

丁石孙 张祖贵 © 著

数学与教育



01

(珍藏版)

数学科学文化理念传播丛书 (第二辑)

Mathematics and Education



大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

丁石孙 张祖贵 © 著

数学与教育



01

(珍藏版)

数学科学文化理念传播丛书 (第二辑)

Mathematics and Education



图书在版编目(CIP)数据

数学与教育：珍藏版 / 丁石孙, 张祖贵著. — 2 版

. — 大连 : 大连理工大学出版社, 2016. 1

(数学科学文化理念传播丛书)

ISBN 978-7-5685-0145-3

I. ①数… II. ①丁… ②张… III. ①数学—关系—
教育 IV. ①O1-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 233299 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 传真:0411-84701466 邮购:0411-84708943

E-mail:dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连住友彩色印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:188mm×260mm

印张:10.75

字数:153 千字

2008 年 7 月第 1 版

2016 年 1 月第 2 版

2016 年 1 月第 1 次印刷

责任编辑:刘新彦 王 伟

责任校对:田中原

封面设计:冀贵收

ISBN 978-7-5685-0145-3

定价:39.00 元



数学科学文化理念传播丛书·第二辑

编写委员会

丛书主编 丁石孙

委 员 (按姓氏笔画排序)

王 前 史树中 刘新彦

齐民友 张祖贵 张景中

张楚廷 汪 浩 孟实华

胡作玄 徐利治

写在前面*

—

20世纪80年代,钱学森同志曾在一封信中提出了一个观点,他认为数学应该与自然科学和社会科学并列,他建议称之为数学科学。当然,这里问题并不在于是用“数学”还是用“数学科学”,他认为在人类整个知识系统中,数学不应该被看成是自然科学的一个分支,而应提高到与自然科学和社会科学同等重要的地位。

我基本上同意钱学森同志的这个意见。数学不仅在自然科学的各个分支中 useful,同时在社会科学的很多分支中也有用。随着科学的飞速发展,不仅数学的应用范围日益广泛,同时数学在有些学科中的作用也愈来愈深刻。事实上,数学的重要性不只在它于科学的各个分支有着广泛而密切的联系,而且数学自身的发展水平也在影响着人们的思维方式,影响着人文科学的进步。总之,数学作为一门科学有其特殊的重要性。为了使更多人能认识到这一点,我们决定编辑出版《数学·我们·数学》这套小丛书。与数学有联系的学科非常多,有些是传统的,即那些长期以来被人们公认与数学分不开的学科,如力学、物理学以及天文学等。化学虽然在历史上用数学不多,不过它离不开数学是大家都看到的。对这些学科,我们的丛书不打算多讲,我们选择的题目较多的是那些与数学的关系虽然密切,但又不大被大家注意的学科,或者是那些直到近些年才与数学发生较为密切关系的学科。我们这套丛书并不想写成学术性的专著,而是力图让更大范

* “一”为丁石孙先生于1989年4月为《数学·我们·数学》丛书出版所写,此处略有改动;“二”为丁先生为本丛书此次出版而写。

围的读者能够读懂,并且能够从中得到新的启发.换句话说,我们希望每本书的论述是通俗的,但思想又是深刻的.这是我们的目的.

我们清楚地知道,我们追求的目标不容易达到.应该承认,我们很难做到每一本书都写得很好,更难保证书中的每个论点都是正确的.不过,我们在努力.我们恳切希望广大读者在读过我们的书后能给我们提出批评意见,甚至就某些问题展开辩论.我们相信,通过讨论与辩论,问题会变得愈来愈清楚,认识也会愈来愈明确.

二

大连理工大学出版社的同志看了《数学·我们·数学》这套丛书,认为本套丛书的立意与该社目前正在策划的《数学科学文化理念传播丛书》的主旨非常吻合,因此出版社在征得每位作者的同意之后,表示打算重新出版这套书.作者经过慎重考虑,决定除去原版中个别的部分在出版前要做文字上的修饰,并对诸如文中提到的相关人物的生卒年月等信息做必要的更新之外,其他基本保持不动.

在我们正准备重新出版的时候,我们悲痛地发现我们的合作者之一史树中同志因病于上月离开了我们.为了纪念史树中同志,我们建议在丛书中仍然保留他所做的工作.

最后,请允许我代表丛书的全体作者向大连理工大学出版社表示由衷的感谢!

丁石孙

2008年6月

再版说明

本书从出版到现在已过去了7年。实际上，在1987年就开始动笔，那是9年前的事。我们不能说在这段时间中我们有多大的长进，但是思想有些变化是事实。因之在这7年中，我们不断产生想修改原书的想法。今年出版社考虑到读者的需要，决定再版，这就给了我们一个机会。再回过头来看一下自己写的东西，也许是时间久了，现在的思想已跳出原来的框框，发现了不少问题，有些是错的，有些是不确切的，有些至少是不妥当的。我和张祖贵同志进行了讨论，凡是我们现在认识到的，都做了修改。总之，我们力图改正错误。年轻时曾背过陶渊明的“归去来辞”，其中有一句话，我是经常想到且引以为训的，即“觉今是而昨非”。这次对本书所做的修改，使我更认识到这句话的含义。这也许就叫实事求是吧。

丁石孙

1990年5月

目 录

- 一 数学与教育——追溯历史 /1
 - 1.1 古代东方的数学教育 /1
 - 1.2 古代中国的数学教育 /5
 - 1.3 古希腊的数学教育 /17
 - 1.4 从历史上的数学教育看中西方的数学 /29
- 二 数学与自然科学的相互作用 /34
 - 2.1 数学在科学中的地位 /34
 - 2.2 数学与自然科学的关系 /39
 - 2.3 数学对于自然科学发展的推动作用 /48
 - 2.4 大学中理工科的数学教育 /59
- 三 数学与社会科学及其他学科的关系 /66
 - 3.1 早期社会科学中应用数学方法的尝试 /66
 - 3.2 数学在经济学中的应用 /72
 - 3.3 数理语言学——数学在语言学中的应用 /76
 - 3.4 数学的应用范围在扩大 /82
- 四 数学与人类思维 /90
 - 4.1 数学思维的特征 /91
 - 4.2 数学思维对人类思维的影响 /96
 - 4.3 数学与文化 /103
- 五 计算机的影响 /109
 - 5.1 计算机的特征 /109
 - 5.2 计算机的作用与其他学科的发展 /112
 - 5.3 计算机与数学模型 /117

5.4	机器证明与数学证明	/120
5.5	形式化的计算机语言与教育的关系	/122
5.6	计算机与教育	/124
六	数学教育:实践与变革	/131
6.1	近代数学教育的一次改革试验	/131
6.2	新数学运动——又一次改革的尝试	/138
6.3	中国近现代数学教育——回顾与展望	/147
6.4	全社会都来关心数学教育	/153
	结束语	/159
	人名中外文对照表	/161

一 数学与教育——追溯历史



不管用什么样的观点来分析数学的起源,我们都不能不承认这样的事实:数学一旦产生后,就以各种方式成为人类教育的一个组成部分.因此,数学与教育的关系,无论是对于数学发展,还是教育发展,都是一个重要的问题.

为了探索数学与教育的关系,我们认为应先回顾一下历史.剖析各个不同历史时期,不同文化形态、文明传统下的数学教育或者数学与教育的关系,对于所讨论的问题是有益的.下面的讨论将特别着重这样三个方面:(一)数学教育的内容;(二)人们对待数学以及数学教育的观点;(三)数学在整个文化教育中所起的作用,以及数学在教育中所占的地位.

1.1 古代东方的数学教育

我们不准备考虑原始社会教育中数学与教育的关系.因为在这种教育中,学校根本不存在.虽然原始教育是教育史的重要内容之一,但我们认为它与本书要讨论的内容关系不大.

我们认为,对于一种文化处于蒙昧状态、数学不发达的文明,讨论这种文明中数学与教育的关系也是没有什么价值的.因此,我们的讨论仅限于数学比较发达的文明.

据考古文献记载,学校这种教育机构约在第一个法老时代——公元前3000年前左右已经形成.古代的巴比伦、埃及、印度等国家都建立有学校.现在有可靠的证据表明,埃及的学校是人类最古老的学

校^①。这些学校有不同类型,主要包括宫廷学校、职官学校、寺庙学校、文士学校等等。

在古巴比伦,已经出现了较为发达的数学。古巴比伦人掌握了分数的运算,六十进位制,一、二次方程的解法和一些简单的求面积、体积的方法。

大约在公元前 2500 年,出现了专门训练土地测量和实物记载人员的学校。古巴比伦人的这类学校在公元前 1200 年左右达到鼎盛时期。一个明显的标志是,学校已经成为了一个独立的社会单位,相应的出现了一些专门从事“纯粹的”数学教学的人。

古代东方,埃及的数学教育是最有特色的,可以说这是整个古代东方文化的典型。

尼罗河是人类文明的摇篮之一,她养育了古埃及的人民,孕育了古埃及文明。古埃及在公元前 3000 年产生了文字,在与尼罗河戚戚相关的生活中,随之产生了数学、天文学、医学等科学萌芽,与此同时也产生了学校。我们今天看到的最初关于学校的记载,就保存在埃及“古王国”史料中。

古埃及的数学教育主要是在寺庙学校——即大城市神庙中附设的僧侣学校,以及较为世俗化的文士学校中进行的。学校中的功课是抄录各种数学书籍和解答数学习题。最近一两个世纪考古学家发现的莱因特(Rhind)纸草书和莫斯科纸草书,据推测是那时学生们学习时的题目^②。可以认为,世界数学教育从公元前 2500 年的埃及僧侣学校中就开始了。

当时数学教育的主要内容有:象形记数方法;各种特殊的加、减、乘、除算术运算;计算三角形、四边形、圆形等面积(计算圆面积时取 $\pi=3.16$);计算正棱锥和截头棱锥等的体积;推算日历(年、季、月和昼夜),预测日、月食、观察天象等等。

当时的数学教育主要为政教合一的古埃及王朝培养官吏和办事人员,因此数学教育完全以解决实用问题为目的,在学校进行的大量练习是为了积累实际计算的的经验,所考虑的问题主要是关于金字塔、

^① 曹孚等:《外国古代教育史》第 18 页,人民教育出版社,1981。

^② The International Encyclopedia of Education, Vol. 6, p. 3236. Pergamon press, 1985.

土地测量的,几何也是应用算术的主要内容.计算的规则大都是针对具体问题的.这种数学教育是古埃及文明高度发达的产物.

古埃及时期研究数学的动机,主要是出于实用的考虑,这几乎是古代数学的一大特征(古希腊除外).古埃及对待数学教育也同样如此.狄奥多^①在论述古埃及僧侣学校讲授数学的观点时认为:“僧侣把算术和几何学传授给儿童;因为尼罗河的泛滥每年都要冲毁土地的界线,境界毗连的地主之间便时起纠纷,这些纠纷就是利用几何学来解决的.”据史料记载,由于尼罗河每年泛滥一次,因此社会上测量土地的任务是十分繁重的,而土地对于当时古埃及的社会政治是异常重要的问题,这样以测量土地为主要目的的数学教育占据着整个教育的重要地位.

僧侣学校是当时古埃及的主要教学机构,僧侣们在寺庙里培养新的僧侣.课程除了宗教科目之外,就是传授算术、天文学、几何和医学.所以僧侣们在人类文明史的早期充当着科学的保存者和教师的角色.由于僧侣们从事数学教学,因而他们在数学与教育中起了双重作用,既是数学知识的传播者,同时他们又促进了数学的发展.

我们认为,僧侣学校在数学发展中的重要作用是使得数学的学习、数学的研究在某种程度上成为一种独立的、令人向往的事业,即学校的数学教育、数学学习成了脑力劳动与体力劳动分工的标志.因为从现存的古籍中我们发现,当时这类学校非常受重视,社会给予这类学校的师生以丰厚的待遇.这对于科学的发展、数学的发展是十分有利的.

脑力劳动、体力劳动的分离,刺激了人们研究学问的兴趣.对于这种状况,亚里士多德^②,这位旷世奇才,有着比几乎任何人都深刻的理解.他认为,科学最先出现于人们开始有闲暇的地方,“之所以数学最先兴于埃及,就因为那里的僧侣阶级有闲暇^③.”历史的发展证明,只有形成知识分子阶层,出现一批与体力劳动者分离的脑力劳动者,人类知识的深化才有可能,数学、科学才能从生产技术中分离出来.虽然

① 狄奥多(Theodore,约公元前80—前20),古希腊历史学家.

② 亚里士多德(Aristotle,公元前384—前322),古希腊著名学者.

③ 亚里士多德:《形而上学》.

古埃及僧侣学校中所从事的数学与数学教育未能完全做到这一点,但已经有了雏形,为古希腊的数学及数学教育准备了积极的条件.

古埃及的数学教育对埃及文明发挥了巨大的影响和作用.首先,接受数学教育者在维持埃及的政局稳定方面起了一定的作用.埃及国王分配土地、纳税、补偿尼罗河洪水所造成的损失等都是依靠那些接受过数学教育的官吏来进行的.

古埃及的建筑堪称世界一大奇观,其中以举世闻名的金字塔为其卓越标志.今天的考古发现表明,在建筑金字塔的过程中大量地运用了数学.有些著名的考古学家和数学史家们指出,金字塔底边的长度几乎完全相等,每个角都非常接近 90° .在这样的工程中,受过数学教育的监工、工程设计者起了重要作用.据史料记载,古埃及有一个家族为培养建设金字塔的设计者,开办了长达数世纪的学校.

天文学是古埃及的一大成就,而古埃及的天文学家、占星术家无一例外都接受过在当时看来是良好的数学教育.计算历法、航海都需要数学,人们求助于僧侣为他们计算各种日期.僧侣们当然知道历法对于民众的重要性,因此他们就利用这种知识获得了统治无知民众、在王公身边谋生的权利.他们通过精确的数学计算,知道洪水到来的日期,但却佯称是他们举行了虔诚的宗教仪式而带来的,由此让民众、君主为他们的仪式支付报酬.因此,我们看到,古代的天文学、占星术其实都是与数学密切相连的.数学知识在当时是一种权利,因此数学教育得以维持,同时也促进了天文学、占星术的发展.今天数学史家们强调,我们不能因为今天占星术名声不佳而抹杀它在古代文明中的积极作用.从某种程度上来说,古代的许多数学教育是在占星术教育中实施的.在古代,预先知道播种的季节、节日的时间和祭祀的日子,是十分必要的.当然,在现代还倡导占星术等各种巫术来预测,就只能是一种落后的、反科学的逆流.

古埃及的数学还与其文明的诸方面密切相关.在古埃及的绘画、雕塑、建筑、宗教中到处可见数学的影响.古埃及人甚至认为数学对于阐述文明中的许多问题是非常重要的.这一点,我们可以从莱因特纸草书的书名中看出,该书的书名是《阐明对象中一切黑暗的、秘密的事物的指南》.因此,数学教育被当作是掌握自然界秘密的一种关键.作

为当时数学教材的莱因特纸草书,其中的编排方式的确适用于数学教育.

可以毫不夸张地说,数学在古埃及教育中占据主要地位,而数学及数学教育的发达促进了古埃及文明.要追溯数学对现代文化的影响,我们应该把注意力首先集中于埃及^①.讨论数学与教育,也应该如此.古埃及的数学与教育作为与古希腊不同的方式,在历史上具有典型的意义.

1.2 古代中国的数学教育

在中国古代科技发展史上,数学占有重要的地位.“天、算、农、医”四大学科,古代称为“算术”的数学居于其中.

中国古代数学,一般认为源于遥远的石器时代.根据典籍记载,从周代开始,在学校中开始有了数学教育.因此,中国古代数学教育与中国古代数学一样,也具有悠久的历史.

据《礼记·内则》记载,周朝于小学时期,就开始注重对儿童的数学教育:“六年教之数与方名;九年教之数日;十年出外就傅,居于外,学书计^②.”六岁学“数”,指学从1至10的数目,“方名”指辨识东南西北等方向;九岁学数日,指学古代的干支记日法;十岁出外拜师学“书计”,“计”指计算能力.此外还有《白虎通》:“八岁入小学”,“八岁毁齿,始有认知,入学,学算计.”

对儿童进行基本的数学教育,从周朝开始在我国各个历史时期都有记载,而且把这种数学教育作为启蒙教育的内容.《前汉书·食货志》:“八岁入小学,学六甲、五方、书记之事.”“六甲”即六十甲子.三国时魏国王粲著《儒史论》^③中记载:“古者八岁入小学,学六甲、五方、书记之事.”《后汉书·杨终传》中有:“礼制:人君之子,年八岁为置少傅,教之书计,以开其明.”北魏著名农学家贾思勰在《齐民要术》中引后汉桓帝时代崔寔《四民月令》记载:“正月农事未起,命成童以上入太学,学五经,师法求备,习读书传.砚冰释,命幼童入学,学书篇章‘六甲、九

① M. Kline, *Mathematics in Western Culture*, p. 29. Penguin Book, 1953.

② 也有学者将此段标点为“九年教之数、日.十年出外就傅,居于外,学书,计.”指称内容区别不大.

③ 王粲(177—217),《儒史论》见《太平御卷》卷六百三十.

九、急就、三苍之属’。”唐代、元代的典籍中也有类似记载。

这种对儿童的数学教育,明显地只是传授一些基本的日常生活中的数学常识.这种教育不需要专门的数学教员,附在一般文化教育中就行了.事实上,儿童所接受的数学知识是任何一位当时的文人所必备的.所以,在我国漫长的古代教育中,儿童教育中数学教育并不是独立的.儿童数学教育的这些内容已经是中国文化的一个组成部分.但不容否认,我国传统的学校教育中从周朝起确实有数学教育.对于中国古代大多数知识分子和官吏来说,启蒙时期所接受的儿童数学教育,差不多是他们一生中所接受的全部数学教育.

严格地说,中国古代儿童的数学教育只不过是一种常识教育.中国古代真正的数学教育是与中国古代数学的发展紧密相连的.

在中国教育史上,“六艺”是众所周知的.在《周礼》这部专门记述周朝百官制度的著作中,《地官·大司徒》篇中记载:“保氏掌谏王恶,而养国子以道,乃教之六艺,一曰五礼,二曰六乐,三曰五射,四曰五御,五曰六书,六曰九数.”表明周朝时有一种称为“保氏”的官,负责对学生(国子)们进行教育,内容是“礼、乐、射、御、书、数”,数学也是教学科目之一.在这里,我们看到,数学处于和礼、乐、书等平等的地位.这种数学教育已经超出了一般常识教育.

作为数学教育的“九数”指的是哪些内容呢?据后汉郑玄^①注九数:“九数:方田,粟米,差分,少广,商功,均输,方程,赢不足,旁要;今有重差,夕桀,勾股.”这些内容与现今仍存有的《九章算术》各篇的名称相同,只不过《九章算术》以“勾股”代“旁要”.三国时著名数学家刘徽^②在《九章算术·注》序中说得更明确:“周公制礼而有九数,九数之流则《九章》是矣.”可以肯定“九章”的名称是所谓周礼九数的演变.周朝数学教学内容的“九数”,后来成为中国古代数学成熟标志的《九章算术》中的内容.对于这一点,明朝万历三十二年(1604年),黄龙吟在《算法指南》的刻本中,根据周公制礼,《周髀算经》托为周公、商高问答之辩,断言“周公作九章之法,以教天下”,并且附了一张师徒传授、学习数学的插图.该图生动地描绘了古代中国数学教育的情景.

① 郑玄:字康成,127—200.

② 刘徽:魏晋时人.

将周公封为中国古代数学教育的开山祖师,这与中国传统文化中的做法是颇为一致的.神农尝百草,仓颉造字,孔子教人识字,鲁班教天下木匠等等,每一行当都有一位历史上真实的人作为鼻祖.数学也不例外.在这个意义上,不妨称中国数学教育祖师是周公.

《九章算术》是一部现在有传本的、最古老的中国数学经典著作^①,而周朝数学教育的主要内容“九数”即为《九章算术》的内容.这表明,《九章算术》中所涉及的知识大都在周朝时中国人已经掌握了,同时《九章算术》的出现可以看作是该书以前^②数学成就、数学教学成就的总结.

不仅如此,《九章算术》成书以后,又影响了中国古代的数学教学、数学研究工作.在中国古代数学史上,《九章算术》的形成,标志着中国古代数学的形成^③,16世纪以前的中国数学著作大都遵照《九章算术》的体例.另一方面,我国古代数学教育一直以《九章算术》为主要内容.实际上,这两方面是互为因果的.

《九章算术》一直被我国古代数学家作为学习、研究数学的门径.刘徽自己曾说:“幼习九章,长更详览”,最后完成了名垂千古的《九章算术注》.祖冲之、贾宪、杨辉等都详注、详解过《九章算术》,许多著作如唐代王孝通的《辑古算经》、明代程大位的《算法统宗》等都是受《九章算术》的启发而完成的.

中国古代数学教育自从有《九章算术》后,一直以该书作为基本教材,师徒数代一直学习、研究、注释该书,这一点和中国传统的学术、教学是完全一致的.这样,一方面保留了中国数学从《九章算术》开始所具有的鲜明特点的连续性,使得中国数学没有像古巴比伦、古埃及的数学那样中断;但另一方面,也使得中国传统数学的发展在一定程度上受到了阻碍.

中国古代数学教育发展日趋成熟,到三国魏时有尚书算生、诸寺算生,级别为从八品下.经过两晋、南北朝,发展到隋唐时出现了根本性的变化.隋朝对中国文化的重大影响之一,是开始了科举考试的时

① 钱宝琮主编:《中国数学史》,科学出版社,1981年,第28页.

② 关于《九章算术》的成书年代,数学界分歧较大,一般认为成书在东汉,公元50—100年.

③ 严敦杰:《中国数学教育简史》,载《数学通报》1965年第8期,第44页.

代。这样，在选拔官吏方面部分地改变了依靠门阀、举孝廉等方式，从而为广大的文人骚客，尤其是出身贫寒的文士开辟了一条进入仕途的道路，同时也对中国文化的发展产生了积极影响。唐宋诗、词的发达，宋元科技发展到一个高峰鼎盛时期，都与此密切相关。

隋朝建立完整的数学教育制度的标志，是在国家创办的最高学府——国子寺中第一次设立了明算学，在科举中设立了明算科^①。《隋书·志第二十三·百官志下》记载：“国子寺祭酒一人。属官有主簿、录事各一人。统国子、太学、四门、书、算学。各置博士（国子、太学、四门各五人，书、算各二人）、助教（国子、太学、四门各五人，书、算各二人）、学生（国子一百四十人，太学、四门各三百六十人，书四十人，算八十人），等员。”隋朝已有正式的高等教育机构，并给了算学以一席之地。而在隋朝以前，据史书记载，算学多在史之内，不列于国学。从这个意义上来说，数学教育已开始走出附属的境地，而成了一门独立的门类。在我国数学教育史上，数学课程的独立，大学数学部门（相当于今天的系）的出现当在隋朝。博士二人，助教二人，学生 80 人的明算科，在今天的标准看来，当然比较少，但毕竟在我国历史上是首创。

隋朝灭亡之后，唐朝在其基础上继续发展数学教育。在各个方面都进一步完善化了。

唐朝在最高学府——国子监里设有明算科，把数学继续作为一个专科。算学师生状况在唐初是这样的：“算学博士二人，从九品下；助教一人，掌教八品以下及庶人子为生者^②。”明算科师生的社会地位都很低下，算学博士的官秩才是从九品下，算学助教则没有品级，而国子学博士官秩为正五品上，连助教也是从六品上，因此出现了“士族所趋唯明经、进士二科而已”的局面。

唐朝明算科学生是通过考试而选拔的“唐贡士之制，有秀才，有明经，有进士，有明法，有明书，有明算。每岁仲冬郡县馆监课试^③。”由于种种原因，当时数学教育兴废无常，学习算学学生的人数也随之发生变化。唐初明算科有三十人，“贞观以后，太宗数幸国学，太学遂增学舍

① 杜石然等：《中国科学技术史稿》（上），第 323 页，科学出版社，1982。

② 《旧唐书》卷四十四，职官志上。

③ 杜佑：《通典》。