

①首届学术报告会①

编号
电—8302

论文资料

同步电机及其控制系统自励磁的状态空间分析

唐志平

常州工业技术学院

九三·十二

一、前 言

随着同步发电机组的单机容量增大和远离负荷中心的大型电站增多，电力系统的容量、电压和距离不断地发展和提高，为了提高输送容量和系统的稳定性，可采用串联电容补偿长距离输电线路的电抗，但补偿度过高易发生同步发电机的自励磁（自激）。在配电网中，为了改善网络的电压水平和提高输送能力，也采用串联电容补偿，但可能引起交流电动机特别是大容量同步电动机和异步电动机的自励磁。因此，自励磁问题成为一个迫切需要研究解决的问题，并受到了很大的重视。

多年来，不少学者对自励磁进行了较深入的研究^{[1]~[3]}。他们的研究方法是根据同步电机的基本方程，运用运算电抗，导出自励磁的特征方程。基于具有阻尼绕组的同步电机的数学模型是五阶的微分方程，其自励磁特征方程是相当冗长和烦杂的，不便使用。常作适当的简化，以减少计算工作量。例如，略去某些绕组的电抗；略去阻尼绕组的作用；用交直轴平均阻抗的等效异步电机代替同步电机；等等。对于涉及控制系统时同步电机自励磁的分析，由于阶数的增高，这种经典方法（简称经典法）往往显得更无能为力。

电子计算机的涌现和现代控制理论的发展为分析自励磁提供了有力的工具。状态空间法（简称状态法）就是近年发展起来的一种新的分析方法^{[4]~[5]}。状态法首先建立描述自励磁的状态方程，然后根据状态方程的系数矩阵进行自励磁分析。

本文简要介绍自励磁的经典分析法。用状态空间法分析了同步电机的自励磁，综合考虑了电机各绕组及输电系统的电抗、阻尼绕组的作用以及同一轴向不同绕组间互感的不相等等因素，建立自励磁状态方程，提示了算法和框图，用ALGOL 60语言编制

了计算机程序，並以 300 兆瓦发电机组为例进行了计算，並和经典的计算结果进行了比较。

二、同步电机的状态方程

设同步电机为理想电机，定子有 abc 三个绕组，转子直轴有一个励磁绕组，直轴和交轴各有一个阻尼绕组。

电机各绕组轴线，电压和电流的正方向如左图所示。选择各绕组电流为状态变量。

同步电机在 abc 坐标系的电压方程是一个具有时变系数的微分方程，将它直接用于分析自励磁是不方便的，通常先进行坐标变换，这里采用 dqo 坐标系。

运用派克变换*，按“ x_{ad} 基准制”选择转子基准电流可得电机在 dqo 坐标系的电压方程。

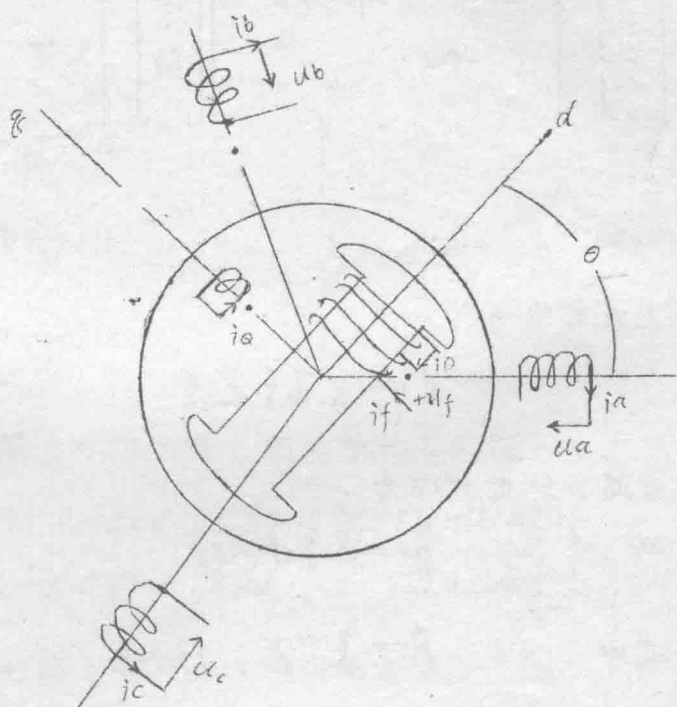


图1 同步电机各绕组轴线、电压和电流正方向示意图

$$\begin{array}{c|ccc|ccc|ccc}
 U_d & -x_d & x_{af} x_{ad} & \dot{i}_d & -r_a \omega x_q & & -\omega x_{ad} & i_d \\
 U_q & & -x_q & \dot{i}_q & -\omega x_d - r_a & \omega x_{af} \omega x_{ad} & & i_q \\
 U_o & & -x_o & \dot{i}_o & & & -r_a & i_o \\
 U_f & -x_{af} & x_f x_{fo} & \dot{i}_f & & r_f & & i_f \\
 0 & -x_{ad} & x_{fd} x_d & \dot{i}_d & & & r_D & i_D \\
 0 & & -x_{aq} & \dot{i}_q & & & & r_a i_q
 \end{array}$$

----- (1a)

上式可简写为

$$U = X \dot{i} + Z i$$

----- (1b)

于是，状态方程为

$$\dot{i} = A i + B U$$

----- (2)

式中

$$A = -X^{-1} Z ; B = X^{-1}$$

* 派克变换矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \cos \theta & \frac{2}{3} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{2}{3} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\frac{2}{3} \sin \theta & -\frac{2}{3} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{2}{3} \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

三、自励磁的经典分析法

设同步电机经串联电容和无穷大系统直接相连，如图2。

其电压方程为

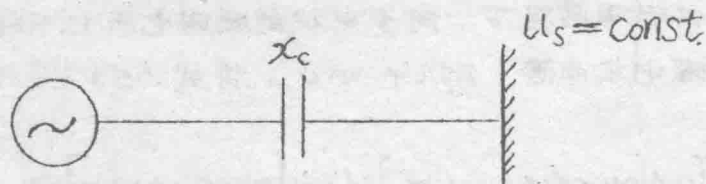


图2

$$\left. \begin{aligned} U_a &= p\psi_a - (r + \frac{x_c}{p})i_a \\ U_b &= p\psi_b - (r + \frac{x_c}{p})i_b \\ U_c &= p\psi_c - (r + \frac{x_c}{p})i_c \end{aligned} \right\} \text{--- (3)}$$

将其转换到 dq 坐标 (对称运行, 无另序分量), 得

$$\left. \begin{aligned} p(u_d - p\psi_d + r i_d + \omega\psi_g) + x_c i_d &= u (u_g - p\psi_g + r i_g - \omega\psi_d) \\ p(u_g - p\psi_g + r i_g - \omega\psi_g) + x_c i_g &= \omega (u_d - p\psi_d + r i_d + \omega\psi_g) \end{aligned} \right\} \text{--- (4)}$$

同步电机的磁链和电流之间具有以下的关系:

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= G(p)u_f - x_d(p)i_d \\ \psi_g &= -x_g(p)i_g \end{aligned} \right\} \text{--- (5)}$$

式中

$$G(p) = \frac{p(x_d x_{ad} - x_f x_{ad}) + x_{ad} r_f}{A(p)} ;$$

$$x_d(p) = x_d - \frac{B(p)}{A(p)} ;$$

$$x_g(p) = x_g - \frac{p x_{aa}}{p x_a + r_a} ;$$

$$A(p) = p^2(x_0 x_f - x^2 f_0) + p(x_0 r_f + x_f r_0) + r_0 r_f ;$$

$$B(p) = p^2(x_0 x^2 a_0 - x x_f x^2 a_0 + x_f x^2 a_0) + p(x^2 a_0 r_f + x^2 a_0 r_f) ;$$

因为在自励磁情况下，同步电机的励磁电压已不起控制作用，可假设其励磁电压为零，即 $U_f = 0$ 。将式(5)代入式(4)可得

$$\left. \begin{aligned} p u_d - \omega u_q &= [(\omega^2 - p^2) x_d(p) - \omega - x_c] i_d + \omega [z p x_g(p) + r] i_g \\ p u_q - \omega u_d &= [(\omega^2 - p^2) x_g(p) - \omega - x_c] i_g - \omega [z p x_d(p) + r] i_d \end{aligned} \right\} (6)$$

上式的特征方程为

$$D(p) = [(\omega^2 - p^2) x_d(p) - \omega - x_c] [(\omega^2 - p^2) x_g(p) - \omega - x_c] + \omega^2 [z p x_d(p) + r] [z p x_g(p) + r] \text{ --- --- --- (7)}$$

当特征方程 $D(p) = 0$ 的根为正值或具有正实部的复根时，电流 i_d 和 i_g 将不断增长，也就是说发生了自励磁。

显然，将 $x_d(p)$ 和 $x_g(p)$ 的表达式代入式(7)，特征方程 $D(p)$ 将是一个关于 p 的七阶方程，其系数十分冗长和烦琐，使用很不方便。实际应用时，常作适当的简化，以利计算，例如，略去某些绕组的电阻；略去阻尼绕组的作用；用交直轴平均阻抗的等效异步电机代替同步电机；等等。随着方程阶数的提高，特征方程 $D(p)$ 的建立将愈困难和复杂。

四、不计励磁调节时自励磁的状态空间分析

由表2可列出定子回路电压方程

$$U_{abc} = \psi_{abc} - r i_{abc} - x_c \int i_{abc} dt \text{ --- --- --- (8)}$$

$$\psi_{abc} = U_{abc} - r i_{abc} - x_c \int i_{abc} dt \text{ --- --- --- (9)}$$

对上式求导可得

$$E_{abc} + x_c \dot{I}_{abc} = 0 \quad \text{----- (10)}$$

运用派克变换由上式可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{D} - \omega Q + x_{id} &= 0 \\ \dot{Q} + \omega D + x_{ci} &= 0 \\ \dot{Z} + x_{ci0} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{----- (11)}$$

由式(9)可得

$$\left. \begin{aligned} D &= U_d - \dot{\psi}_d + \omega \psi_g + r_{id} \\ Q &= U_g - \dot{\psi}_g - \omega \psi_d + r_{ig} \\ Z &= U_0 - \dot{\psi}_0 + r_{i0} \end{aligned} \right\} \text{----- (12)}$$

$$\text{上两式中 } E_{dgo} = T E_{abc} = [D \ Q \ Z]^t$$

将式(11)、(12)和转子回路电压归并，删去异步分量部分，得

分析自励磁的微分方程

$$\begin{bmatrix} U_d \\ U_g \\ U_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_d & x_{af} & x_{ap} \\ & -x_g & x_{ag} \\ -x_{af} & r_f & x_{fp} \\ -x_{ad} & x_{fd} & x_D \\ & -x_{ag} & x_g \\ & & 1 \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_g \\ i_f \\ i_D \\ i_g \\ \dot{D} \\ \dot{Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r & \omega x_g & & -\omega x_{ag} \\ -\omega x_d & -r & \omega x_{af} & \omega x_{ad} \\ & & r_f & \\ & & & r_D \\ & & & r_g \\ x_c & & & -\omega \\ & x_c & & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_g \\ i_f \\ i_D \\ i_g \\ D \\ Q \end{bmatrix} \quad \text{----- (13a)}$$

上式可简写为

$$U = L \dot{X} + K X \quad \text{----- (13b)}$$

由于自励磁是一种参激共振现象，与系统电压和励磁电压无关，因此可置上式中 $U=0$ ，得分析自励磁的状态方程

$$X = A X \quad \text{----- (14)}$$

式中 $A = -L^{-1}K$

于是，自励磁的分析就转化为根据系数矩阵 A 的特征方程的根的性质来判断自励磁的发生。不发生自励磁的充分和必要条件是特征方程式的根都是负实根或具有负实部的复根。

判断发生自励磁的方法有两类：

(1) 采用各种间接的判断。如罗斯——胡尔维茨判据、米哈依洛夫判据、奈魁斯判据等等。此法不需求出特征方程式的全部根，只要根据特征方程式的系数判断根的性质，但当特征方程的阶数较高时，其解析式的推导十分烦琐，不便于使用。

(2) 应用计算系数矩阵特征值的方法，直接求出特征方程式的全部根。此法不但可判断稳定性，还可估计稳定度。目前计算矩阵特征值的较好的方法是QR分解法，它具有计算准确、稳定和收敛快的特点。系数矩阵阶数愈高，愈较前一类方法优越。

本文采用QR法计算系数矩阵 A 的全部特征值，以判断是否会发生自励磁。当全部特征值具有负的实部时，不发生自励磁；当特征值具有正实部时，电机各绕组电流将不断增长，发生凸极同步自励磁，实际上，由于电机磁饱和，自励电流将稳定到一定的幅值；当特征值具有正实部的复数时，自励电流将为幅值不断增长的振荡电流，由于磁路饱和，实际上也将稳定到一定的数值。在异步自励区内，还有排斥同步自励区，它的边界曲线对应于一对正实部的复根变为一对正的实根的条件。

在实际工作中，我们主要对自励磁区的边界条件感兴趣。由自励区边界可确定电机是否在自励区或自励区的宽窄。而自励区的边界对应于特征值具有零根或一对纯虚根的条件。

表3给出了按QR法计算系数矩阵特征值，用搜索法求自励区边界的程序框图。表中， ϵ 用以控制自励磁边界曲线的精度，即边界对应于 $0 < \max \{ \operatorname{Re}[\lambda_i] \} < \epsilon$ 的条件； n 为需求取的边界线点数； Δr 和 Δx_c 为 r 和 x_c 的步长。

表1给出了不同 x_c 时系数矩阵 A 的全部特征值，计算结果

和按[3]中所列特征方程并用劳斯判据判别的结果相同。

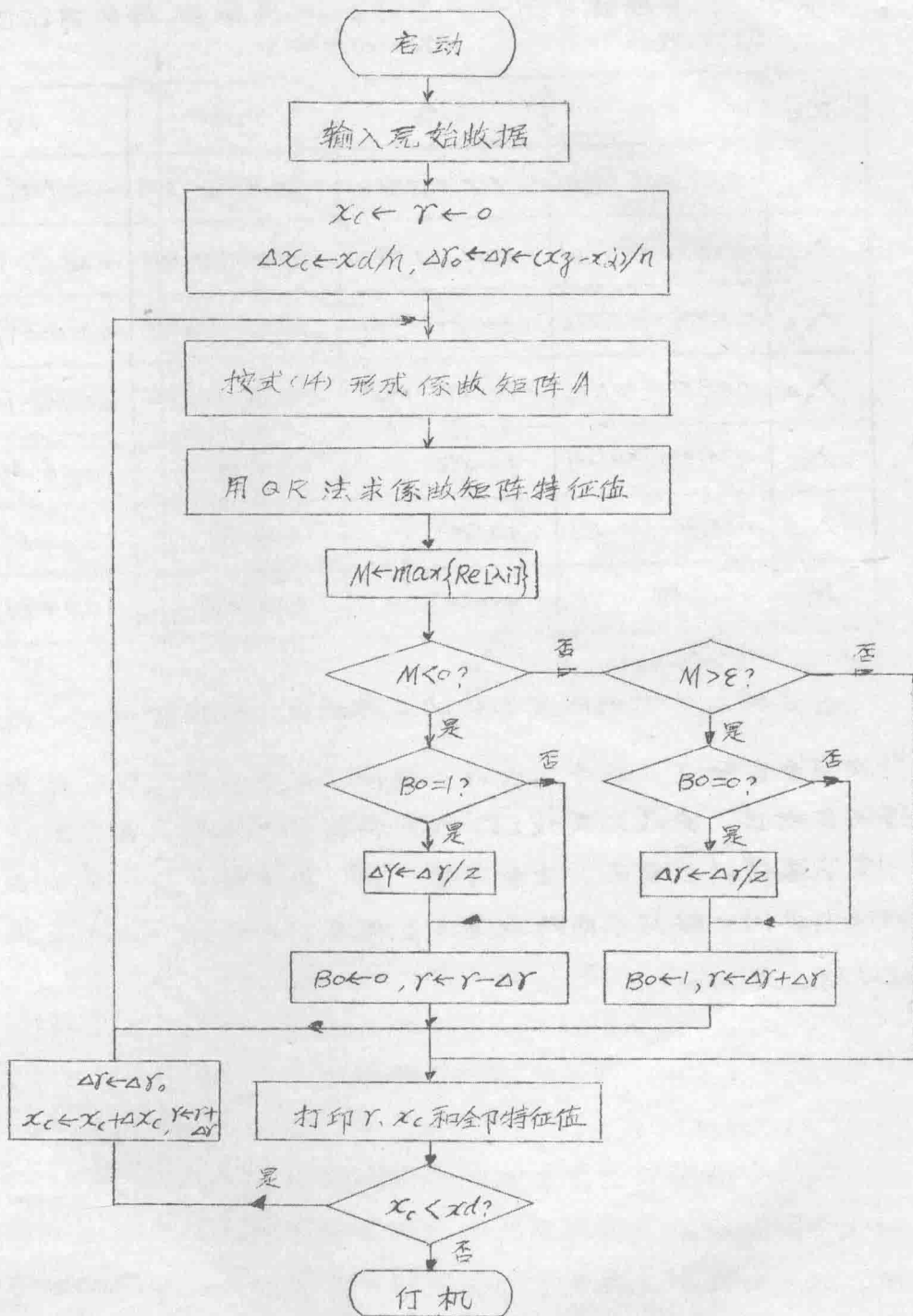


图3 自动磁区计算处理框图

表1 自励磁分析——不同 x_c 时係数矩阵的特征值
($T_e=0.09736$)

x_c	0.20	0.50	0.80	1.0
λ_1	$-0.27134+j1.96861$	$-0.27729+j2.57201$	$-0.28045+j3.00354$	$-0.28177+j3.24651$
λ_2	$-0.27134-j1.96861$	$-0.27729-j2.57201$	$-0.28045-j3.00354$	$-0.28177-j3.24651$
λ_3	$0.00879+j0.07173$	$-0.33508+j0.55641$	$-0.31375+j0.96945$	$-0.30656+j1.19891$
λ_4	$0.00879-j0.07173$	$-0.33508-j0.55641$	$-0.31375-j0.96945$	$-0.30656-j1.19891$
λ_5	$-0.34193+j0.04231$	-0.00256	-0.05836	-0.06043
λ_6	$-0.34193-j0.04231$	-0.05103	0.00096	0.00061
λ_7	-0.01098	0.05327	0.02585	0.01699

图4是300 MW汽轮发电机的自励磁区，它是隐极机，故还有凸极同步自励区。图中，曲线1是按QR法求特征值用搜索法求得的自励区，曲线2是按[3]所列特征方程求劳斯表判别稳定用搜索法求得的自励区。由图可见，两者略有差别，原因在于[3]假设电机同一轴向不同绕组间互感相等，且计算 $x'd$ 时采用了近似计算公式。

1 —— 状态法
2 —— 经典法

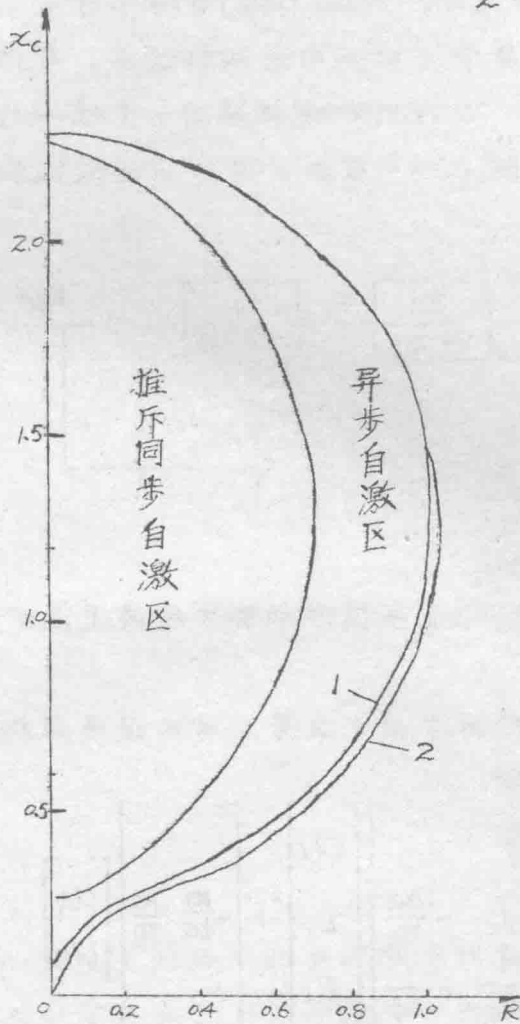


图 自励磁区的划分

五、计及自动调节励磁时自励磁的状态空间分析

为研究计及自动调节励磁时同步电机的自励磁以及调节励磁对自励磁的影响，首先要建立相应的状态方程。它是由无调节励磁时的自励磁方程和调节励磁系统方程两部分组成。

电机采用按电压偏差调节的他励静止可控硅励磁系统。调节

由另测、滤波、综合放大、移相触发、可控硅输出和励磁稳定回 (Excitation System Stability) 等环节组成。另测、滤波、综合放大和移相触发等单元的时间常数都很小, 可作适当简化, 用一个惯性环节表示。可控硅励磁回路用一个惯性环节表示。励磁稳定回用一个惯性微分环节表示。其传递函数框图如框图 5 所示:

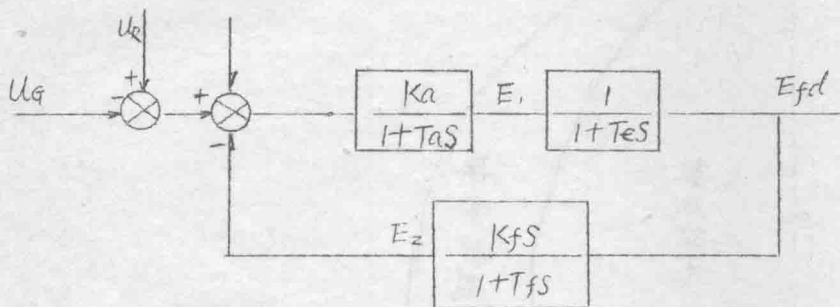


图 5 他励静止可控硅励磁系统传递函数框图

取各惯性环节的输入为状态变量, 由传递函数框图可列出调节励磁系统的状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_{fd} \\ \dot{E}_1 \\ \dot{E}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_e} & \frac{1}{T_e} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_a} & -\frac{K_a}{T_a} \\ -\frac{K_f}{T_e T_f} & \frac{K_f}{T_e T_f} & -\frac{1}{T_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{fd} \\ E_1 \\ E_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_a}{T_a} & \frac{K_a}{T_a} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_G \\ U_R \end{bmatrix} \quad (15)$$

考虑到没有有功负荷时, 发电机的机端电压与它的交轴分量近似相等, 设 $U_G \approx U_{Gg}$

将 U_{Gg} 的表达式

$$U_{Gg} = -x_g i_g + x_a a i_a - w_x d i_d - r_a i_g + w_x a f i_f - w_x a d i_d$$

代入上式 (15) 得

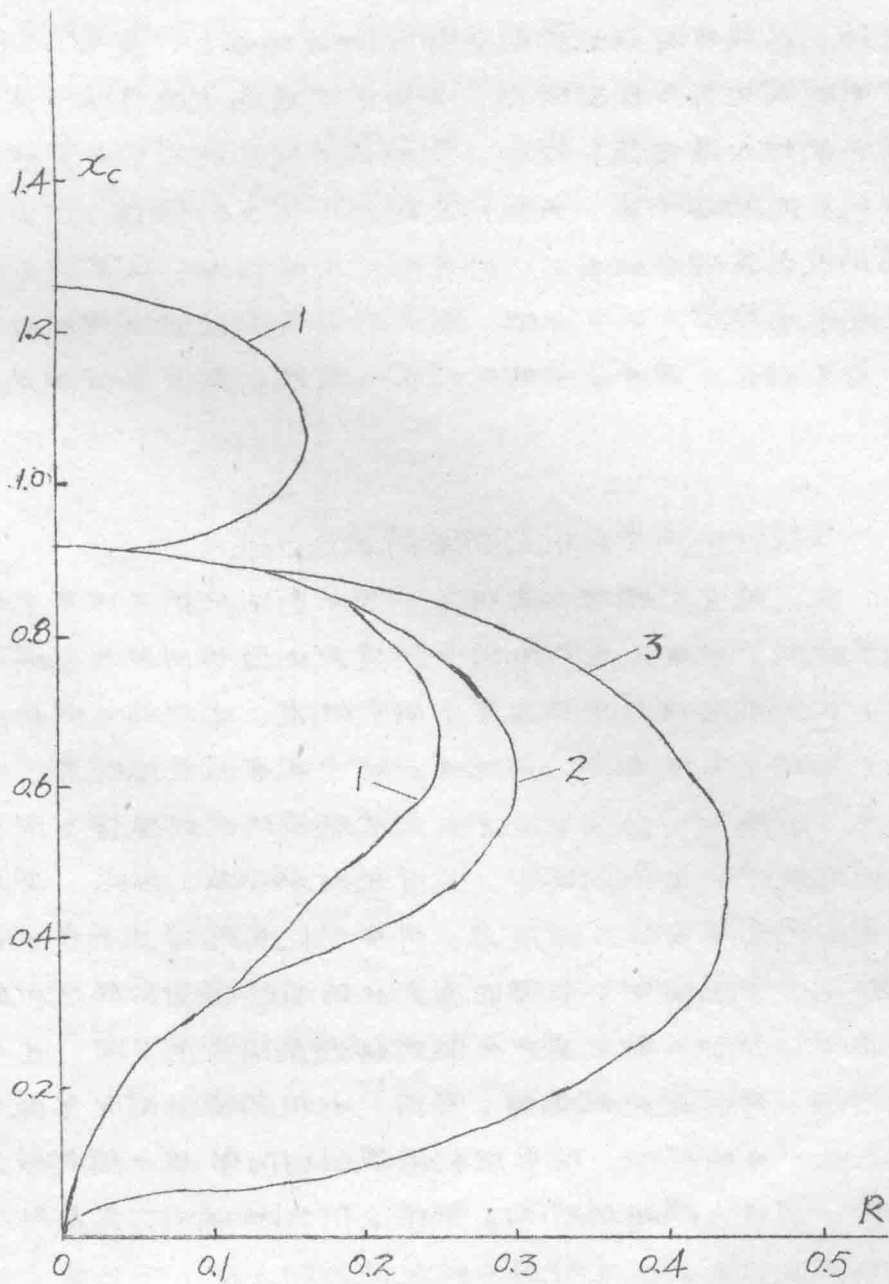


图12

300兆瓦凸极式同步发电机的自励磁区

1—无调节励磁

2—有调节励磁 $K_a=3$

3—有调节励磁 $K_a=25$

而励磁电流，以致可有效地抑制这种自励磁的发生、发展。

同步电机发生异步自励磁时，等值定子绕组电流将以一定频率交变并不断增大其幅值。调节励磁的作用也就在于交变地改变励磁电压从而励磁电流，而且也不断增大交变的幅值。但由于励磁电流的变化要滞后励磁电压的变化一定的相位，以致将出现等值定子绕组电流增大时有正值，减少时有负值的励磁电流分量，正是这一分量助长了异步自励磁的发生、发展。起了“负阻尼”的作用。

六、计及惯性时同步电机自励磁的状态方程

前节，在忽略电机惯性的条件下，用状态法分析了同步电机及其控制系统的自励磁。电机在同步转速发生凸极同步自励磁时，自励电流产生的旋转磁场的转速等于同步转速，电机将不产生脉动磁场，也不发生机械振动，因此是一种电磁参数共振现象。电机发生异步自励磁时，自励电流产生的旋转磁场的转速低于同步转速，此时电机将产生脉动转矩，并引起机械振荡，因此，异步自励磁将是一种机电参数共振现象。同步电机在起动或异步运行时发生凸极同步自励磁时，自励电流产生的旋转磁场的转速和转子的转速相同，但和工频电流产生旋转磁场的同步速不同，也将产生脉动转矩，并引起机械振荡。因而，电机的惯性时间常数将对自励磁产生一定的影响。同步电机的惯性时间常数一般都较大，为简化分析，常略去惯性的影响。严格分析自励磁时，需要计及惯性的影响。这时要计及电机转子的机械运动方程，下节建立计及惯性时同步电机及其控制系统的自励磁状态方程。

同步电机发生自励磁时，它总是从没有自励磁的状态发生、发展到自励磁的状态。电机是否发生自励磁，也可用小扰动原理加以研究，即系统承受微小的、瞬时出现又立即消失的小扰动后，恢复到原来状态的能力。如果各状态变量的微增量趋向于零，电

机不发生自励磁；反之则发生自励磁。也就是说，可运用电机在稳态运行点附近的线性化状态方程来分析自励磁。

1、不节调节系统时自励磁状态方程

将式(13a)在稳态运行点线性化，整理后得。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{x}_q \\ \dot{x}_{af} \\ \dot{x}_{ad} \\ \dot{x}_{a\alpha} \\ \dot{x}_\alpha \\ \dot{\delta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \\ \Delta i_f \\ \Delta i_D \\ \Delta i_Q \\ \Delta D \\ \Delta \alpha \\ \Delta \dot{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r - \omega_0 x_q & \omega_0 x_{a\alpha} - 1 & \omega_0 \psi_{f0} \\ \omega_0 x_d & r - \omega_0 x_{af} - \omega_0 x_{ad} & -1 - \omega_0 \psi_{d0} \\ -r_f & & \\ & -r_D & \\ & & -r_Q \\ -x_c & & \omega_0 D_0 \\ & -x_c & \omega_0 -\alpha_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \\ \Delta i_f \\ \Delta i_D \\ \Delta i_Q \\ \Delta D \\ \Delta \alpha \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{bmatrix} \quad (19)$$

转子机械运动方程为

$$T_J \dot{\delta} = T_m - T_e \quad (20)$$

式中 $T_e = \psi_{d0} i_q - \psi_{q0} i_d$

令 $\omega = \dot{\delta}$ ，不计调速系统作用，转子运动的线性化方程

为

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\omega_0 \psi_{f0} x_{ad} \quad \omega_0 \psi_{d0} x_{iq} \quad x_{af} i_{f0} \quad x_{ad} i_{q0} \quad x_{a\alpha} i_{d0}}{T_J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \\ \Delta i_f \\ \Delta i_D \\ \Delta i_Q \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{bmatrix} \quad (21)$$

归并式(20)和(21)，得自励磁的线性化微分方程