



初中应试指导丛书

巧解初中数学试题

朱巨才 原新晓 主编

华夏出版社



初中应试指导丛书

巧解初中数学试题

朱巨才 原新晓 主编

华夏出版社

1994 • 北京

(京)新登字 045 号

本书作者

郝 澎 邓志玲
齐素敏 张 丽
孙桂堂

初中应试指导丛书

巧解初中数学试题

朱巨才 原新晓 主编

*

华夏出版社出版发行

(北京东直门外香河园北里4号)

新华书店经销

河北香河印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 9印张 192千字

1994年1月北京第1版 1994年1月北京第1次印刷

印数 1—16500册

ISBN 7-5080-0267-9/G·382

定价:5.00元

目 录

第一部分 选择题分析与训练	(1)
一 选择题的类型	(1)
二 选择题的特点	(4)
三 选择题的解法	(5)
四 选择题的训练	(19)
第二部分 填空题分析与训练	(54)
一 填空题的类型	(54)
二 填空题的特点	(56)
三 填空题的解法	(57)
四 填空题的训练	(63)
第三部分 判断题分析与训练	(75)
一 判断题的类型	(75)
二 判断题的特点	(77)
三 判断题的解法	(79)
四 判断题的训练	(85)
第四部分 计算题分析与训练	(92)
一 计算题的特点	(92)
二 计算题的类型与解法	(94)
三 计算题的训练	(129)
第五部分 证明题分析与训练	(144)
一 证明题的特点	(144)
二 证明题的类型与解法	(145)
三 证明题的训练	(182)

第六部分	应用题分析与训练	(196)
一	应用题的特点	(196)
二	应用题的类型与解法	(197)
三	应用题的训练	(208)
第七部分	综合题分析与训练	(214)
一	综合题的类型	(214)
二	综合题的特点	(222)
三	综合题的解法	(223)
四	综合题的训练	(246)
第八部分	模拟试题	(251)
	模拟题(一).....	(251)
	模拟题(二).....	(255)
	答案与提示	(257)
附录	应试常识	(281)

第一部分

选择题分析与训练

选择题是标准化试题的一种,现在已被各类考试所普遍采用。在中考中,选择题也占有一定的比例。选择题有它自身的命题特点,因此解答时除按一般方法外,还有一些其他的特殊方法。为了迅速准确地解答选择题,我们有必要对选择题的类型、结构、特点及解答方法与技巧进行深入的探讨。

一 选择题的类型

选择题是一种要求解题人从若干备选答案中选出正确答案,并且按照题目要求,把正确答案的字母代号填入指定位置的一种题型。

选择题一般由题干(题设条件)和选择支(几个备选结论)所组成。选择支又称选项,如果题干是不完全陈述句,那么题干加上正确的选择支,就构成了一个真命题;而题干加错误的选择支,构成的都是假命题,错误的选择支也叫干扰支。如果题干是疑问句,那么选择支就称为答句。在一道选择题中选择支可多可少,但至少要有一个是正确的。

选择题可分为单项选择题,多项选择题,填空选择题,配

对选择题,组合选择题及相关选择题等多种。

1. 单项选择题

在所给的选择支中有且仅有一个正确的,这样的选择题叫做单项选择题。所给的选择支有四个,也有五个或更多。在数学学科中都用四选一的选择题,即给出四个选择支,在四个选择支中有且仅有一个是正确的。

2. 多项选择题

多项选择题是针对单项选择题而言的,多项选择题的选择支中至少要有两个是正确的,其答案不是唯一,例如:

下列式中是 $\sqrt{m} - \sqrt{n}$ 的有理化因式的是()

- (A) $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ (B) $\sqrt{m} - \sqrt{n}$ (C) $-\sqrt{m} + \sqrt{n}$
(D) $-\sqrt{m} - \sqrt{n}$ (E) $2\sqrt{m} + 2\sqrt{n}$ (F) $\sqrt{m} + 2\sqrt{n}$

本题的正确选择支有三个。

3. 填空选择题

填空选择题也给出了若干个选择支,题干中留出了一些空格,空格中填写选择支,每个选择支可用一次、多次或不用。例如:

已知如图 1-1, $AD : DB = 1 : 2$,
 $AF : FC = 1 : 3$, $BE = EC$, $\triangle DEF$ 的面积
为 1, 则 $S_{\triangle DEB} = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_{\triangle ECF} = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\underline{\hspace{2cm}}$, $S_{\text{四边形} ADEF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{7}{5}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) $\frac{9}{5}$

4. 配对选择题

配对选择题的题干是若干个彼此独立的条件,选择支也是彼此独立的若干个,题干与选择支的个

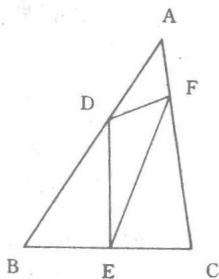


图 1-1

数可以相同也可以不同,每个选择支可以选用一次、多次或不用,但对题干中的每个条件来说,有且仅有一个选择支是正确的,例如

下列每组中两个数之间的关系为:

- | | | |
|--|-----|------------|
| ① $\sqrt{2}+1$ 与 $\sqrt{2}-1$ | () | (A) 相反数 |
| ② $\operatorname{tg} 36^\circ$ 与 $\operatorname{tg} 126^\circ$ | () | (B) 倒数 |
| ③ a^{-b} 与 $-a^b$ | () | (C) 负倒数 |
| ④ 方程 $x^2+6x+1=0$ 的两个根 | () | (D) 倒数的相反数 |

5. 组合选择题

组合选择题的正确答案是从四个选择支中选出其中的一个、两个、三个或四个组合而成,例如:

在下列各条件中,由哪几个条件就可以确定一个四边形是菱形 ()

- (A) 邻边互相垂直 (B) 对角相等
(C) 对角线相等 (D) 一组对角被对角线平分

6. 相关选择题

相关选择题由左右两栏选项组成,左栏的一项与右栏中的某些项相关,正确答案需要填写与左栏中每一项都相关的右栏中的字母代号,例如:

- | | |
|--------------------|-------------------|
| ① 抛物线 $y=x^2+x+1$ | (A) 开口向上 |
| ② 抛物线 $y=-x^2+x+1$ | (B) 有极大值 |
| ③ 抛物线 $y=x^2-x+1$ | (C) 与 x 轴相交 |
| | (D) 与 y 轴相交 |
| | (E) 对称轴在 y 轴的右方 |

正确答案应该是(D)

二 选择题的特点

选择题是考查学生基础知识和基本能力的一种好题型，选择题的主要特点是：

1. 题目小巧，答案简明

在考试中，选择题重点考查基础知识和基本技能，题目的难度一般属于容易题或中等题。解答选择题时不需要说明理由，无须写出解题过程及步骤，只要求填写正确答案的代号，因此，可以在一定的时间内考查较多的题目，便于加大试题的数目，提高试卷考查知识点的覆盖率。

2. 适应性强，解法灵活

选择题能够适应多种考试目的的需要，它既能考查学生对基本概念、基本公式的掌握情况，又能考查记忆、理解、应用、判断、推理、分析、综合、比较、鉴别、评价等不同水平的能力，能够培养和考查学生的逻辑思维水平，是非判断水平，决策反应水平等，总之，解选择题有利于开发学生的智力，提高学生的思维素质。

选择题的解法与其他题型相比别具一格，在解题时，不仅可以使题设条件直接从正面入手，而且还可以利用结论与条件的关系排除一些错误的答案，间接来寻求正确答案。现代教育心理学的研究证明，猜想也是一种能力，所以解选择题时，应允许和鼓励學生进行有根据的猜测。由此可见，它的解法有更大的灵活性。

3. 训练思维，培养能力

一道好的选择题，干扰支应当来源于学生在练习、作业或

考 中出现的典型错误,各选择支之间应该具有较强的相似性,迷惑性。故此,在选择答案时一定要开动思维机器,学会分析和判断,从中可以培养和训练学生多角度,全方位,多层次思考问题的能力。

4. 阅卷方便,评分准确

由于选择题属于标准化试题,其答案只有对与错两种可能,不可能出现其他情况,因此评分时不受阅卷人主观因素的影响,能够做到客观、准确。另外,答案采取了字母代号,便于使用计算机进行阅卷、成绩登统以及结果评估,从而可以节省大量的人力和物力。

除了以上优点之外,选择题也还存在一些问题。由于选择题只要写出正确的结论,因此从卷面上看不出解答的过程,这样使用选择题不易系统地考查逻辑推理能力和使用数学语言进行表达的能力。

尽管如此,选择题仍是一种好题型,它已在全国各省市的中考中被普遍采用。

三 选择题的解法

在数学学科所采用的选择题普遍是四选一的单项选择题,即题目给出四个供选择的选择支,在这四个选择支中有且只有一个是正确的,在评分标准中又规定,答对的得满分,答错或不答的都得零分,而不出现负分。由于选择题的试题结构和评分特点,也给我们提供了从不同角度来解选择题的多种方法,在解答选择题时,除了可以使用相同于解解答题的常规方法外,还经常采用一些特殊的方法来解决。为了能根据不同

类型的选择题而采用与之相应的解答方法,为了能迅速而准确地解答选择题,我们归纳了解答选择题的以下两大类共七种方法,供复习时参考。

1. 直接法

我们解一道选择题就像解一道解答题一样,是根据题目的条件,通过计算、推理或判断,最后得到题目的所求。这种直接根据已知条件进行计算、判断或推理而得到答案的解答选择题的方法称之为直接法。可用直接法来解的选择题在题干中必须有已知和所求,使其能构成一个完整的数学命题。

如果根据解题的性质来划分,又可以把直接法细分为直接计算法和直接推理法,当然计算与推理又不能截然分开。直接计算法是指以直接计算为主的解答方法,而直接推理法则是指以直接推理为主的解答方法。另外在直接根据已知进行解答的过程中,由于不要求写出解题过程,有时也可以使用图象法来解,这样可以提高解题的速度而节省时间。我们把这种方法称之为直接图象法。它既可以用于计算又可以用于推理。

(1) 直接计算法

例 1 若 $1 - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2} = 0$, ($a \neq 0$), 则 a^{-1} 等于 ()

(A) 1; (B) -1; (C) 2; (D) -1 或 2。

分析: 在本例的题干中有已知有所求, 是一个完整的数学问题, 可以用直接法来解。在解的过程中也应考虑解的方法, 而不能盲目进行计算。在解本题时如果先在所给的方程中解出 a , 然后再计算 a^{-1} 就麻烦了, 而应采用换元法, 若以 $\frac{1}{a}$ 为元, 则解出来的未知数正是 a^{-1} 。

解：由 $1 - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2} = 0$ 解得

$$\frac{1}{a} = 1$$

而 $a^{-1} = \frac{1}{a} = 1$ 所以应选(A)

说明：在使用直接法进行计算时，要注意计算的合理性和计算速度。

例 2 如图 1—2，圆内接正方形 ABCD 的边长为 2，弦 AK 平分边 BC，则 AK 的长为 ()

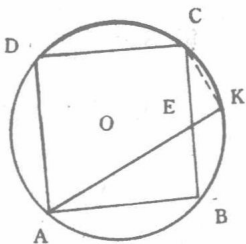


图 1—2

(A) $\frac{6}{5}\sqrt{5}$ (B) $\frac{4}{5}\sqrt{5}$

(C) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (D) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

分析：这是一道几何计算题，在题干中有已知和所求，没有别的简单方法，只有用直接法来解：

解：设 AK 与 BC 的交点为 E，连 CK。

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，由勾股定理可求得 $AE = \sqrt{5}$

$\angle CKA = \angle CBA = 90^\circ$ ，所以 $\triangle ABE \sim \triangle CKE$

有 $AE : CE = BE : KE$

即 $\sqrt{5} : 1 = 1 : KE$ ，解得 $KE = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore AK = AE + EK = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{6}{5}\sqrt{5}$

选(A)

说明：解选择题时虽不要求写出过程，但每一步的计算推理仍不可大意，否则将会出现错误。

例 3 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=2, c=6, S_{\triangle} = 3\sqrt{3}$ ，则 A 等

于

()

(A) 30° (B) 60° (C) 30° 或 150° (D) 60° 或 120°

分析:本例是一道三角计算题,在题干中有已知和所求,是一个完整的数学问题,可以用直接法来解。

解: $S_{\Delta} = \frac{1}{2}bc\sin A$, 即解得

$$3\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot \sin A,$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \therefore A = 60^\circ \text{或 } 120^\circ$$

选(D)

(2) 直接推理法

例4 方程 $2 + \sqrt{x+1} = 0$ 的解的情况是()

(A) 有有理数解 (B) 有两个实数解
(C) 有一个实数解 (D) 无实数解

分析:方程解的情况的判断是要通过推理来完成的,如何应用已知方程来进行推理判断是解决本例的关键。

解:由已知方程 $2 + \sqrt{x+1} = 0$ 得

$$\sqrt{x+1} = -2$$

根据算术根的概念,它是不可能得负值的,因此原方程无实数解,应选(D)

说明:推理过程要符合一定的逻辑关系,要有已知的定理、法则为依据。

例5 如图1—3,要使 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$, 则必须具备的条件是()

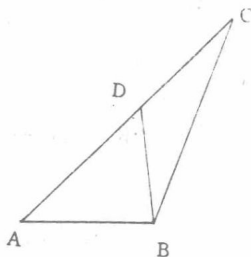


图1—3

$$(A) \frac{CB}{CD} = \frac{CA}{AB}$$

$$(B) \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{BC}$$

$$(C) BC^2 = AC \cdot DC \quad (D) BD^2 = CD \cdot DA$$

分析:从 $\triangle ABC$ 与 $\triangle BDC$ 的位置关系来看,它们有一组公共角, $\angle ACB = \angle BCD$ 。因此,欲使其相似,还应使这组夹角的对应边成比例。

解:从图中分析, $\triangle ABC$ 与 $\triangle BDC$ 中,有

$\angle ACB = \angle BCD$ 。因此,只要再有

$\frac{BC}{AC} = \frac{DC}{BC}$ 成立,即可推出 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$

而 $\frac{BC}{AC} = \frac{DC}{BC}$ 即为 $BC^2 = AC \cdot DC$

$\therefore$ 应选(C)

例6 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=10$, $BC=5\sqrt{2}$, $\angle A=60^\circ$,则此三角形解的情况是 ()

(A) 有一解 (B) 无解

(C) 有两解 (D) 有一解或两解

分析:从已知所给的条件看,属于已知边、边、角解三角形的类型,因此,应根据已知的具体数值进行判断。

解:由已知, $AC=10 > BC=5\sqrt{2}$

$$\text{又 } AC \cdot \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} > BC = 5\sqrt{2}$$

因此, $\triangle ABC$ 无解,应选(B)

(3) 直接图象法

例7 已知 $1 < x < 2$,则 $|x-3| + \sqrt{(x-1)^2}$ 等于()

(A) $-2x$ (B) 2 (C) $2x$ (D) -2

分析:本例可以采用直接计算法,根据 $1 < x < 2$ 的条件去掉绝对值号及算术根号,不过由于绝对值的几何意义十分明

确, $|x-3|$ 的几何意义即表示数轴上 x 与 3 这两点间的距离, 而 $\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$, 表示 x 与 1 这两点间的距离, 因此数轴来解会快得多。

$$\text{解: } |x-3| + \sqrt{(x-1)^2} = |x-3| + |x-1|$$

如图 1-4, 画出数轴

在 $1 < x < 2$ 上的一点 x 到 1 与 3 的距离之和从图中可十分明显地得到, 其和为 2

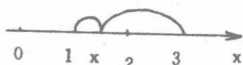


图 1-4

∴ 应选(B)

说明: 与绝对值有关的问题, 往往可以转化为数轴上两点间的距离来直观地解决。

例 8 已知点 $M(3, -4)$, 则在 x 轴上与 M 点距离为 5 的点是 ()

(A) (1,0) (B) (2,0)和(7,0)

(C) (0,0) (D) (0,0)和(6,0)

分析: 本例可以使用直接计算法, 设所求点的坐标为 $(x_0, 0)$, 利用两点间的距离等于 5 列方程, 最后求出坐标, 这样作计算量大一些。如果我们画出坐标系, 去直观地判断可能会快一些。

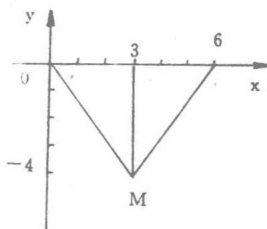


图 1-5

解: 画出直角坐标系, 如图 1-5 所示

从图中我们可以直观得出原点 0 与点 M 之间的距离等于 5, 再由对称性, $(6,0)$ 也随之确定, 所以应选(D)

说明: 与坐标系有关的问题, 往往画出坐标系, 利用坐标

或图象的直观性来解决更直观准确。

例 9 与直线 $y=2x-1$ 关于 x 轴对称的直线方程是

()

(A) $y=\frac{1}{2}x-1$ (B) $y=2x+1$

(C) $y=-2x+1$ (D) $y=-\frac{1}{2}x+1$

分析:在初中阶段我们没有学习过关于直线成轴对称的直线方程的关系,但是我们知道轴对称的概念,于是我们便可以通过画图直观地来解决。

解:在直角坐标系中,画出 $y=2x-1$ 的图象以及它关于 x 轴对称的图象,如图 1-6 所示。

从图中可直观地看出,所求直线的斜率为 -2 ,而在 y 轴上的截距为 1 ,所以应选(C)。

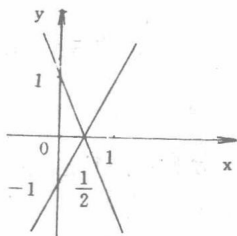


图 1-6

说明:与函数有关的问题,凡是可以画图的,都应考虑使用图象法来解决。

上面我们举了几例来说明直接计算法,直接推理法与直接图象法的使用。在这里我们应该强调的是,在选择题的若干解法中,直接法还是最主要和最基本的方法,它适用于绝大部分的选择题,在考虑使用其他方法无效时,最后还要用直接法来解决,因此,在强调其他方法的同时,还要突出直接法的作用。

2. 间接法

由于选择题的特殊命题结构,决定了选择题时除了可以使用直接法外,还经常使用间接的方法,间接法有时又称为

试验法、排除法或筛选法,我们根据试验或筛选的方法不同,又可将间接法划分为结论排除法、特殊值排除法、逐步排除法和逻辑排除法等方法,由于选择题不要求写出解答过程,因此间接法有它特殊的意义。在解答选择题时,可优先使用间接法。

(1) 结论排除法

把题目所给的四个结论逐一代回原题的题干中进行验证,把错误的排除掉,直至找到正确的答案。我们把这种逐一验证所给结论正确性的解答选择题的方法,称之为结论排除法。

例 10 若 $5^{3x}=40$, 则 5^{-x} 等于 ()

(A) $\sqrt[3]{40}$ (B) $\frac{\sqrt[3]{25}}{10}$ (C) $\frac{\sqrt[3]{5}}{10}$ (D) $3\sqrt[3]{5}$

分析:解本题时,一般都使用直接法,可以由 $5^{3x}=40$ 先求出 x ,再代入 5^{-x} 求值;可以由 $5^{3x}=(5^{-x})^{-3}=40$,直接求值。为了计算简单,也可以将所给的四个结论逐一代回已知等式进行验证,排除错误的,保留正确的。

解: 由 $5^{3x}=40$ 得

$$(5^{-x})^{-3}=40$$

将 $5^{-x}=\sqrt[3]{40}$ 代入,左 $=\frac{1}{40}\neq 40$, 则(A)被排除。

将 $5^{-x}=\frac{\sqrt[3]{25}}{10}$ 代入,左 $=\left(\frac{\sqrt[3]{25}}{10}\right)^{-3}=\left(\frac{25}{1000}\right)^{-1}=40=$ 右,说明(B)正确,所以应选择(B)

例 11 方程 $2x^2-mx-4=0$ 的两根为 x_1, x_2 , 已知 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}=2$, 则实数 m 的值等于 ()