



普通高等教育“十二五”机电类规划教材



# 机械原理

## 同步辅导与习题全解

主编 李瑞琴

- 重点难点 知识归纳与总结
- 典型例题 解题思路与技巧
- 精选习题 详细分析与解答
- 模拟试题 效果测试与提高



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十二五”机电类规划教材

# 机械原理同步辅导 与习题全解

李瑞琴 主 编

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

## 内 容 简 介

本书是根据李瑞琴教授主编的《机械原理》教材编写的教学参考书。全书共 13 章，每章分为“基本内容提要”、“重点、难点提示与辅导”、“典型例题解析”和“习题解答及解题提示”四个部分；对其中的难点给出了学习方法和注意事项等方面的学习辅导；典型例题中的解题思路与技巧旨在加深学生对所学知识的理解和掌握，提高学生的独立思考能力；同时对《机械原理》教材中的部分习题进行了解答。附录包括四套考研模拟试题及答案。

本书可作为高等院校机械类、近机械类各专业学生学习机械原理的辅助教材，也可作为选考机械原理科目的硕士研究生报考者的复习资料。同时，本书也可供教师及有关工程技术人员参考。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

机械原理同步辅导与习题全解/李瑞琴主编. —北京：电子工业出版社，2011.6  
(普通高等教育“十二五”机电类规划教材)

ISBN 978-7-121-13499-9

I. ①机… II. ①李… III. ①机构学—高等学校—教学参考资料 IV. ①TH111

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 084531 号

策划编辑：李洁

责任编辑：李洁 特约编辑：钟永刚

印 刷：北京市李史山胶印厂

装 订：

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：787×1092 1/16 印张：16 字数：406 千字

印 次：2011 年 6 月第 1 次印刷

印 数：3 000 册 定价：33.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 [zlts@phei.com.cn](mailto:zlts@phei.com.cn)，盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

服务热线：(010) 88258888。

## 前　　言

机械原理课程是高等院校机械类专业一门重要的技术基础课程，在培养学生综合设计能力的全局中，承担着培养学生的机械系统方案创新设计能力的任务，在机械原理及设计系列课程体系中占有十分重要的地位。

本书是为了更好地配合学生机械原理课程的学习及为考研提供帮助而编写的，书中融入了作者在二十余年教学过程中积累的经验。

全书共 13 章，主要内容有机构的结构分析与综合、平面连杆机构及其设计，凸轮机构及其设计，齿轮机构及其设计，轮系及其设计，间歇运动机构，其他常用机构，平面机构的力分析，机械的效率，机械的运转及其速度波动的调节，机械的平衡，机械运动方案设计等。每章分为“基本内容提要”、“重点、难点提示与辅导”、“典型例题解析”和“习题解答及解题提示”四部分。

“基本内容提要”部分对每章的基本内容进行了简要的归纳梳理，使读者能加深对每章知识要点的理解和掌握。

“重点、难点提示与辅导”部分对每章的重点、难点做了简要说明，并对其中的难点给出了学习方法和注意事项等方面的学习辅导。有针对性的学习辅导旨在提高学生的学习能力和独立思考能力。

“典型例题解析”部分结合每章的重要知识点给出了相应的例题及其详细解答。其中的解题思路与技巧的运用期望能使读者举一反三、触类旁通，拓宽分析问题的思路，提高解决问题的能力。

要想学好机械原理，不仅要掌握相关的知识点，还很有必要认真做一些具有代表性的习题，如此才能使学生对相关的基本概念和理论有进一步的认识和把握。“习题解答及解题提示”部分对《机械原理》教材中的部分习题进行了解答，使读者能够更加深刻地理解和掌握每章的内容。

附录提供了四套考研模拟试题及答案，可用来检验学习效果或作为考研前的模拟训练。

本书可作为高等院校机械类、近机械类各专业学生学习机械原理的辅助教材，也可作为选考机械原理科目的硕士研究生报考者的复习资料，同时本书还可供教师及有关工程技术人员参考。

参加本书编写的有：李瑞琴（第 1~4 章、第 6~8 章、第 13 章及附录），薄瑞峰（第 5 章），梅瑛（第 9~12 章）。全书由李瑞琴教授统稿并担任主编。

在本书编写的过程中得到了责任编辑的热情关注和大力支持，在资料整理及图形绘制方面得到了李姣、武振华、康利君、吴凡、刘波的大力支持和帮助，在此一并表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中缺点、误漏欠妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

作者联系方式（E-mail）：Lrq-dyt@nuc.edu.cn。

编　　者

# 目 录

第 1 章 绪论.....	(1)
1.1 基本内容提要 .....	(1)
1.2 重点、难点提示与辅导 .....	(3)
第 2 章 机构的结构分析与综合.....	(5)
2.1 基本内容提要 .....	(5)
2.2 重点、难点提示与辅导 .....	(7)
2.3 典型例题解析 .....	(10)
2.4 习题解答及解题提示 .....	(16)
第 3 章 平面连杆机构及其设计.....	(23)
3.1 基本内容提要 .....	(23)
3.2 重点、难点提示与辅导 .....	(26)
3.3 典型例题解析 .....	(29)
3.4 习题解答及解题提示 .....	(37)
第 4 章 凸轮机构及其设计.....	(47)
4.1 基本内容提要 .....	(47)
4.2 重点、难点提示与辅导 .....	(50)
4.3 典型例题解析 .....	(51)
4.4 习题解答及解题提示 .....	(62)
第 5 章 齿轮机构及其设计.....	(70)
5.1 基本内容提要 .....	(70)
5.2 重点、难点提示与辅导 .....	(73)
5.3 典型例题解析 .....	(75)
5.4 习题解答及解题提示 .....	(90)
第 6 章 轮系及其设计.....	(97)
6.1 基本内容提要 .....	(97)
6.2 重点、难点提示与辅导 .....	(100)
6.3 典型例题解析 .....	(101)
6.4 习题解答及解题提示 .....	(113)
第 7 章 间歇运动机构.....	(121)
7.1 基本内容提要 .....	(121)
7.2 重点、难点提示与辅导 .....	(123)
7.3 典型例题解析 .....	(123)
7.4 习题解答及解题提示 .....	(126)
第 8 章 其他常用机构.....	(129)
8.1 基本内容提要 .....	(129)
8.2 重点、难点提示与辅导 .....	(131)

8.3 典型例题解析 .....	(131)
8.4 习题解答及解题提示 .....	(137)
<b>第 9 章 平面机构的力分析 .....</b>	<b>(140)</b>
9.1 基本内容提要 .....	(140)
9.2 重点、难点提示与辅导 .....	(142)
9.3 典型例题解析 .....	(143)
9.4 习题解答及解题提示 .....	(148)
<b>第 10 章 机械的效率 .....</b>	<b>(152)</b>
10.1 基本内容提要 .....	(152)
10.2 重点、难点提示与辅导 .....	(154)
10.3 典型例题解析 .....	(155)
10.4 习题解答及解题提示 .....	(163)
<b>第 11 章 机械的运转及其速度波动的调节 .....</b>	<b>(167)</b>
11.1 基本内容提要 .....	(167)
11.2 重点、难点提示与辅导 .....	(172)
11.3 典型例题解析 .....	(172)
11.4 习题解答及解题提示 .....	(183)
<b>第 12 章 机械的平衡 .....</b>	<b>(192)</b>
12.1 基本内容提要 .....	(192)
12.2 重点、难点提示与辅导 .....	(194)
12.3 典型例题解析 .....	(197)
12.4 习题解答及解题提示 .....	(202)
<b>第 13 章 执行机构系统的方案设计 .....</b>	<b>(209)</b>
13.1 基本内容提要 .....	(209)
13.2 重点、难点提示与辅导 .....	(212)
13.3 典型例题解析 .....	(212)
<b>附录 A 考研模拟试题 .....</b>	<b>(219)</b>
A.1 考研模拟试题 I .....	(219)
A.2 考研模拟试题 II .....	(222)
A.3 考研模拟试题 III .....	(224)
A.4 考研模拟试题 IV .....	(227)
<b>附录 B 考研模拟试题答案 .....</b>	<b>(231)</b>
B.1 考研模拟试题答案 I .....	(231)
B.2 考研模拟试题答案 II .....	(236)
B.3 考研模拟试题答案 III .....	(241)
B.4 考研模拟试题答案 IV .....	(244)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(249)</b>

# 第1章 绪 论

## 基本内容提要

### 1. 机械原理的研究对象

(1) 机械原理又称机器理论与机构学，它是研究机构和机器的运动及动力特性，以及机械运动方案设计的技术基础学科。它是机械设计及理论学科的重要内容之一。对于机械的设计、制造、运行、维修等方面都有十分重要的作用。

要进行机械的创新设计，机械原理知识是不可缺少的、十分重要的。

(2) 机械原理的研究对象是机械，而机械是机构与机器的总称。因此，机械原理的研究对象是机构和机器。

(3) 机器是一种由人为物体组成的具有确定机械运动的装置，它用来完成一定的工作过程，以代替人类的劳动。根据工作类型的不同，机器一般可分为动力机器、工作机器和信息机器三类。

动力机器的功用是将任何一种能量转换成机械能，或者将机械能转换成其他形式的能量。

工作机器的功用是完成有用的机械功或搬运物品。

信息机器的功用是完成信息的传递和变换。

随着科技的发展，机器的内涵也在不断地变化。但是，机器的本质属性始终是实现可控的执行运动行为，完成有用的工作过程。现代科技在机器中运用，只是使机器具有信息化、智能化和柔性的特性。

## 2. 机械原理课程的主要内容

机械原理课程主要研究以下四个方面的内容：

### 1) 机构的组成和类型综合

研究机构的组成原理的目的是分析机构运动的可能性及确定性；对组成机构的杆组进行分类，便于系统地建立机构运动分析和力分析的方法。机构的类型综合可以探索机构创新的某些设计方法。

### 2) 典型机构的分析与设计

典型机构主要有连杆机构、凸轮机构、齿轮机构、间歇运动机构、其他常用机构等一些常用机构。本课程介绍这些常用机构的设计理论和方法。

### 3) 机械动力学

为了设计出动力性能良好的机械，本课程介绍平面机构的力分析，在已知力作用下机械的真实运动规律，减少机器速度、波动的调节方法，机械运动过程中惯性力系的平衡问题等。

### 4) 机械系统方案设计

介绍机械总体方案的拟定、执行机构系统的设计、机械传动系统的设计及原动机的选择等。这部分内容主要包括：机械运动方案设计步骤、功能分析、机构创新、执行机构的运动规律和机构系统运动协调设计等的基本原则和方法。

## 3. 机械原理课程的地位和作用

机械原理是研究机构及机械运动简图设计的一门重要技术基础课。它的任务主要是使学生掌握机构学和机械动力学的基本理论、基本知识和基本技能。培养学生初步拟定机械运动方案、分析和设计基本机构的能力。

机械原理在培养高级技术人才的全局中，具有增强学生对机械技术工作的适应能力和开发创新能力的作用。掌握了机械原理，有利于发挥机器的工作性能，维护保养好机器。设计和制造一种工作性能优良的新机器，需要掌握机器的工作原理、设计和制造原理。需要综合应用多门学科的知识，而机械原理是其中一门重要的学科。

## 4. 机械原理学科的发展

机械原理学科是机械设计及理论学科的重要组成部分，是机械工程和现代科学技术发展的重要基础。由于电子学、信息科学、计算机技术、生物科学向机械设计及理论学科的渗透和结合。使机械原理学科近三十年来已向现代化方向迈出一大步。一方面使传统机构学中的典型机构，如连杆机构、凸轮机构、间歇运动机构、组合机构等在分析和设计方法上有很多发展，计算机辅助设计和优化设计有很大发展。另一方面在机械人机构、微机构、广义机构、可控机构、机构系统设计、机构动态设计等方面均有不少新的研究成果。这些方面的深入研究为现代机器的设计提供了理论基础。

## 重点、难点提示与辅导

### 1. 本章的重点

(1) 机械原理的研究对象：机构和机器。

(2) 机构：具有确定运动的构件系统。

(3) 机器：具有确定运动的人为物体组成的装置，用它来完成一定的工作过程，以代替人类的劳动。

(4) 机械运动方案：完成机器工艺动作过程的执行机构系统方案。

(5) 机械运动方案设计：机械运动方案设计是机械设计的关键步骤，是机械创新设计的重要内容。机械运动方案设计就是按市场需求确定的机器功能，构思出机器工艺动作过程，进行执行机构系统的类型综合和尺度综合。

(6) 机械原理课程的主要内容，包括典型机构的分析和设计，机械系统（机械运动方案）设计以及机械动力学。

(7) 机械原理学科的发展概况，特别要注意机械原理已由传统的内容向现代的内容发展。

### 2. 本章的难点

(1) 对于机构和机器概念的区分，在某些情况下往往会产生混淆。如机构会不会独立于机器而存在。

(2) 如何根据机械原理课程的特点和作用，掌握好机械原理课程的学习方法。这些学习方法如果能很好运用，将对学习本课程的内容起到事半功倍的作用。

### 3. 学习辅导

#### 1) 机构与机器的概念

机构是把一个或几个构件的运动，变换为其他构件所需的具有确定运动的构件系统。传统机构中的各构件是刚性的，而现代机构中的构件可以包含挠性构件、弹性构件和韧性构件，或者包含液压构件、气动构件、电磁件等。

机器是完成有用的机械功或转换机械能的机构或机构系统。

机械是机构和机器的总称。

#### 2) 机械原理的学习方法

根据机械原理课程特点和作用，应掌握相应的学习方法。

(1) 掌握各种典型机构的结构、分析和设计方法。

(2) 掌握机械运动简图的画法，习惯于用运动简图来认识机构和机器。

(3) 要深刻理解本课程中的基本概念。只有在明确理解基本概念的基础上，才能更好地掌握本课程的内容。

(4) 深入理解和全面掌握本课程的基本研究方法。这些基本研究方法主要包括杆组法、变换机架法、反转法、机构演化法、等效法等。这些方法的掌握使同学们能容易地对各种机构进行分析和设计。

(5) 注意运用理论力学的有关知识。理论力学是机械原理课程最为密切的先修课程。机械原理是将理论力学的有关原理应用于实际机械，它具有自己的特点。在本课程的学习过程中，应注意把理论力学中的有关知识运用到本课程的学习中。

(6) 重视实践教学环节的学习。本课程是一门与工程实际密切相关的课程，因此本课程的学习要注意理论联系实际。与本课程密切相关的实验、课程设计、机械设计大赛，以及课外科技活动等将为同学们提供理论联系实际和学以致用的机会。此外，在现实生活中，要注意观察、分析和比较，积累各种各样的巧妙构思。要大胆运用所学知识，尝试设计新颖机构，以达到举一反三的目的。

### 3) 把握机械原理学科的发展动向

了解机械原理学科的现状和发展趋势，既有助于对机械原理课程的深入学习，也有助于未来更深层次的学习。建议随着课程的进展阅读本课程相关内容的综述类的期刊文献。

从机械原理学科的发展动向来看，应该更好地学好机械原理课程、推动现代机械原理学科的发展。

# Chapter 2

## 第2章

### 机构的结构分析与综合

#### 2.1 基本内容提要

##### 1. 构件与运动副

组成机构的每一个独立运动的单元体称为构件。机器中的构件可以是单一的零件（如齿轮），也可以是由若干个零件刚性组装而成的。构件和零件是两个不同的概念，构件是运动的单元，而零件是制造的单元。

机构都是由两个以上具有相对运动的构件组成的，其中每个构件都以一定的方式至少与另一个构件相连接。这种连接既使两个构件直接接触，又使两构件能产生一定的相对运动。我们把两构件直接接触而又能产生一定形式的相对运动的可动连接，称为运动副。

运动副可按其接触形式分为高副（点或线接触的运动副）和低副（面接触的运动副）；又可按所能产生相对运动的形式分为转动副、移动副、螺旋副及球面副等；运动副也常根据其所引入约束的数目分类为Ⅰ级副、Ⅱ级副、Ⅲ级副、Ⅳ级副及Ⅴ级副。

在实际机械中，常常出现两构件多处接触而构成运动副的情况，这时必须注意分析接触各处所引入的约束情况，并根据所引入独立约束的数目来判定两构件构成运动副的类别。总之，两构件构成运动副应至少要引入一个约束，也至少要保留一个自由度。

## 2. 运动链与机构

运动链是两个或两个以上构件通过运动副连接而构成的相对可动的系统。如果构成的是相对不可动的系统，则为桁架或结构体，即蜕变成为一个构件。

运动链可分为闭式运动链和开式运动链两种。各构件构成了首尾封闭的系统，称为闭式运动链；各构件未构成首尾封闭的系统，称为开式运动链。运动链又有平面运动链和空间运动链之分。

机构从其功能来理解是一种用来传递运动和力的可动装置。而从机构组成来看，机构是具有固定构件的运动链。机构中的固定构件称为机架，按给定的已知运动规律独立运动的构件称为原动件，而其余活动构件称为从动件。从动件的运动规律取决于原动件的运动规律和机构的构型和尺寸。

## 3. 平面机构运动简图

用简单的线条和规定的符号代表构件和运动副，并按比例定出各运动副的相对位置。这种能表达机构运动情况的简单图形称为机构运动简图。

机构运动简图能反映出机构的运动特性。可以用来进行机构的结构、运动及动力分析。

绘制机构运动简图的方法和步骤如下：

第一步：通过观察和分析机械的运动情况和实际组成，先弄清机械的原动部分和执行部分，然后循着运动传递的路线分析，查明组成机构的构件数目和各构件之间组成的运动副的类别、数目及各运动副的相对位置。

第二步：恰当地选择投影面。选择时应以能简单、清楚地把机构的运动情况表示出来为原则。一般选机构中的多数构件的运动平面为投影面。

第三步：选取适当的比例尺。根据机构的运动尺寸，先确定出各运动副的位置（如转动副的中心位置、移动副的导路方位及高副的接触点的位置等），并画上相应的运动副符号，然后用简单线条或几何图形连接起来，最后要标出构件序号及运动副的代号字母，以及标出原动件的运动方向箭头。

## 4. 平面机构的自由度计算

要保持机构具有确定的相对运动，必须使机构的原动件（一般原动件与机架组成转动副或移动副）数等于机构的自由度数。对于平面机构，其自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H \quad (2.1)$$

式中， $n$  为机构中活动构件的数目； $P_L$  为低副数目； $P_H$  为高副数目。

式（2.1）称为平面机构自由度的计算公式，又称平面机构的结构公式。在应用该式计算自由度时，必须注意下列事项：

### 1) 复合铰链

两个以上的构件在同一处以转动副相联接，该处就构成复合铰链。当有  $m$  个构件（包括固定构件）以复合铰链相联接时，其转动副的数目应为  $m-1$  个。

### 2) 局部自由度

机构中某些构件所能产生的运动，并不影响其他构件的运动，则这些构件所能产生的这种局部运动的自由度称为局部自由度。在计算机构自由度时，应将局部自由度除去。

### 3) 虚约束

对机构运动只起重复限制作用的约束称为虚约束。

在计算机构自由度时，应将虚约束去掉。

## 5. 机构具有确定运动的条件

机构的自由度是机构具有确定运动时所需的独立运动参数的数目。为了使机构能按照一定的要求进行运动变换和力的传递，机构应具有确定的运动，其确定运动的条件是机构的自由度  $F > 0$  且机构的原动件数目等于机构的自由度数目。否则机构的运动将不确定或没有运动的可能。因此，在分析现有机械或设计新机械时，通常根据这一条件来判断所画的机构结构是否正确。因为机构只有运动确定时，才能对其进行结构分析、运动分析和动力分析。

## 6. 机构的高副低代法

为了使平面低副机构的运动分析和动力分析方法能适用于所有平面机构，因而要了解平面高副与平面低副之间的内在联系，研究在平面机构中用低副代替高副的条件和方法（简称高副低代）。

为了保证机构的运动保持不变，进行高副低代必须满足的条件如下：

- (1) 代替机构和原机构的自由度必须完全相同。
- (2) 代替机构和原机构的瞬时速度和瞬时加速度必须完全相同。

高副低代最简单的方法就是用一个带有两个转动副的构件来代替一个高副，这两个转动副分别位于高副两元素接触点处的曲率中心。

## 7. 机构的组成和杆组

由于机构中原动件数目等于机构的自由度数，因此，若从机构中将机架及与机架相连的原动件拆下，则剩下的必是一个自由度为零的从动件组合系统。当然有时我们还可再将它拆成更简单的自由度为零的构件组。把最后不能再拆的最简单的自由度为零的构件组称为基本杆组。

反过来，任何机构都可以看成是由若干基本杆组依次联接到一个（或几个）原动件和机架上而组成的，这就是机构的组成原理。

必须注意，把每个基本杆组拆下来或装上去，都必须不影响原机构运动的自由度。也就是说，从机构中拆下来的是基本杆组，剩下的还是机构。

## 重点、难点提示与辅导

### 1. 本章的重点

本章的重点是有关机构组成中的构件、运动副、运动链及机构等概念，机构运动简图的绘制，机构具有确定运动的条件，机构自由度的计算，机构的组成原理和结构分类等。

### 2. 本章的难点

本章的难点是在机构自由度的计算中有关虚约束的识别和处理问题，要求对虚约束有一个明确的概念，并对机构中存在虚约束的一些比较常见的情况有所了解。

### 3. 学习辅导

#### 1) 复合铰链

两个以上的构件在同一处以转动副相连接，该处就构成复合铰链。当有  $m$  个构件（包括固定构件）以复合铰链相连接时，其转动副的数目应为  $m-1$  个。

值得注意的是，很多情况下，复合铰链的表现形式并不明显。如图 2.1 所示的转动副 A 均表示由三个构件组成的复合铰链，在计算自由度时应按两个转动副计算。

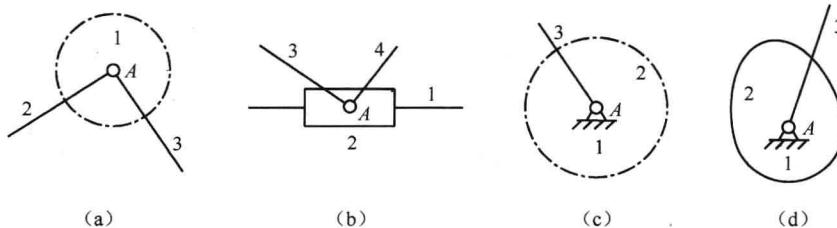


图 2.1 复合铰链的几种形式

在图 2.1 (c) 和 (d) 中，若将齿轮 2 和凸轮 2 分别与构件 3 焊接，成为一个构件，如图 2.2 (a) 和 (b) 所示，则转动副 A 就成为一个转动副，而不是复合铰链了。

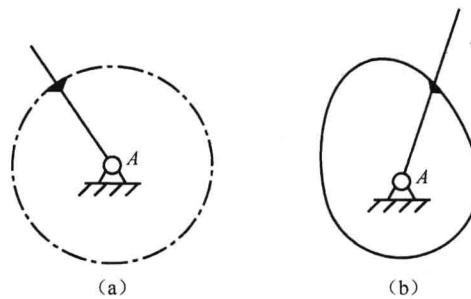


图 2.2 转动副 A 不是复合铰链

#### 2) 虚约束

由于虚约束出现在特定的几何条件下，而具体情况又较为复杂，需要仔细分析，所以，虚约束的判别是本章的难点之一。要正确判别机构中存在的虚约束，应注意以下几点：

(1) 理解虚约束的概念：在机构中，两个构件构成运动副所引入的约束是用来限制某些相对运动的，某些运动链所带入的约束可能与机构所受的其他约束相重复，即对相对运动的限制产生了重复，因而对机构运动实际上起不到约束作用，这种约束就是虚约束。

(2) 分析机构在什么情况下存在虚约束，机构中常出现的虚约束有以下几种情况：

① 两个构件上某两点间的距离在运动过程中始终保持不变。双副杆连接两运动构件上距离恒定不变的两点的情况，机构在运动过程中，若两个构件上某两点之间的距离始终保持不变，如用双转动副杆将此两点相连，则将引入一个虚约束。

② 转动副轴线重合。两个构件组成多个转动副且其轴线相重合时，只有一个转动副起约束作用，其余转动副都是虚约束。

③ 移动副导路平行。两个构件组成多个移动副且其导路互相平行或重合时，只有一个移动副起约束作用，其余移动副都是虚约束。

④ 轨迹重合。如果用转动副连接的是两个构件上运动轨迹重合的点，则该连接将引入一个虚约束。

⑤ 机构中对运动起重复约束作用的对称部分。机构中某些不影响机构运动传递的重复部分或对称部分所引入的约束为虚约束。

由此可见，机构中的虚约束都是在一些特定的几何条件下出现的。因此，虚约束需要根据给定的机构的特定几何条件来加以分析判定，有时还需要借助于一定的几何证明加以判别。

虚约束的存在虽然不影响机构的运动，但是引入虚约束后可以增加构件的刚性，改善其机构的受力状况，保证机械运动的顺利进行，因而在机构的结构设计中被广泛应用。

在计算机构自由度时，应将虚约束去掉。

### 3) 平面机构的高副低代

高副低代的方法：用一个虚拟两副构件将两高副构件在过接触点的曲率中心相连起来即可。若两高副元素之一为直线时，则因其曲率中心在无穷远处，故所连接这一端的运动副为移动副。

各种典型的高副机构和低副替代后的机构如图 2.3 所示。

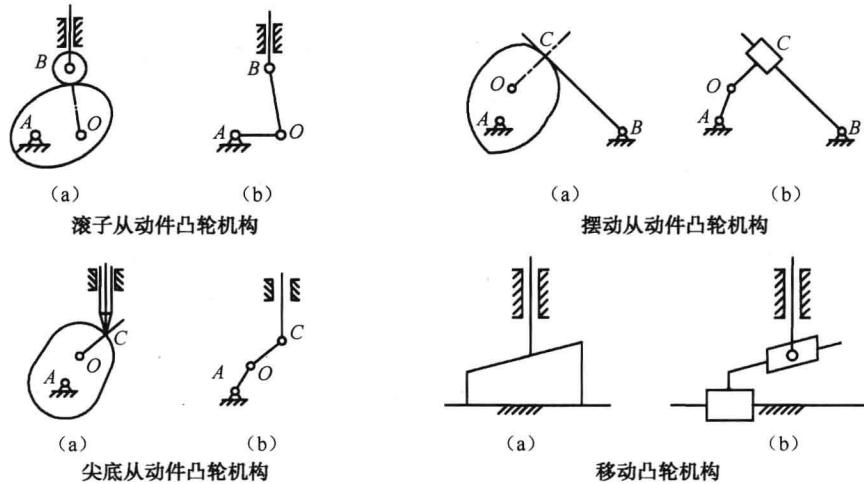


图 2.3 典型的高副机构及其相应的低副替代机构

(图中 O 点为高副接触处的曲率中心)

### 4) 机构组成原理与结构分类

根据机构的杆组的条件  $3n - 2P_L - P_H = 0$  可知，对于仅含低副的机构，它的最简单基本杆组是由两个构件和三个低副构成。这种基本杆组称为 II 级组，它有五种不同类型，如图 2.4 所示。

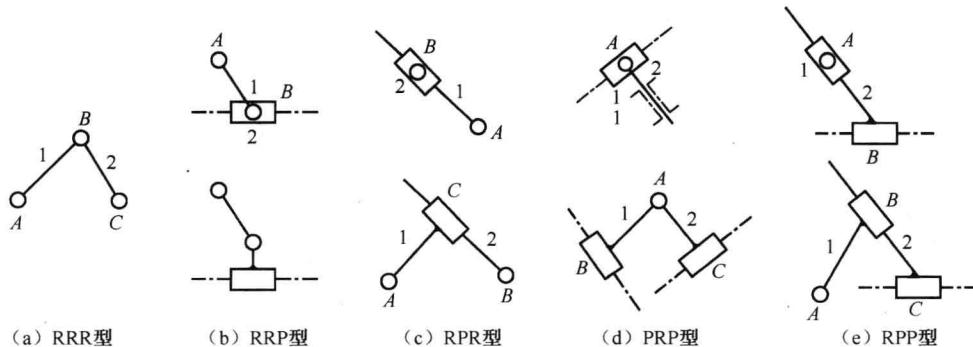


图 2.4 II 级组的五种类型

III级组均由4个构件和6个低副所组成，而且必有一个构件有三个低副，如图2.5所示六种结构形式中的构件2，都包含有A、B、C三个低副。

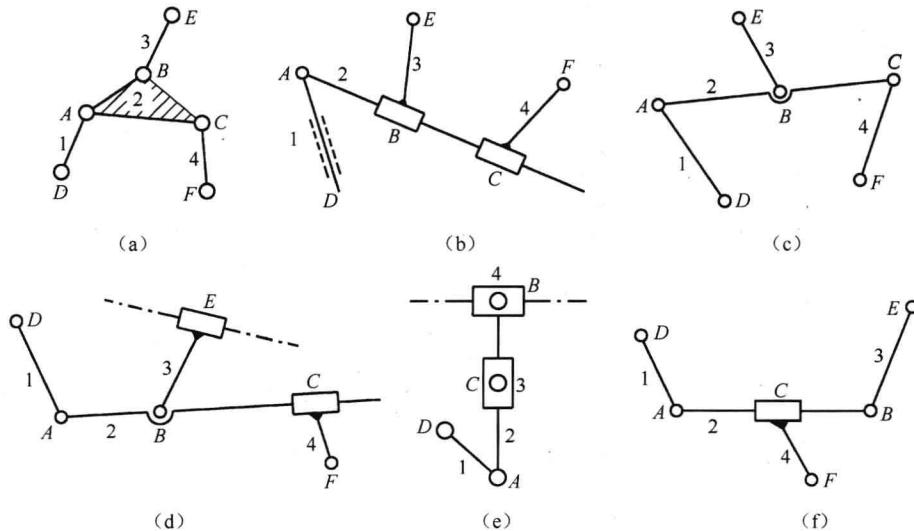


图2.5 III级组的六种结构形式

值得注意的是，如图2.6所示的杆组，包含有4个运动副组成的封闭四边形，故称为IV级组。

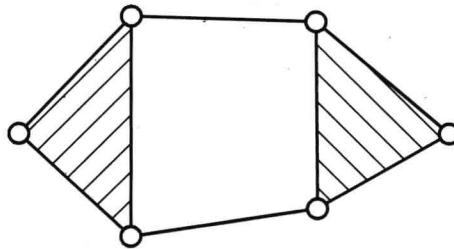


图2.6 IV级组

平面机构的级别取决于该机构能够分解出的基本杆组的最高级别。

## 典型例题解析

**例2.1** 计算例2.1图所示齿轮机构的自由度。

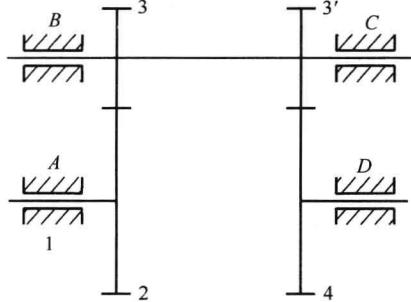
**解题思路与技巧：**

此机构中，构件3(3')与构件1(机架)在B与C处均形成转动副，且其轴线又相重合，因此，C处的约束(或B处的约束)是虚约束。但是，A处的转动副是由构件2与机架1所形成的，D处的转动副是由构件4与机架1所形成的，故不构成虚约束。

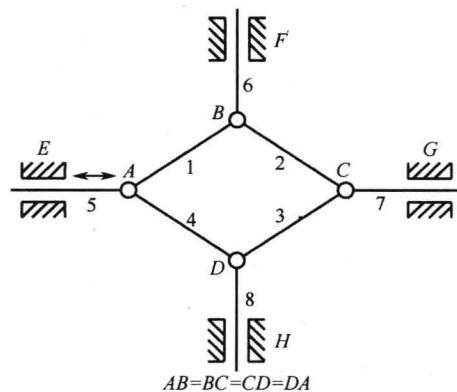
**解：**该机构 $n=3$ ,  $P_L=3$ ,  $P_H=2$ , 所以, 自由度为

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 3-2\times 3-1\times 2=1$$

例 2.2 计算例 2.2 图所示对称八杆机构的自由度，已知  $AB=BC=CD=DA$ 。



例 2.1 图 定轴轮系



例 2.2 图 对称八杆机构

### 解题思路与技巧：

由于该机构中  $AB$  平行且等于  $CD$ ，因此， $ABCD$  为平行四边形，也即  $A$  点与  $D$  点间的距离始终保持不变（或者说， $B$  点与  $C$  点间的距离始终保持不变），故杆 4 及与其相连的两个转动副产生一个虚约束，所以可将杆 4 去掉，如例 2.2 图解 (a)。这样，该机构的活动构件数  $n=7$ 。又因  $B$ 、 $C$  两处均是复合铰链，所以  $P_L=10$ ， $P_H=0$ 。

解：该机构  $n=7$ ， $P_L=10$ ， $P_H=0$ ，所以，该机构的自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 7 - 2 \times 10 - 1 \times 0 = 1$$

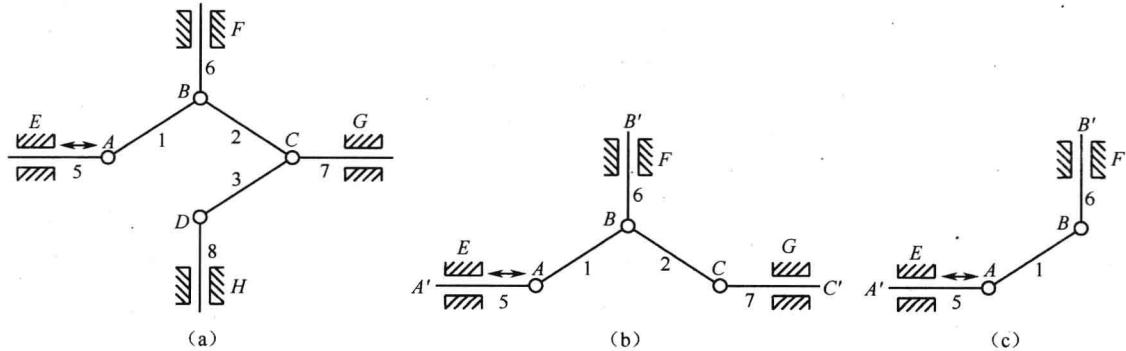
本题还有另外两种解法：由于该机构的上半部分与下半部分完全对称，因此，在计算自由度时，可以去掉其对称部分而成例 2.2 图解 (b) 所示机构。此时  $n=5$ ， $P_L=7$  ( $B$  点为复合铰链)， $P_H=0$ ，因此，该机构的自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 5 - 2 \times 7 - 1 \times 0 = 1$$

如果再对例 2.2 图解 (b) 的机构作进一步分析，可以看到， $A'ABB'$  与  $C'CBB'$  对称，因此，又可简化成例 2.2 图解 (c) 所示的机构。此时， $n=3$ ， $P_L=4$ ， $P_H=0$ ，此机构的自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 1 \times 0 = 1$$

由该例可知，虚约束发生于连接点处的运动轨迹重合或机构中有对称部分之处。在计算机构自由度时，应去掉该虚约束。但应指出，实际机构中由于结构的需要，这种虚约束有时是必需的。



例 2.2 图解 八杆机构