数学分析

上册

师范专科试用教材

数　学　分　析

（上册）

师专数学专业教材协编组编

吉林教育出版社

师范专科试用教材　**数学分析**　　师专数学专业教材协编组　编

责任编辑：白国才　　封面设计：王劲涛

出版：吉 林 教 育 出 版 社　787×1092毫米32开本　19.25印张　2插页

发行：吉 林 省 新 华 书 店　425,000字　1997年11月第 1 版

1987年11月第1次印刷　印数：1—10,000册

印刷：吉林师范学院印刷厂　统一书号7375,653　定价：3.30元

师专数学教材出版说明

师范专科学校承担着培养大批合格的初中教师的重任。随着九年制义务教育的普及和四化建设的深入发展，师专的地位和作用愈来愈受到社会的重视。但是，就师专数学专业而言，到目前为止，国内还没有公开出版一套完整的、令人满意的专业教材，这给师专教学带来了一定的困难。为了解决这一问题，填补这一空白，在吉林省教育委员会的组织和资助下，由四平师院、吉林师院、长春师院、通化师院、白城师专、齐齐哈尔师院、廊坊师专、内蒙民族师院、昭盟蒙族师专等九所师范院校联合编写了这套教材。本套教材共有十四种，十五册，它们是：《空间解析几何》，《高等代数》《数学分析》（上、下册），《概率论与数理统计》，《逻辑代数与计算机语言》，《普通物理》，《初等代数研究》，《初等几何研究》，《中学数学教材教法总论》，《高等几何》，《常微分方程》，《复变函数》，《高等数学》（物理专业用），《高等数学》（化学专业用）。

本套教材是根据国家教委制定的二年制师范专科学校的教学计划（征求意见稿）和各门课程的教学大纲并结合九所院校的教学实践编写的。为保证教材质量，邀请了东北师大、吉林大学等校的二十多位教授、专家、学者组成教材编审委员会，对全套教材的编写进行具体指导和严格审查。

本套教材包括了教学计划规定的师专数学专业的全部专业课程(必修课及选修课)的教材以及物理和化学专业的高等数学教材。编写时充分注意了各门教材内容上的衔接与配合，深度和广度方面的协调一致。并在文字使用、表述方式、名词术语和符号的使用等方面有统一的要求，力争规范划一。

本套教材从培养目标出发，突出了师专教育的要求和特点。教材选择上避免了“多、深、尖”的弊病，体现了“少、广、新”的原则。力求培养学生具有坚实的理论基础和广阔的视野，以适应“三个面向”的需要。在表述方面，在充分注意科学性和严密性的前提下，力求通俗易懂，深入浅出，详尽透彻，易教易学。

为了加强对学生的能力培养和科学的思维方法的训练，各门教材都配备了较多的例题和习题。它们都经过精心选择，与正文内容密切配合，有些还是正文内容的补充和提高。对于难度较大的习题，作了适当的提示。

本套教材不仅可供师范专科学校使用，还可作为教育学院、职业大学、电视大学以及函授、刊授等相应专业的教材，亦可作为师范院校本科及其它院校有关专业的教学参考书。

编写一套完整的、适应四化建设需要的教材是一项十分艰巨的任务。我们的工作只是一个初步的尝试，缺点和谬误之处在所难免。诚恳希望得到有关专家和广大读者的批评指正。吉林省教育委员会和参加编写工作的九所院校的有关领导对于本套教材的编写出版给予了宝贵的支持，谨此表示衷心的感谢。

师专数学专业教材协编组

1986年10月

目　　录

第一章 函 数

在中学数学教材中已经有了“集合”和“函数”的概念。

它们是极为重要的两个概念。本章除对中学数学已讲过的函数及其性质重点复习外，並作些必要的补充。

§1 函数概念

1.1 集合与映射

1 集合

集合是一个基本概念。一般地，我们把具有某种共同性质事物的全体，叫做一个**集合**（或简称为**集**）。构成集合的个体，称为集合的元素。例如，一个班学生的集合，一批产品的集合，全体实数的集合，平面上所有点的集合等等。

通常我们用大写字母A，B，C，…表示集合，用小写字母a，b，c，…表示集合的元素。

如果a是集合A的元素，就说a属于A，记作$a\in A$；如果a不是集合A的元素，就说a不属于A，记作$a\overline{\in} A$。例如，A是自然数集合，则$3\in N$，$\frac{1}{2}\overline{\in} N$。

含有有限个元素的集合称为有限集，例如，前四个自然数的集合，一个班学生的集合等都是有限集。特别地，只含有一个元素的集合称为单元素集。例如，满足方程$x-1=0$

的所有x的集合，就是只含有一个元素 1 的集合；含有无限多个元素的集合称为无限集，如自然数集合就是一个无限集。

集合通常用两种方法表示：

Ⅰ **列举法**：就是按任意顺序列出集合的所有元素，并用花括号｛ ｝括起来，元素间用逗号隔开表示集合的方法。例如，前四个自然数的集合A，可表示为

$$A=\{1,2,3,4\}。$$

有限集，通常用列举法表示。由于无限集不能把它的所有元素都列出来，因而一般不用列举法表示，但有些无限集的元素间有比较明显的规律性，我们列举出其中一些元素，其余的用省略号代替，也可用列举法表示。例如，自然数集合N，可表示为

$$N=\{1,2,3,\cdots\}。$$

用列举法表示集合时，必须列出集合的所有元素，不能遗漏和重复，且与顺序无关。比如，$A=\{1,2,3,4\}$，则$\{2,3,4,1\}$，$\{3,4,1,2\}$，$\{4,1,2,3\}$，$\{1,4,3,2\}$等，都认为是同一个集合，即都是集合A。

Ⅱ **描述法**：就是把集合里元素的共同特征性质描述出来表示集合的方法，设$P(x)$为某个与x有关的特征性质，B为满足$P(x)$的一切x构成的集合，则可表示为

$$B=\{x|P(x)\}。$$

无限集合，通常用描述法表示。例如，满足不等式$x^2-3x-4>0$的一切x所组成的集合B可表示为

$$B=\{x|x^2-3x-4>0\}$$

有限集合，有时只知道元素所具有的特征性质，也采用描述法表示。例如

$$C=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$$

当方程没有解出之前，只好用描述法给出，当把方程$x^2-3x+2=0$解出后，知$C=\{1, 2\}$。

集合中的元素可以是任何事物，但若集合的元素都是数，称这种集合为**数集**，也称为**点集**。

我们用下列记号表示常用的一些数集：

N：表示一切自然数的集合；

Z：表示一切整数的集合；

Q：表示一切有理数的集合；

R：表示一切实数的集合。

我们看下面一个集合：

$$S=\{x\mid x\in R, x^2+1=0\},$$

它是由$x^2+1=0$的所有实数根组成的集合，由于这个方程没有实数根，从而这个集合没有元素。

定义 1.1 不包含任何元素的集合，称为空集合，简称空集，记为ϕ。$S=\{x\mid x\in R, x^2+1=0\}$是空集。又如一批产品都是成品，废品的集合为空集。

定义 1.2 设A,B是两个集合，若任意$a\in A$，必有$a\in B$，则称A是B的子集；记为$A\subset B$或$B\supset A$，读作A包含于B或B包含A。如图1.1，即：集合A的每个元素都是集合B的元素，就说A是B的子集。例如，

$$\mathrm{N}\subset\mathrm{Z}\subset\mathrm{Q}\subset\mathrm{R},$$

又如，设A表示全班女生集合，B表

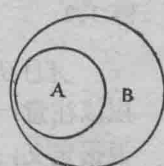

图 1.1

示全班学生集合，则$A\subset B$。

由于空集不含有任何元素，所以规定空集ϕ是任何集合的子集，即设A为任意集合，则$\phi\subset A$。

由子集的定义，知$A\subset A$，即任何集合是它自身的子集。

定义 1.3 设A,B是两个集合。若$A\subset B$且$B\subset A$，称A与B相等，记为$A=B$。

即：集A的元素都是集B的元素，同时集B的元素也都是集A的元素，此时A，B两个集合的元素必然完全相同。如图1.2。例如，

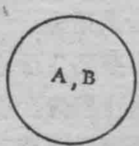

图 1.2

$$A=\{x\mid x^2-3x+2=0\},$$
$$B=\{1,\ 2\}$$

则$A=B$

由两个集合相等的定义可知：要证明集合A与集合B相等，只须证明$A\subset B$和$B\subset A$即可。

集合之间同样可以进行运算。

定义 1.4 设A，B是两个集合。由A和B的所有元素组成的集合，称为A与B的并，记为$A\cup B$，如图1.3，即

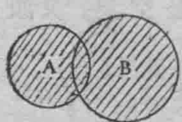

图 1.3

$$A\cup B=\{x\mid x\in A\text{或}x\in B\}。$$

例如，$A=\{1,\ 2,\ 3\}$，

$B=\{3,\ 4,\ 5\}$则

$$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}。$$

应该注意：相同元素只算一次。

根据定义，有

$$A\cup A=A,$$