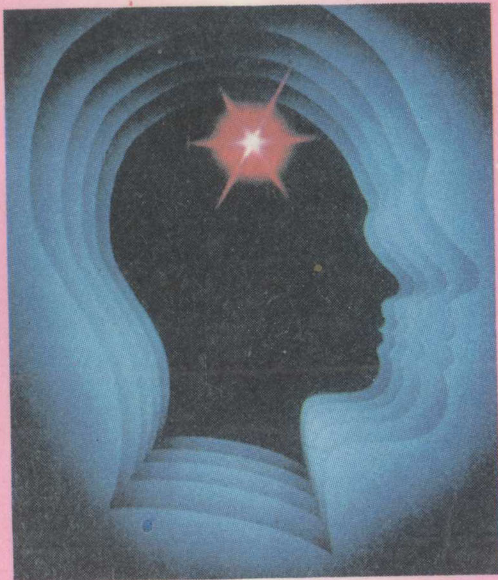
名师启迪丛书



（第二版）

小学数学学习指要

——献给小学同学

陈起新　郑俊选　郭为民　邵二湘　著

科学出版社

名师启迪丛书

(第二版)

小学数学学习指要

——献给小学同学

陈起新　郭为民
郑俊选　邵二湘　著

科学出版社
1994

（京）新登字 092 号

内 容 简 介

学好数学的关键是理解数和形，教学经验丰富的作者在本书中帮助同学们正确掌握数和形的基本概念，灵活地运用这些概念去解决实际问题. 应用题是小学生最头痛的，本书将教给同学们迅速而准确地分析和解答一般应用题、典型应用题以及分数和百分数应用题的方法. 为便于小学生理解和接受，每一部分都提出若干问题，选择易懂的典型实例，由浅入深地加以阐述，而且在一些问题之后还安排部分思考题和练习题来巩固和加深所学的知识.

名师启迪丛书
（第二版）
小学数学学习指要
——献给小学同学
陈起新　郭为民
郑俊选　邵二湘　著
责任编辑　李敬东
科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
中国华云电子数据中心照排
北京彩虹印刷厂　印刷
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
*
1989 年 4 月第一版　开本：787×1092　1/32
1994 年 1 月第二版　印张：13
1994 年 1 月第四次印刷　字数：296 000
印数：48 301—55 300
ISBN　7-03-003562-3/G · 360
定价：4.25 元

作 者 简 介

陈起新，男，1938年生．1957年毕业于北京师范学校．现任北京市教育局教学研究部小学数学教研室主任，获中学高级教师职称，并兼任中国教育学会小学数学教学专业委员会副秘书长、北京市数学教学研究会副理事长、《中小学数学教学》常务编委、《中国小学数学教育》编委．多年从事小学数学教师工作．自1971年起先后在北京教育局教研部搞小学数学教材的编写工作和教学研究工作．曾参加编写《小学数学教学问答》、《小学数学复习指导》、《优秀教案选评》、《小学生数学学法指导》、《小学数学教师教学基本功讲座》等书．

郑俊选，女，1934年生，中师毕业．1955年起从事小学教育工作．现为北京景山学校教科所研究人员，北京市特级教师，获中学高级教师职称．兼任中国教育学会小学数学教学专业委员会常务理事、全国小学数学学术委员、北京市教育学会数学教学研究会理事．曾发表《谈谈小学数学的基础知识教学和基本技能训练》、《关于应用题教学的一点想法》、《谈谈小学生思维能力的培养》等十多篇文章．参加编写《小学生训练与思

考丛书》、《小学数学 365》、《小学数学要点难点解析》等书，专著有《开拓孩子的思维世界》.

郭为民，男，1941 年生. 1959 年毕业于北京第一师范学校. 现任北京市教育局教学研究部小学数学教研员. 获中学高级教师职称，兼任《中小学数学教学》常务编委. 曾参与编辑北京市小学特级教师马芯兰、关敏卿、章旭昭等同志的教学经验专著及《北京第一实验小学数学典型教案选》. 1986 年参加编写北京市教育丛书，并参加修订京、津、沪、浙四省市小学数学教材. 著有《小学生数学学法指导》一书.

邵二湘，男，1942 年生. 1965 年毕业于北京电视大学中文专业. 1960 年以来，一直从事小学高年级语文、数学教学工作. 现任朝阳区垂杨柳中心小学教师(职称评定中教高级)，兼任朝阳区兼职教研员、区级指导教师，北京市《中小学数学教学》编辑.

曾在报刊上发表文章二百余篇；著有《小学数学智能训练》、《小学数学学习方法指导》、《巧学数学》，合作编写《中外趣题》. 参加中央电视台“希望杯”赛、全国“华罗庚金杯”赛的辅导、培训工作. 在全国第一、二届“创造性学与玩”大赛中参与命题、审题、评审工作.

序

“师者，所以传道受业解惑也。”韩愈的这句话几乎成了千百年来教师们的座右铭。然而我们民族的后代不但应该掌握“道”与“业”，而且应该善于自己解“惑”，更富有创造性。换句话说，教师应该让自己的学生变得更聪明。目前我们的基础教育在这方面却不能适应未来的需要：过于偏重“业”的灌输了。试看年年层出不穷、屡禁不止、充斥于学校和家庭、压得学生喘不过气来的“难题详解”、“辅导材料”，就可以感到问题的严重了。

名师则不然。他们不但精熟自己执教的学科，更为重要的是，他们善于处理和驾驭学科的内容，激发学生的求知欲、探索欲，启发学生发挥自己的智慧潜能，引导学生综合运用已有的知识和技能去攀登科学的下一个阶梯，不断闯入新的领域，进入新的境界。把首都一些名师的半生心血结晶加以汇集，让更多的学生受惠，从填鸭式教学的苦难中挣脱出来，成为聪明的、善于思索的一代，这就是这套《名师启迪丛书》的编著目的。

名师者，著名之教师也。如今是名人蜂起的时代：名演员、名画家、名厨师、名企业家、名演说家……每天都要出现一大批，只是“名教师”却不大被提及。这是当前教师，特别是中小幼教师的社会地位所决定的，但也跟他们的接触范围较窄、宣传报道不够有关，诚所谓“登高而招，臂非加长也，而见者远”，盖势使之然。既然我们的优秀教师无愧于“名师”之号，我们就应该恭恭敬敬地这样称呼他们。借着这套丛书的出版，为我们

的名师们做点树碑立传的工作，让更多的人知道他们、学习他们，以便今后不断涌现更多的名师，这是编辑这套丛书的一个附带目的。

这套丛书一律以最新教材为依托，即：结合教材的难点和重点培养学生的基本功，训练学生科学的思路，而不是靠补充大量材料取胜。这是为了不无谓地增加学生负担，引导他们重视课内的学习，并在系统的学习中提高；同时，也是为了便于更多的教师甚至家长参考，从中受到启发。

现代科学证明，人的智力的成长从胎儿时期就开始了；幼儿“记事儿”前后思维和语言能力的培养、生活习惯和情趣的形成对人的一生都有着重要的影响。这跟我国古代重视“胎教”和所谓“三岁看大，七岁看老”的谚语不谋而合（但并非否定后天的教育）。为此，我们特请著名的幼教专家撰稿，介绍如何培养教育从 0 岁到 6 岁的儿童。与丛书中其它部分不同的是，关于幼儿教育的这六册是要给年轻的爸爸妈妈们以启迪，因为他（她）们是孩子的第一个、也是终其一生的老师。

愿这套丛书能成为中华教育大厦中的一块砖、一代代人才成长之路上的一个石阶，愿它伴着更多的后来者走过人生的关键阶段。

最后，应该感谢科学出版社——一个一向以出版高层次科学著作蜚声海内外的出版社对于提高中小学生的科学文化素质如此关注，社领导、编辑和工人们付出了大量的劳动，使这套丛书得以在短时间内出版，这是值得全社会钦佩和尊敬的。

许嘉璐

1989 年

目　　录

1. 我们离不开计算

早期的人类社会，人们为计算、分配猎获物和果实的需要，萌发了记数的愿望. 从“结绳记数”开始，人类在生活与生产的实践中逐渐创造出了记数符号和记数方法. 随着相互间的交往和文化发展的交流，记数符号和记数方法得到了统一. 公元 8 世纪，印度人创造的数字传到了阿拉伯，后来几经演变，终于形成了今天通用于世界的阿拉伯数字. 在产生记数符号的过程中也产生了各种不同位值原则的进位制，如二进制、五进制、七进制、八进制、十进制、十二进制、十六进制、六十进制等，这就是说，阿拉伯数字在不同的数位上表示着不同值的数，用 10 个数字与位置值结合，便可以写出所有的自然数. 十进制是目前世界通用的记数方法. 到 16、17 世纪，一些数学运算符号，如＋、－、×、÷等，一些数学关系符号，如＝、＞、＜等，正式被数学家们公认，并在计算中普遍使用.

对于计算，同学们并不陌生. 小学阶段学习了整数、分数、小数、百分数的四则计算，可以这样说，小学数学教科书中的每一道题几乎都离不开计算. 在小学阶段，我们只是掌握计算的基本技能，为进一步学习初等数学和其它学科的知识打好基础.

我国最早使用的计算工具是用竹制成的算筹，随着商业和对外贸易的发展，算筹已无法承担日益繁重复杂的计算任务，逐渐由算盘的算珠代替了算筹，就是我们说的珠算，在算盘上可以进行四则运算. 近代科学技术的飞速发展，计算

器已成为极为普及的计算工具．如今，计算机也不再是鲜为人知的计算工具了．

今天，我们不研究如何使用计算工具，而是研究如何掌握好计算的技能，使我们在计算时达到既准确又熟练，既合理又灵活．计算的准确与简捷是首要的，在准确的前提下求速度，在合理的基础上求简捷．我们只有掌握好计算法则、运算顺序、运算定律和运算性质，才有可能展开翅膀在计算的王国里自由翱翔．

2. 自然数的意义及表示法

自然数 1，2，3，4，5，……是含有两种意义的数，当用来表示被数的物体的数量是“多少个”时，称为基数；当用来表示被数物体是“第几个”时，称为序数．在自然数列中，自然数 1 是“排头兵”，是自然数中最小的一个，是自然数的单位，后一个自然数都比前一个自然数多 1．比 1 多 1 是 2，比 2 多 1 是 3，比 3 多 1 是 4，依此类推，所以自然数列是无限的，也就是说，在自然数列中不存在“最后”一个自然数．

任意一个自然数都可以用各个数位上计数单位的和来表示，如 2784＝2 千＋7 百＋8＋4 个＝$2\times1000+7\times100+8\times10+4$，也可以把计数单位表示为 10 的幂的形式（表示一个数自乘若干次的形式叫幂），如 $2784=2\times10^3+7\times10^2+8\times10+4$．

如果用字母来表示，一般地说，一个四位自然数可以设它的千位数字为 a，百位数字为 b，十位数字为 c，个位数字为 d，那么这个四位数 $\overline{abcd}=a\times10^3+b\times10^2+c\times10+d$，其中 a 大于或等于 1，而小于 10（$10>a\geqslant1$）．掌握这种自然数表示法，对解题是有好处的．

例如，有一个四位数，它等于后三位数的 3 倍与 96 的差，求这个四位数是多少.

解 设这个四位数为$\overline{abcd}$.

$\overline{abcd}=\overline{bcd}\times 3-96$

$a\times 1000+\overline{bcd}=\overline{bcd}\times 3-96$ （分解出千位数）

$a\times 1000=\overline{bcd}\times 2-96$（两边都减去一个$\overline{bcd}$）

$500a=\overline{bcd}-48$ （两边都除以 2）

$\because$ $10>a\geqslant 1$，当 $a=1$ 时，

$500=\overline{bcd}-48$

$\overline{bcd}=548$

当 $a=2$ 时，

$500\times 2=\overline{bcd}-48$

$\overline{bcd}=1048$

$\therefore$ 当 $a\geqslant 2$ 时，$\overline{bcd}>1000$ 不合题意.

因此，这个四位数应该是 1548.

验算 $\overline{abcd}=1548$

$\overline{bcd}\times 3-96=548\times 3-96=1644-96=1548.$

又如，有一个六位数，它的第一位与第四位数字相同，第二位与第五位数字相同，第三位与第六位数字相同，证明这个数一定能被 7、11、13 整除.

解 设这个六位数为$\overline{abcabc}$.

$\overline{abcabc}=\overline{abc}\times 1000+\overline{abc}$

$=1001\times\overline{abc}$（根据乘法分配律）

$=7\times 11\times 13\times\overline{abc}$（1001 分解质因数）

因此，这个六位数一定能被 7、11、13 整除.

我们还可以用自然数的表示法来说明，为什么一个数奇位上的数的和与偶位上的数的和的差是 11，这个数就能被 11 整除.

解 设自然数$\overline{abcd}$.

$$\begin{aligned}\overline{abcd}&=a\times1000+b\times100+c\times10+d\\&=a\times(1001-1)+b\times(99+1)+c\times(11-1)+d\\&=a\times1001-a+b\times99+b+c\times11-c+d\\&=a\times1001+b\times99+c\times11-a+b-c+d\\&=11\times(91a+9b+c)+[(b+d)-(a+c)]\end{aligned}$$

第一个加数 $11\times(91a+9b+c)$ 是 11 的倍数，所以第一个加数能被 11 整除．如果这个四位数能被 11 整除，那么第二个加数 $[(b+d)-(a+c)]$ 也应是 11 的倍数．b、d 是奇位上的数，a、c 是偶位上的数，$b+d$ 是奇位上的数的和，$a+c$ 是偶位上的数的和，可见 $(b+d)-(a+c)$ 的差是 11 的倍数，这个四位数就一定能被 11 整除了.

思考题

证明：有一个三位数，各位上的数相同，则 37 是这个三位数的约数.

3. 扩大自然数列的排头兵

0 是一个数，但不是自然数，是整数，它比自然数 1 少 1（小于一切自然数）．可以把 0 写在自然数列的前面，就得到了由小到大依次排列的扩大自然数列： 0、1、2、3、4、……在扩大自然数列中 0 和自然数都是整数.

随着数学知识的增长，我们对 0 的认识也越来越清楚了，0 绝不是一个可有可无的数.

0 可以表示集合里“一个元素也没有”这一特征，因此，0 是空集的基数.

0 在十进制记数法中起着占位的作用，如五千零八十，写

作 5080，百位、个位上一个单位也没有，就用数字 0 来占位．在二进制中，0 和 1 这两个数字也都是记数符号．

0 是偶数．能被 2 整除的数是偶数，0 能被 2 整除，所以 0 是一个偶数．

0 是任意自然数的倍数．因为约数与倍数是在整数范围定义的概念．28 能被 4 整除，我们就说 28 是 4 的倍数，4 是 28 的约数．0 能被任意自然数整除，我们可以说 0 是任意自然数的倍数，任意自然数是 0 的约数．

0 不能作除数．因为任何数与 0 相乘的积都等于 0．0 除以 0，得不出确定的商；任何数除以 0 也得不出商来，除以 0 的除法算式是没有意义的．除法与分数、比有着密切的联系，除法中的除数相当于分数中的分母，相当于比的后项，所以 0 不能作分母，也不能作比的后项．

0 与任何数相加，和还得任何数，即 $a+0=a$，$0+a=a$．任何数减 0，差还得任何数，即 $a-0=a$．相同的两个数相减，差一定是 0，即 $a-a=0$．

同学们，对 0 的认识不要以为到此结束了，随着数学知识的不断扩展，对 0 的认识也将会有新的发展．

4. 6174 是一个奇怪的自然数

将 6、7、1、4 这四个数字组成两个四位数，一个是数字由大到小顺序排列的四位数 7641，另一个是数字由小到大顺序排列的四位数 1467．你会发现，这两个四位数的差仍是由这四个数字组成的：7641－1467＝6174．

奇怪的是，你任意写出一个四位数（各位上的数字不同），按上述要求，你先将这个四位数的数字按从大到小排列，再用它减去这个四位数的数字按从小到大排列的数，将所得

的差仍按上述要求排列后相减，经过反复几次运算，它们最后的差一定也是6174.

如四位数8273，整理成8732－2378＝6354；

将6354，整理成6543－3456＝3087；

将3087，整理成8730－378＝8352；

将8352，最后整理成8532－2358＝6174.

又如四位数4639整理成9643－3469＝6174.

再如四位数3824整理成8432－2348＝6084；

将6084整理成8640－468＝8172；

将8172整理成8721－1278＝7443；

将7443整理成7443－3447＝3996；

将3996整理成9963－3699＝6264；

将6264整理成6642－2466＝4176；

将4176最后整理成7641－1467＝6174.

有兴趣的话，自己可以试一试.

5. 奇、偶数的计算规律

一个整数能被2整除，即商是整数，余数为0，这样的整数叫做偶数．如8，12，26，70，2050等数都能被2整除，0也能被2整除，所以这些数都是偶数.

一个整数不能被2整除，即余数为1，这样的整数叫做奇数．如3，9，21，243，8001等数都不能被2整除，所以这些数都是奇数.

奇数和偶数在扩大自然数列中的排列是有规律的．如0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，……偶数和奇数由小到大相间着排列，偶数序列是0，2，4，6，8，……，奇数序列是1，3，5，7，9，…….通常用字母n表示整数，任意一个偶数

可表示为 $2n$，任意一个奇数可表示为 $2n+1$.

对于奇数与偶数的运算，有下面几种情况：

偶数±偶数=偶数

奇数±奇数=偶数

奇数±偶数=奇数

奇数个奇数的和为奇数.

偶数个奇数的和为偶数.

偶数×偶数=偶数

奇数×奇数=奇数

奇数×偶数=偶数

偶数÷奇数，如果能整除，商是偶数.

奇数÷偶数，永远不能整除.

根据以上的运算规律，同学们试想一下，如果将 100 这个数分解成七个奇数的和行吗？回答应该是否定的. 因为 100 是个偶数，两个奇数相加的和为偶数，四个、六个奇数相加的和也肯定是偶数，这第七个奇数与偶数相加所得的和应该是奇数，这就是说，奇数个奇数的和为奇数. 所以 100 这个数是不能分解成七个奇数的和.

民间有这样一个数学问题：

一百只兔子，装十三个笼子，笼笼要单数，能不能办到？为什么？

对于这个数学问题，相信你一定能够作出正确的回答了.

现在让我们根据奇、偶数在加减运算中的规律去判断 $1+2+3+\cdots\cdots+1992$ 的和，究竟是奇数还是偶数？

可以先将 $1+2+3+\cdots\cdots+1992$ 这个算式分解成为连续奇数与连续偶数分别相加再求和的形式：$(1+3+5+\cdots\cdots+1991)+(2+4+6+\cdots\cdots+1992)$.

由于偶数加上偶数和必定是偶数，所以 $2+4+6+\cdots\cdots$