导和多年从事一线教学的教师,经过深入研讨,结合高职院校的专业、学生以及教学的特点编写了本教材。

教材突出“以学生发展为本”的教育思想,以“必须、够用、好用、实用”为原则,以培养学生良好的学习习惯、培养学生的创新精神为目的。该书重视基本概念、基本运算技能的训练,内容由浅入深、循序渐进,结构严谨、通俗易懂,既保持了数学学科理论体系的完整,同时又注重了数学在实际问题中的应用,重视培养学生运用数学思想和分析的方法解决实际问题,而不拘泥于理论推导和繁琐的运算。

本教材内容包括:函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及应用、常微分方程、向量与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学、无穷级数、行列式、矩阵、数学实验等,大约150个学时。打*号的章节可供不同专业选择,有些章节中的某些知识点也可供各使用者在编写教学计划时取舍。

本书可作为高职高专院校的学生用书,同时也可以作为成人高校、五年制大专以及“3+2”大专学生及工程技术人员的自学参考书。

本书由庞进生、徐肖丽、刘永建担任主编,刘庆芝、庞进丽、詹玉担任副主编,第1章、第4章由刘永建编写;第2章、第3章由徐肖丽编写;第5章、第6章由刘洪运编写;第7章、第10章由刘庆芝编写;第8章、第9章和第14章数学试验部分由詹玉编写;第11章及附录由庞进生编写;第12章、第13章由庞进丽编写,全书由庞进生、徐肖丽定稿。

由于作者水平所限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评指正。

2010年7月

目　录

第1章 函　　数

在我们周围的世界里，变化的量随处可见，变化的量之间相互制约的关系普遍存在，如行驶的汽车其路程随着速度和时间而改变，气温随时间而改变，商品的需求量随价格而改变等. 这种关系用数学的方法加以抽象和描述便得到一个重要的概念——函数，它是我们定性定量地研究各种变化的量的一个非常重要的工具.

我们在初中、高中已经学过函数的概念和性质，为了学习微积分的需要，本章将简要复习和加深理解函数的有关知识.

1.1　函数的概念

1.1.1　函数的定义

定义1　设有两个变量 x 和 y，D 为一非空数集，如果变量 x 在 D 内任意取定一个数值时，变量 y 按照某个对应关系 f 都有唯一确定的数值与之对应，则称对应关系 f 是定义在数集 D 上的一个**函数**，记作 $y=f(x)$，$x\in D$. 其中 x 称为**自变量**，y 称为**函数值**或**因变量**，x 的取值范围 D 叫做函数的**定义域**.

当 x 取遍 D 中的一切数时，与它对应的函数值的全体称为函数的**值域**.

通过函数的定义可以发现，构成函数的两个重要因素是定义域和对应关系. 显然，两个函数只有当它们的定义域和对应关系完全相同时，这两个函数才认为是相同的. 例如，函数 $y=\sin^2x+\cos^2x$ 与 $y=1$ 的定义域和对应关系完全相同，所以它们是相同的函数. 又如，函数 $y=\frac{x^2}{x}$ 与 $y=x$ 的定义域不同，所以它们是不同的函数.

例1　圆的面积 S 与它的半径 r 之间的关系由公式 $S=\pi r^2$ 确定，此式表示了圆的面积 S 与半径 r 之间的函数关系.

例2　某商场1998年第一季度各月毛线的零售量(kg)如下表：

月份 n	1	2	3
零售量 W	86	95	63

上表表示了该商场1998年第一季度月毛线零售量 W 与月份 n 之间的函数关系.

例3　某地某日的气温 T 和时间 t 是两个变量，由气温自动记录仪描得一条曲线

(如图 1-1),这个图形表示了气温 T 和时间 t(从 0 时开始)之间的函数关系,记录的时间范围是[0,24)(h).

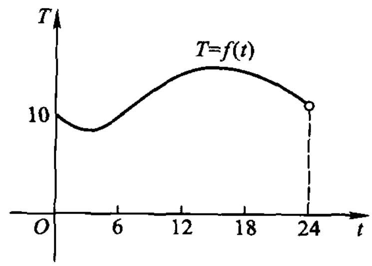


图 1-1

1.1.2 函数的定义域

定义域是构成函数的重要因素之一,因此研究函数就必须注意函数的定义域. 在考虑实际问题时,应根据问题的实际意义来确定函数的定义域. 如例 1 中函数的定义域是 $D=(0,+\infty)$,例 2 中函数的定义域是 $D=\{1,2,3\}$,例 3 中函数的定义域是 $D=[0,24)$. 对于用数学式子表示而没有说明实际背景的函数,我们约定:函数的定义域是自变量所能取的使式子有意义的一切值.

例 4 求下列函数的定义域.

(1) $y=\dfrac{1}{4-x^2}+\sqrt{x+2}$; (2) $y=\lg(3-x)+\arcsin\dfrac{x+1}{5}$.

解 (1) 要使函数有意义,需使

$$\begin{cases}4-x^2\neq 0,\\ x+2\geqslant 0,\end{cases}$$

解这个不等式组得

$$x>-2 \text{ 且 } x\neq 2,$$

因此,该函数的定义域为

$$\{x\,|\,x>-2 \text{ 且 } x\neq 2\},$$

也可用区间表示为

$$(-2,2)\cup(2,+\infty).$$

(2) 要使函数有意义,需使

$$\begin{cases}3-x>0,\\ -1\leqslant\dfrac{x+1}{5}\leqslant 1,\end{cases}$$

解这个不等式组得

$$-6\leqslant x<3,$$

因此,该函数的定义域为

$$[-6,3).$$

1.1.3 函数的表示法

表示函数,要把它的定义域和对应关系表述清楚,一般可根据函数自身的特点选择适当的方法. 常用的方法有:表格法、图像法和公式法(解析法).

1. 表格法

以表格形式表示函数的方法称为函数的表格表示法,如例 2 和数学用表中的函数都是用表格法表示的.

2. 图像法

用图形表示函数的方法称为函数的图像表示法，如例 3 中的函数就是用图像法表示的.

3. 公式法(解析法)

用数学式子表示函数关系的方法称为函数的公式表示法，也称为解析法. 如例 1 中的函数就是用公式法表示的. 在高等数学中讨论的函数基本都是用公式法表示的.

微积分中还经常碰到这样的情形，一个函数在定义域的不同部分用不同的解析式表示，这种函数叫做分段函数.

例如，函数 $y=|x|=\begin{cases}x, x\geqslant 0,\\ -x, x<0\end{cases}$ 是定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$ 的一个分段函数，当 $x\geqslant 0$ 时，$y=x$；当 $x<0$ 时，$y=-x$. 它的图形如图 1-2 所示.

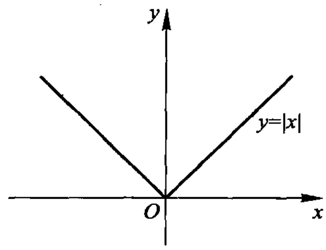


图 1-2

1.2 函数的几种特性

1.2.1 函数的奇偶性

定义 1 设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为**奇函数**；如果对任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**偶函数**.

例如，函数 $y=\sin x$、$y=x^3$ 是奇函数；函数 $y=\cos x$、$y=x^2$ 是偶函数；而 $y=\sin x+\cos x$ 既不是奇函数也不是偶函数.

奇函数的图像关于原点对称，偶函数的图像关于 y 轴对称，如图 1-3 所示.

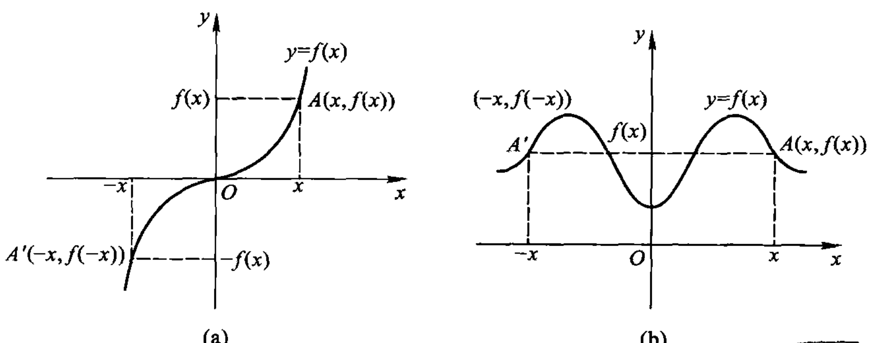


图 1-3

$\cancel{x+\sqrt{x^2+1}} \to 0$

×

例 1 判断函数 $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ 的奇偶性.

解 因为

$-x+\sqrt{(-x)^2+1}=-x+\sqrt{x^2+1}$

××

$x+\sqrt{x^2+1}$

$$f(-x)=\ln\left[(-x)+\sqrt{(-x)^2+1}\right]=\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$$
$$=\ln\frac{\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}{\sqrt{x^2+1}+x}=\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$$

$f(x)-f(-x)\neq 0$

$f(-x)+f(x)=\lg[(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)]$

$=\lg 1=0$

$$=\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{-1}=-\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=-f(x),$$

所以，$f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ 是奇函数.

1.2.2 函数的单调性

定义 2 设函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上有定义，如果对于区间 D 内任意两点 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$），则称 $f(x)$ 在区间 D 上**单调增加**（或**单调减少**），如图 1-4 所示.

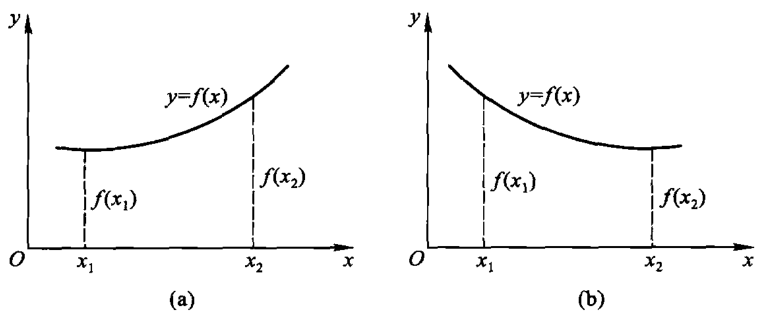


图 1-4

例 2 判断函数 $y=x^2$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上的单调性.

解 对于任意的 $x_1,x_2\in(-\infty,0)$，若 $x_1<x_2$，则有

$$x_1-x_2<0.$$

又因为 $x_1,x_2\in(-\infty,0)$，所以

$$x_1+x_2<0,$$

所以

$$f(x_1)-f(x_2)=x_1^2-x_2^2=(x_1+x_2)(x_1-x_2)>0,$$

即

$$f(x_1)>f(x_2),$$

故函数 $y=x^2$ 在区间 $(-\infty,0)$ 内是单调减少的.

1.2.3 函数的周期性

定义 3 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果存在非零常数 T，使得对任意 $x\in D$，有 $x+T\in D$ 且 $f(x+T)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**周期函数**，T 称为 $f(x)$ 的**周期**. 若 T 为函数 $f(x)$ 的一个周期，则 $kT(k\in\mathbf{Z})$ 也是 $f(x)$ 的周期. 一般地周期函数的周期通常是指它的**最小正周期**.

周期函数的图形特点是：在其定义域内间隔为 $|T|$ 的区间上，函数图形有相同的形状.

例如，函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数（如图 1-5 所示）.

1.2.4 函数的有界性

定义 4 设函数 $y=f(x)$ 在区间 D 内有定义，如果存在一个常数 $M>0$，使得对于 D 内的任意

x,都有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立,则称函数 $y=f(x)$ 在区间 D 内**有界**;如果不存在这样的数 M,则称函数 $y=f(x)$ 在区间 D 内**无界**.

例如,对于任意实数 x,都有 $|\cos x|\leqslant 1$,所以函数 $y=\cos x$ 有界;而函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 内是无界的,如图 1-6 所示.

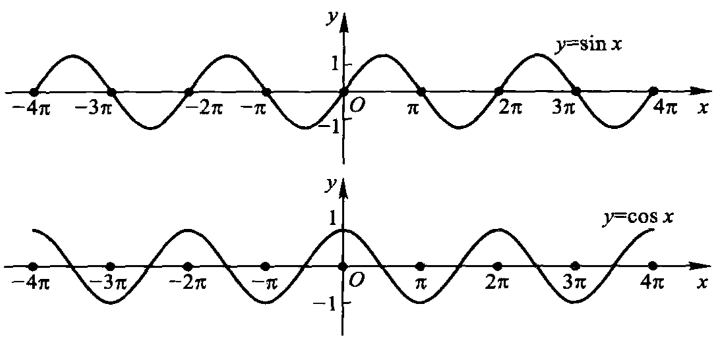


图 1-5

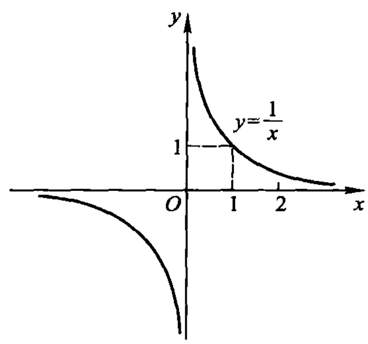


图 1-6

1.3 反函数与复合函数

1.3.1 反函数

定义 1 设有函数 $y=f(x)$,其定义域为 D,值域为 M,如果变量 y 在 M 中每取一个值时,都可以从关系式 $y=f(x)$ 中确定唯一的 $x(x\in D)$ 与之对应,那么所确定的以 y 为自变量的函数称为函数 $y=f(x)$ 的**反函数**,记作 $x=f^{-1}(y)$. 习惯上,自变量用 x 表示,所以反函数经常表示为 $y=f^{-1}(x)$.

函数 $y=f(x)$ 的图像与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

例 1 求函数 $y=\mathrm{e}^{x+1}$ 的反函数.

解 由 $y=\mathrm{e}^{x+1}$ 得 $x+1=\ln y$,从而 $x=\ln y-1$. 交换 x 和 y,得

$$y=\ln x-1.$$

所以,所求的反函数为 $y=\ln x-1(x>0)$.

1.3.2 复合函数

有时两个变量之间的关系不是直接的,而是通过另一个变量联系起来. 如函数 $y=\mathrm{e}^{\sin x}$,函数值不是直接由 x 确定,而是由 $\sin x$ 确定. 如果用 u 表示 $\sin x$,那么函数 $y=\mathrm{e}^{\sin x}$ 就可以表示成 $y=\mathrm{e}^{u}$,而 $u=\sin x$. 这说明 y 与 x 的关系是通过变量 u 确定的. 具有上述关系的函数,我们给出下面的定义.

定义 2 设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$,u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$,通过 u 将 y 表示成 x 的函数,即

$y=f[\varphi(x)]$,那么称 $y=f[\varphi(x)]$ 为 x 的**复合函数**,其中 u 称为**中间变量**.

但要注意,函数 $u=\varphi(x)$ 的值域应该与函数 $y=f(u)$ 的定义域有非空交集,否则复合函数将失去意义.

例如,复合函数 $y=\ln u, u=x-1$. 由于 $y=\ln u$ 的定义域为 $(0,+\infty)$,所以中间变量 u 的取值必须在 $(0,+\infty)$ 内,即 x 应在 $(1,+\infty)$ 内.

因此,复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 的定义域应为函数 $u=\varphi(x)$ 的定义域的子集.

注意:并不是任意两个函数都可以复合,如 $y=\arcsin u, u=x^2+2$ 在实数范围内就不能复合.

例 2 指出下列复合函数是由哪些简单函数复合而成的.

(1) $y=\sin^2 x$; (2) $y=2\cos\sqrt{1-x^2}$.

解(1) 函数 $y=\sin^2 x$ 是由函数 $y=u^2$ 和 $u=\sin x$ 复合而成的;

(2) 函数 $y=2\cos\sqrt{1-x^2}$ 是由函数 $y=2\cos u$、$u=\sqrt{v}$ 和 $v=1-x^2$ 复合而成的.

例 3 设 $f(x)=\dfrac{2}{3+x}$, $\varphi(x)=\sin x$, 求 $f[\varphi(x)]$, $\varphi[f(x)]$.

解 求 $f[\varphi(x)]$,应将 $f(x)$ 中的 x 换成 $\varphi(x)$,因此

$$f[\varphi(x)]=\frac{2}{3+\sin x}.$$

求 $\varphi[f(x)]$,应将 $\varphi(x)$ 中的 x 换成 $f(x)$,因此

$$\varphi[f(x)]=\sin\frac{2}{3+x}.$$

例 4 设 $f(x-1)=x^2$, 求 $f(2x+1)$.

解 令 $u=x-1$,得 $f(u)=(u+1)^2$,再将 $u=2x+1$ 代入,即得复合函数

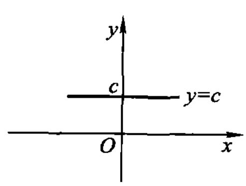
$$f(2x+1)=[(2x+1)+1]^2=4(x+1)^2.$$

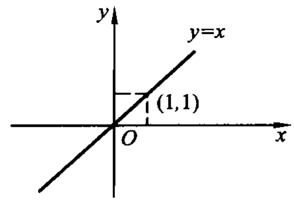
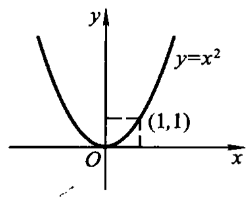
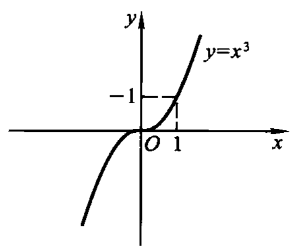
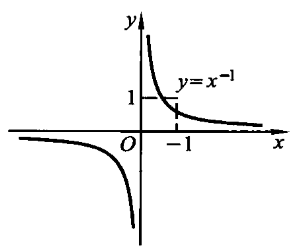
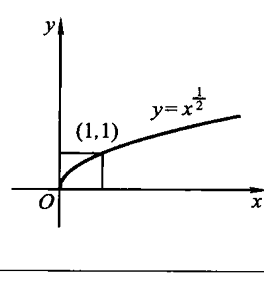
1.4 初等函数

1.4.1 基本初等函数

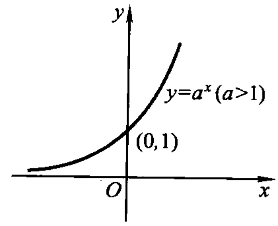
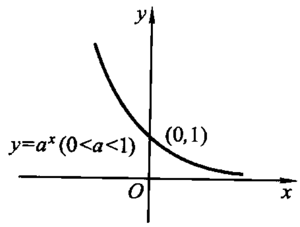
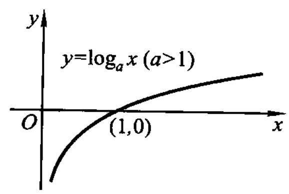
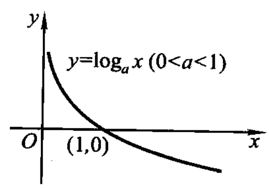
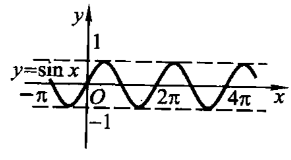
我们学过的常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数统称为**基本初等函数**. 这些基本初等函数在中学已经学过,现列表简要复习如下:

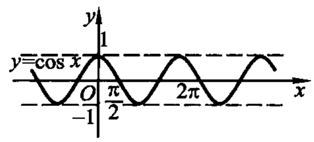
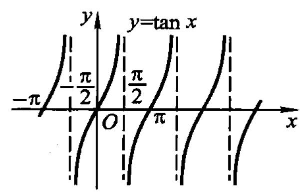
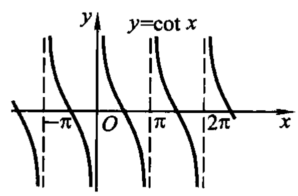
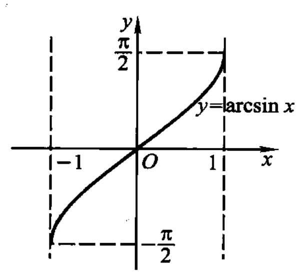
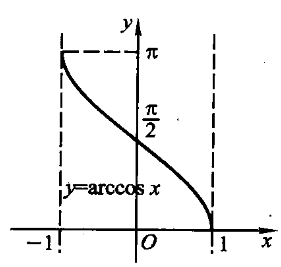
基本初等函数的图形与性质

名称	函数	定义域与值域	图像	特性
常数函数	$y=c$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		偶函数 有界

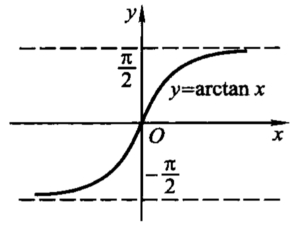
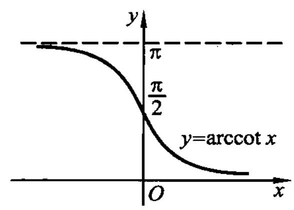
名称	函数		定义域与值域	图像	特性
幂函数	$y=x^{a}$	$y=x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数 单调增加
		$y=x^{2}$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数 在$(-\infty,0)$内单调减少 在$(0,+\infty)$内单调增加
		$y=x^{3}$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数 单调增加
		$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数 单调减少
		$y=x^{\frac{1}{2}}$	$x\in[0,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		单调增加

续表

名称	函数	定义域与值域	图像	特性
指数函数	$y=a^x$ $(a>1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调增加
	$y=a^x$ $(0<a<1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调减少
对数函数	$y=\log_a x$ $(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调增加
	$y=\log_a x$ $(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调减少
三角函数	$y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数,周期 2π,有界,在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加,在 $(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2})$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$

名称	函数	定义域与值域	图像	特性
三角函数	$y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数,周期 2π,有界,在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少.在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$
	$y=\tan x$	$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数,周期 π,在 $\left(k\pi-\dfrac{\pi}{2},k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数,周期 π,在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$
反三角函数	$y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$		奇函数,单调增加,有界
	$y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		单调减少,有界

续表

<table>
<tr><th>名称</th><th>函数</th><th>定义域与值域</th><th>图像</th><th>特性</th></tr>
<tr><td rowspan="2">反三角函数</td><td>$y=\arctan x$</td><td>$x\in(-\infty,+\infty)$
$y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$</td><td>
</td><td>奇函数，单调增加，有界</td></tr>
<tr><td>$y=\operatorname{arccot} x$</td><td>$x\in(-\infty,+\infty)$
$y\in(0,\pi)$</td><td>
</td><td>单调减少，有界</td></tr>
</table>

1.4.2 初等函数

由基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合而构成，并能用一个式子表示的函数，称为**初等函数**.

例如，$y=\lg\sin x$，$y=\sqrt{1+x^2}$，$y=\arcsin\dfrac{1}{x}$，$y=\dfrac{\cos x}{3+2x}$等都是初等函数.

分段函数若可以表示成一个算式，则为初等函数，否则不是. 如

$$y=\sqrt{x^2}=\begin{cases}x, x>0,\\0, x=0,\\-x, x<0\end{cases}$$

是初等函数，因为可以看作是由函数 $y=\sqrt{u}$ 和 $u=x^2$ 复合而成的函数.

又如，$y=\begin{cases}x-1, x<0,\\x+1, x>0\end{cases}$ 不能用一个式子表示，所以不是初等函数.

1.5 数学模型的建立

用数学方法解决实际问题时，有时要建立函数关系（或称建立数学模型），因此，有必要掌握建立数学模型的方法. 下面从几个简单的实际问题来说明建立函数关系（或数学模型）的过程.

例 1 某运输公司规定货物的吨千米运价为：在 a 千米以内，每吨千米为 k 元；超过 a 千米时，超过部分为每吨千米$\dfrac{4}{5}k$ 元. 求运价 m 和路程 s 之间的函数关系.

分析：当路程 $s \leqslant a$ 时，每吨千米为 k 元，所以运价 $m=ks$. 当 $s>a$ 时，运价分成两部分：前 a 千米，每吨千米为 k 元，所以运价为 ka；后 $s-a$ 千米，每吨千米 $\frac{4}{5}k$ 元，所以运价为 $\frac{4}{5}k(s-a)$，故运价 m 和路程 s 之间的函数关系为分段函数.

解　根据题意可列出函数关系如下：

$$m=\begin{cases} ks, & 0<s\leqslant a, \\ ka+\frac{4}{5}k(s-a), & s>a, \end{cases}$$

该分段函数的定义域为 $(0,+\infty)$.

例 2　设有一块边长为 a 的正方形薄板，将它的四角剪去边长相等的小正方形，制作一只无盖盒子（如图 1-7 所示），试将盒子的体积表示成小正方形边长的函数.

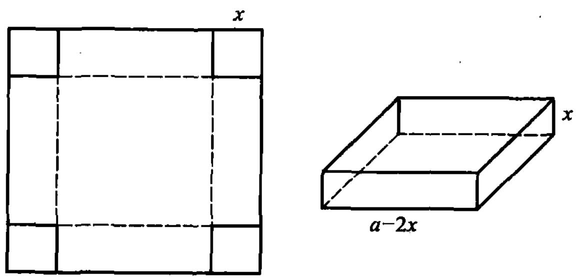


图 1-7

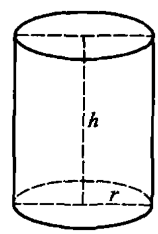


图 1-8

解　设剪去的小正方形的边长为 x，盒子的体积为 V，则盒子的底面积为 $(a-2x)^2$，高为 x，因此所求的函数关系为

$$V=x\,(a-2x)^2, \left(0,\frac{a}{2}\right).$$

例 3　用铁皮做一容积为 V 的圆柱形罐头盒，试将它的表面积表示为底面半径的函数.

解　设罐头盒的底面半径为 r，表面积为 S，且设其高为 h（如图 1-8）.

根据体积公式和面积公式有

$$V=\pi r^2 h;\ S=2\pi r^2+2\pi rh.$$

由 $V=\pi r^2 h$ 得 $h=\frac{V}{\pi r^2}$，代入 $S=2\pi r^2+2\pi rh$，可得

$$S=2\pi r^2+\frac{2V}{r}, r\in(0,+\infty).$$

这就是罐头盒的表面积 S 与底面半径 r 的函数关系.

本章小结

本章主要介绍了函数的概念及表示法、函数的几种特性、反函数与复合函数、基本初等函数