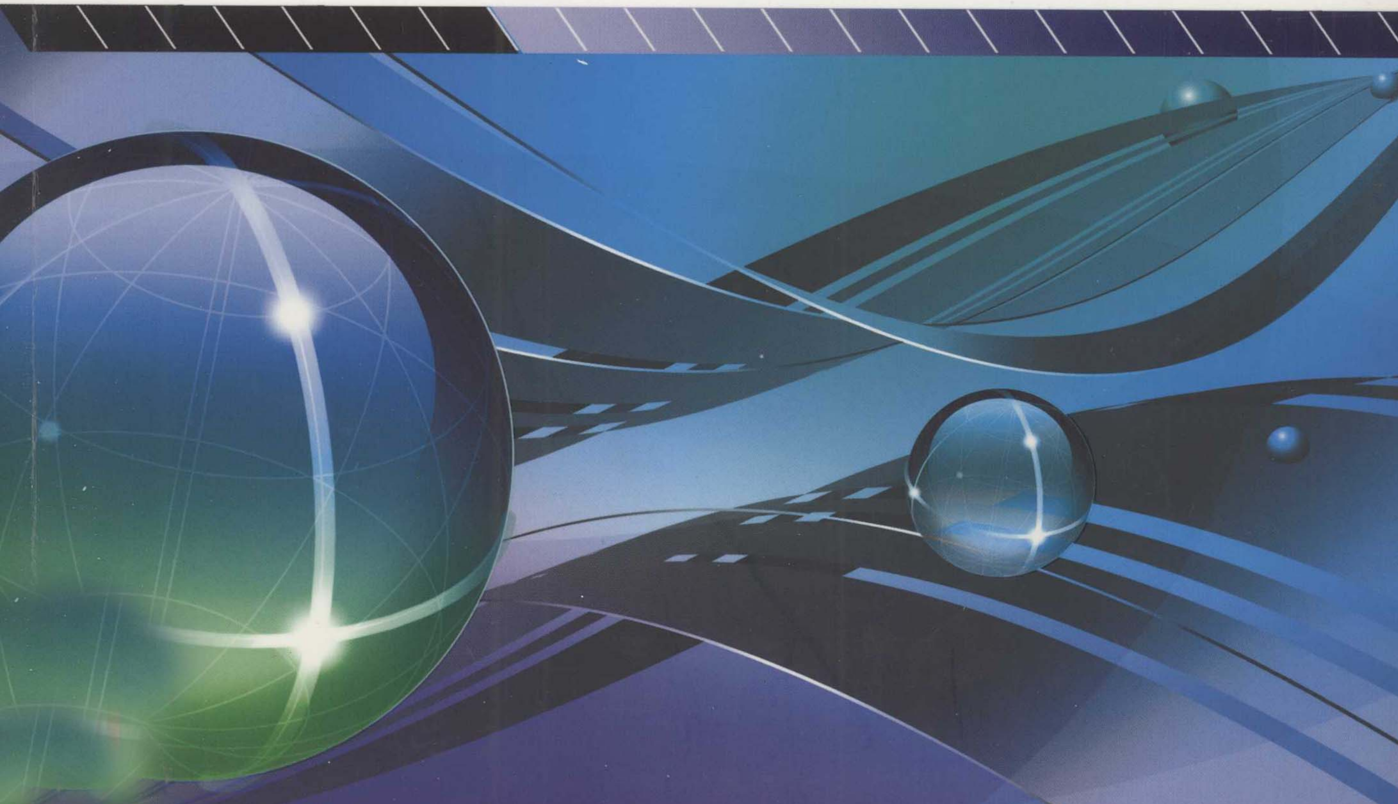
高等学校教材

高等数学

（上册）

张世禄　陈友军　主编



電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

高等学校教材

高等数学

（上册）

张世禄　陈友军　主编

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 • BEIJING

内 容 简 介

教材将高等数学中的算法按所解决的问题作了全面地、系统地、准确地分类。给出了各类问题所用的通用计算公式和通用计算过程，使算法和问题的关系由 M 对 N 变成 1 对 1，这样教师可一类一类地讲，学生可一类一类地学，从而降低了教学难度和学习难度。书中给出了一些新算法，用新算法解题快速、简捷，有些问题流行（数学）软件无法解，有些问题流行软件虽能解，但给出的结果相当麻烦，而用书中提供的算法只需 3～5 个等式。

本书分上、下两册，共计 16 章，约 70 万字，全书内容丰富，文字精炼，层次清楚，对于“计算”有独到之处。本书可作为重点高校、普通高校教材，也可作为高职教材，本书可作为考研数学指南。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．上册/张世禄，陈友军主编．—北京：电子工业出版社，2010.8

ISBN 978-7-121-11493-9

Ⅰ．①高…　Ⅱ．①张…　②陈…　Ⅲ．①高等数学－高等学校－教材　Ⅳ．①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 148041 号

策划编辑：王赫男

责任编辑：谭海平

印　　刷：北京市天竺颖华印刷厂

装　　订：三河市鑫金马印装有限公司

出版发行：电子工业出版社

　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036

开　　本：787×980　1/16　印张：15　字数：324 千字

印　　次：2010 年 8 月第 1 次印刷

印　　数：4 000 册　定价：27.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

序

数学分析和高等数学是高等院校理、工、农、医、财经、管理等专业的必修课．数学分析和高等数学的主要内容是微分和积分，不妨将数学分析和高等数学称为微积分学．

数学是研究量的关系和空间形式的一门学科，微积分学主要研究量的关系．数学中的量与关系都是高度抽象的产物．在数学中，即使像“1 个人 ＋1 个人 ＝2 个人”、“3 个苹果+ 4 个苹果 ＝ 7 个苹果”这样简单的算式，都是高度抽象的结果，算式中的人没有性别、年龄、身高、体重……之分，更不会考虑人的学历、素质；同样，苹果也不会考虑大小、颜色、重量……这两个算式最后还将简化成“1＋1＝2”和“3＋4＝7”．微积分学中量之间的关系及所有算式，都是经简化和抽象后归纳出来的，简化和抽象后才便于找出数学本质，便于用数学语言表述，这样的工作经过众多数学家之手，最后由牛顿－莱布尼兹完成（恩格斯：《自然辩证法》第 271 页）．数学也是应用最广泛的一门学科，所有自然科学都离不开数学，离开了数学也就没有当代的社会科学．

数学中的计算分为理论推演计算和实际计算．理论计算结果最多是理论解，世界上只存在理论解而不存在准确解，例如，

$$S(R)=\pi R^2$$

这样简单的算式，虽然给了一个理论值，但计算结果一定和实际结果有差异，原因是实际计算时 π 只能取近似值；R 是测量值，测量值难免会有测量误差；即使 π 取理论值，R 的误差为 0，算得的值也和实际问题有差异，因为世界上不存在理论上的几何圆．实际上，理论计算推演的是量的关系，它用一系列等式表示推演过程，将由高等数学表述的算式变成用初等数学表述的等价算式，这类计算得到理论解，理论解就是和算式中最左端的变量或函数完全一致的解．另一类计算是应用计算，应用计算只能追求满意解，所谓满意解，就是在误差范围内的解或者是在误差限内的解．本书含数学实验，数学实验的所有计算都要求满意解，在求满意解时圆面积的计算公式就变成

$$S(R)=\frac{22}{7}R^2 \quad 或 \quad S(R)=\frac{355}{113}R^2$$

在计算满意解时，若遇到测量值，则不是让其值愈精确愈好，而是满足实际问题所给出的误差限就行．若上面的算式表示的是圆桌面积，则 R 的值只须用木匠的卷尺测量就行，若用光学仪器去测，只会徒增其成本！若算式中涉及符号常量，则其取值应和测量值的精度一致．

微积分学经牛顿－莱布尼兹完成之后已达数世纪，中外有关教材已不胜枚举，但不少学生仍感到微积分是最难学的学科，因此不少人将之归于它的抽象性．的确，抽象的东西比具体的东西难学，实际上“一切科学的抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然．”（列宁：《黑格尔逻辑学》）．抽象不是难学的根本原因．微积分学教材中不是每章都难学，例如

书中的“微分”部分就易学，原因是微分部分理论上解决得彻底，分门别类地给出了各种情况下的导数计算公式：直接从导数表就可查到各初等函数的导数；分别给出了函数的和、差、积、商导数计算通用算式；给出了复合函数的导数计算公式．相反，极限、不定积分、常系数常微分方程等学生学起来就感到困难．为师之道，授之以渔．渔不仅仅是捕鱼的工具、捕鱼技术，首先须对鱼分类，捕鱼技术不是泛泛地指捕所有鱼的技术，捕鱼工具也不是指捕各种鱼的工具，万能的捕鱼技术和捕鱼工具是没有的，即使有，操作使用时也是极不方便的，掌握的困难程度也是极大的．捕海鱼的网和捕池塘中的鱼的网是不一样的，钓七星鱼和钓鲫鱼的鱼饵与钓钩也是不同的．微分部分易学的原因是，所有教材都对导数计算做了完整的、无遗漏的、准确的分类，并给出了步骤分明的通用计算公式．微积分学的其他内容及其他计算能否也做到这一点呢？答案是肯定的．本教材彻底解决了这一问题．其他教材不对问题分类，不给出各类问题的通用计算公式，即使书中算例连篇，最多也只能算是教师和书本授给了学生大量的鱼，学生学习目标仍然不明，教师教学目标也不明，徒增学生的畏难情绪．相反，本书将各章节所涉及的算法完整、准确地分成了各个子类，并给出了各子类的通用计算公式，教师教学目标明确，学生学习目标明确，加上所有计算都是套公式，既降低了教学难度，又降低了学习难度．

因材施教是孔圣人示范的、得到教育界公认的最好教育方法和教育思想．自主学习是现代教育家得出的最有效的学习方式．然而，学生多、课程多、教师少，要真正做到因材施教非常难，教案是固定的，教材是死的，自主学习谈何容易．教师是教师，书本也是教师，书本是和学生接触时间最长且有着一对一关系的教师，但是文字教材是死的，为了实现因材施教和自主学习，教材必须是活的，这就需要一个与教材配套的、内容可增减的、带智能的软件系统，并且该系统应当能按照类别自动给出算例的计算过程和注释，这是现在所有国内外数学软件所不具有的功能．微积分学的理论部分已由牛顿－莱布尼兹完成，从 18 世纪到 21 世纪已经经历了 300 多年，中外教科书已经出了不少，定义、定理部分无须做大的变动，但习题和算例则不能固定，学生可根据自己的条件和专业增减，软件则可按教师或学生的需要增加带详细计算过程且能做说明和注释的算例，或增加学生需要的习题．

微积分也是应用相当广的数学工具，本书将增加数学实验与之配套，有关数学实验的内容和意义将在相应部分介绍．

2010 年 5 月

前　言

高等数学是所有理工科学生的必修课，也是财经、管理专业学生的必修课．有些高校文秘专业也开设了高等数学课．作为众多学科的基础，高等数学的重要性早已得到世人公认．

高等数学是最古老的学科之一，自牛顿－莱布尼兹完善了高等数学之后，几百年中不少中外学者编写了数以千计的教材．有的学者认为，高等数学教材的内容已相当完善，没有重大变革的需要，难以进行重大变革．

高等数学是一门内容丰富的学科，也是一门涉及算法和算式最多的学科．需要特别指出的是，高等数学中，同一问题可以用多个算法解决，一个算法又可以解决多个问题，问题和算法之间的关系是 M 对 N 的．不少章节中给出问题后，需要什么算法才能解决该问题并不确定，即使你记牢了所有计算公式，也未必就能解出其中的难题．因此，高等数学的教学难度大，学生的学习难度也大．即使是考上硕士研究生的学生，高等数学成绩大多也未及格，且国家下达的分数线离及格线还差了很多．因此，高等数学的教材变革很有必要．

正因为高等数学是一门最古老的基础课，中外教材又不少，所以长期深入研究教材的人并不多．最近出版的教材的主要差别体现在例题和习题上，未见有重大变革的教材．我们对高等数学教材进行了长达十年的潜心研究，将章节所涉及的问题和算法做了全面、系统、准确的分类，给出了各类问题的通用计算公式和通用计算过程．新教材的各章节和微分学中一样，把算法的类和问题的类紧密结合，使算法和解决问题的关系不再是 M 对 N 的，而是一对一的，教师可按一类一类问题地教，学生可按一类一类问题地学，从而大大地降低了教和学的难度．例如，对于不定积分中的分部积分法，我们将分部积分法基础公式

$$\int u(x)\mathrm{d}v(x)=u(x)v(x)-\int u'(x)v(x)\mathrm{d}x \tag{1}$$

改写成

$$\begin{cases}\int f(x)\mathrm{d}x=\int u_0(x)v_0(x)\mathrm{d}x \\ \qquad\qquad =u_0(x)v_1(x)-\int v_1(x)\mathrm{d}u_0(x) \\ \qquad\qquad =u_0(x)v_1(x)-\int v_1(x)u_1(x)\mathrm{d}x \\ \qquad\qquad =\sum\limits_{i=1}^{k}(-1)^{i+1}u_{i-1}(x)v_i(x)+(-1)^k\int u_k(x)v_k(x)\mathrm{d}x \\ v_i(x)+C=\int v_{i-1}(x)\mathrm{d}x \\ u_i(x)\mathrm{d}x=\mathrm{d}u_{i-1}(x)\end{cases} \qquad i=1,2,\cdots,k$$

并由此得出了使用分部积分法的必要条件为

$$v_i(x)+C=\int v_{i-1}(x)\mathrm{d}x,\quad i=1,2,\cdots,k+1.$$

而充分条件为：

1．存在k，有$u_k'(x)=a$，此时

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\sum_{i=1}^{k+1}(-1)^{i+1}u_{i-1}(x)v_i(x)+C;$$

2．存在k，有$u_k(x)v_k(x)=au_0(x)v_0(x)$，$a\neq 0$，此时

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{\sum_{i=1}^{k+1}(-1)^{i+1}u_{i-1}(x)v_i(x)}{1+a};$$

3．存在k，$\int u_k(x)v_k(x)\mathrm{d}x$满足充分条件 1 或充分条件 2.

满足必要条件 1 和充分条件 1 的被积函数有两类：

（1）$(ax+b)^u\ln^m(ax+b)$，$u_0(x)=\ln^m(ax+b)$，$v_0(x)=(ax+b)^u$；其中u为实数，m为整数.

（2）$(ax+b)^k v(x)$，$v_0(x)=(ax+b)^k$，$v_0(x)$可以是指数函数，也可以是正弦函数、余弦函数、双曲正弦函数、双曲余弦函数.

例 1 计算$\int\frac{\ln^2 x}{x^2}\mathrm{d}x$.

解 取$v_0(x)=\frac{1}{x^2}$，$u_0(x)=\ln^2 x$

$$\begin{aligned}\int\frac{\ln^2 x}{x^2}\mathrm{d}x&=-\frac{\ln^2 x}{x}+\int\frac{1}{x}\mathrm{d}\ln^2 x\\&=-\frac{\ln^2 x}{x}+\int 2\frac{1}{x^2}\ln x\mathrm{d}x\\&=-\frac{\ln^2 x}{x}-\frac{2}{x}\ln x+\int\frac{2}{x}\mathrm{d}\ln x\\&=-\frac{\ln^2 x}{x}-\frac{2}{x}\ln x+\int 2\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x\\&=-\frac{\ln^2 x}{x}-\frac{2}{x}\ln x-\frac{2}{x}+C.\end{aligned}$$

例 2 计算$\int x^2\sin(2x+\pi/3)\mathrm{d}x$.

解 取$u_0(x)=x^2$，$v_0(x)=\sin(2x+\pi/3)$，则

$$\begin{aligned}\int x^2\sin(2x+\pi/3)\mathrm{d}x&=-\frac{x^2}{2}\cos(2x+\pi/3)+\int x\cos(2x+\pi/3)\mathrm{d}x\\&=-\frac{x^2}{2}\cos(2x+\pi/3)+\frac{x}{2}\sin(2x+\pi/3)-\int\frac{1}{2}\sin(2x+\pi/3)\mathrm{d}x\end{aligned}$$

$$=-\frac{x^2}{2}\cos(2x+\pi/3)+\frac{x}{2}\sin(2x+\pi/3)+\frac{1}{4}\cos(2x+\pi/3)+C$$

满足充分条件 2 及必要条件 2 的被积函数也只有两类：

（1）指数函数和正弦函数的乘积，正弦、余弦函数和双曲正弦、余弦函数的乘积，指数函数和双曲正弦、余弦函数的乘积.

注：此时 $u_0(x)$ 和 $v_0(x)$ 可任取其中一个. 另外，正弦、余弦函数本身的乘积，双曲正弦、余弦函数的乘积及指数函数 e^{ax} 和 $\sinh ax$, $\cosh ax$ 的乘积属本类积分，但可用更简单的积分处理，故这里不予考虑.

（2）$f(\ln x)$ ，f 可以是指数函数，可以是正弦、余弦函数，也可以是双曲正弦、余弦函数.

例 3 计算 $I=\int\sinh(2x+5)\cos(3x+\pi/4)\mathrm{d}x$

解 取 $u_0(x)=\sinh(2x+5)$ ， $v_0(x)=\cos(3x+\pi/4)$ ，则

$$I=\int\sinh(2x+5)\cos(3x+\pi/4)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{3}\sin(3x+\pi/4)\sinh(2x+5)-\int\frac{2}{3}\sin(3x+\pi/4)\cosh(2x+5)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{3}\sin(3x+\pi/4)\sinh(2x+5)+\frac{2}{9}\cos(3x+\pi/4)\cosh(2x+5)-\frac{4}{9}\int\cos(3x+\pi/4)\sinh(2x+5)\mathrm{d}x$$

所以

$$I=\frac{9}{13}\left(\frac{1}{3}\sin(3x+\pi/4)\sinh(2x+5)+\frac{2}{9}\cos(3x+\pi/4)\cosh(2x+5)\right)+C$$

$$=\frac{3}{13}\sin(3x+\pi/4)\sinh(2x+5)+\frac{2}{13}\cos(3x+\pi/4)\cosh(2x+5)+C.$$

例 4 计算 $I=\int x^{\frac{1}{2}}\sin\ln x\mathrm{d}x$.

解 取 $u_0(x)=\sin\ln x$ ， $v_0(x)=x^{\frac{1}{2}}$ ，则

$$I=\int x^{\frac{1}{2}}\sin\ln x\mathrm{d}x$$

$$=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\sin\ln x-\int\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}\cos\ln x\mathrm{d}x$$

$$=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\sin\ln x-\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\cos\ln x-\int\frac{4}{9}x^{\frac{1}{2}}\sin\ln x\mathrm{d}x$$

所以

$$I=\frac{9}{13}\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\sin\ln x-\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\cos\ln x\right)+C=\frac{6}{13}x^{\frac{3}{2}}\sin\ln x-\frac{4}{13}x^{\frac{3}{2}}\cos\ln x+C.$$

满足必要条件 3 和充分条件 3 的被积函数也只有两类：

（1）$u_0(x)=x^k$，$v_0(x)$为满足充分条件 2 的第一类函数.

（2）$(ax+b)^k\ln(cx+d)$（a,b 不同时分别等于 c,d）.

例 5 计算$I=\int x\mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x$.

解 令$I_1=\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x$，$I_2=\int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x$，则

$$I_1=\mathrm{e}^x\sin x-\int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x\sin x-\mathrm{e}^x\cos x-\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x$$

所以

$$I_1=\frac{1}{2}\mathrm{e}^x\left(\sin x-\cos x\right)+C_1$$

$$I_2=\mathrm{e}^x\cos x+\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x\cos x+I_1$$

于是

$$\begin{aligned}I&=\int x\mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x\\&=xI_1-\int I_1\mathrm{d}x\\&=\frac{1}{2}x\mathrm{e}^x(\sin x-\cos x)-\frac{1}{2}I_1+\frac{1}{2}I_2\\&=\frac{1}{2}x\mathrm{e}^x(\sin x-\cos x)+\frac{1}{2}\mathrm{e}^x\cos x+C.\end{aligned}$$

例 6 计算$I=\int(x+5)^2\ln x\mathrm{d}x$.

解 取$u_0(x)=\ln x$，$v_0(x)=(x+5)^2$；则

$$\begin{aligned}I&=\int(x+5)^2\ln x\mathrm{d}x\\&=\frac{1}{3}(x+5)^3\ln x-\int\frac{x^3+15x^2+75x+125}{3x}\mathrm{d}x\\&=\frac{1}{3}(x+5)^3\ln x-\frac{x^3}{9}-\frac{5x^2}{2}-25x-\frac{125}{3}\ln x+C.\end{aligned}$$

先用分部积分法再用换元法的被积函数也有三类：

（1）$x^kf(x^{\frac{1}{p}})$，其中 p 为整数；k 是$\dfrac{1}{p}$的整数位；f 为指数函数，也可以是正弦、余弦函数，还可以是双曲正弦、余弦函数，这类积分算式较长；

（2）$x^kf(x^{\frac{q}{p}})$，其中 $p>q$，p 和 q 为正数；$k+\dfrac{p-q}{p}=m\dfrac{q}{p}$，$m$ 为整数；

（3）反三角函数、反双曲函数.

例 7 计算$I=\int \mathrm{e}^{x^{\frac{1}{2}}}\mathrm{d}x$.

解 若被积函数是一复合函数，从基本积分表中又找不到原函数，则只有先用分部积分

法，且取 $v_0(x)=1$ ，$u_0(x)$ 为复合函数本身.

$$I=\int e^{x^{\frac{1}{2}}}dx = xe^{x^{\frac{1}{2}}} - \int\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}e^{x^{\frac{1}{2}}}dx$$

令

$$y=x^{\frac{1}{2}}，\quad dy=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}dx，\quad dx=2ydy .$$

所以

$$\int x^{\frac{1}{2}}e^{x^{\frac{1}{2}}}dx=\int 2y^2e^y dy .$$

上式可用分部积分法积分.

第三类一般书中都有介绍，只是没有明确提出来，这里不再举例.

书中对第一换元法做了准确描述，指出第一换元法是将被积函数的一部分作为中间变量，通过凑微分将被积函数转换成：

（1）基本积分表（不是积分表）中的函数；

（2）可用分部积分法积分的函数；

（3）有理函数.

给出了哪些类函数可转换成（1）；哪些类函数可转换成（2）；哪些类函数可转换成（3）.

对于第二换元法也做了类似工作，指出第二换元法是将被积函数的自变量作为中间变量，将被积函数转换成三角函数、双曲函数再积分．在第二换元法中特别增加了正切变换和双曲余切变换，降低了积分难度.

在混合积分一节中，指出了哪些类函数可先用第一换元法再用分部积分法，哪些类函数可先用分部积分法再用第一换元法……

新教材中第一换元法和混合积分法的有些类问题和算法是本书特有的，也是流行数学软件没有考虑到的．新教材中不再给出数量过百的积分表.

书中还提供了不少其他文献和教材鲜见的技巧，下面是所给技巧（也可以说是算法）之一.

在极限计算中，我们强调使用内容全新的等价替换，下面是对 $(\sqrt{\infty}-\sqrt{\infty})\sqrt{\infty}$ 型极限公式和步骤的示例.

例 8　计算 $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{x^{12}+x^{11}+8x^9+x^4+100}-\sqrt[3]{x^{12}+x^{11}+8x^9+x^3+5x})(x^4+\sqrt{x}+100)$.

所给计算公式和计算过程为：

（1）作等价替换

用 $x^{12}+x^4$ 代替 $f_1(x)=x^{12}+x^{11}+8x^9+x^4+100$ ；

用 $x^{12}+0\times x^4$ 代替 $f_2(x)=x^{12}+x^{11}+8x^9+x^3+5x$ ；

用 x^4 代替 $f_3(x)=x^4+\sqrt{x}+100$ ；

$\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{x^{12}+x^{11}+8x^9+x^4+100}-\sqrt[3]{x^{12}+x^{11}+8x^9+x^3+5x})(x^4+\sqrt{x}+100)$

$$=\lim_{x\to\infty}(\sqrt[3]{x^{12}+x^4}-\sqrt[3]{x^{12}})x^4.$$

（2）脱根式

将上式右端乘以

$$\frac{(x^{12}+x^4)^{2/3}+(x^{12}+x^4)^{1/3}(x^{12})^{1/3}+(x^{12})^{2/3}}{(x^{12}+x^4)^{2/3}+(x^{12}+x^4)^{1/3}(x^{12})^{1/3}+(x^{12})^{2/3}}$$

得

$$原式=\lim_{x\to\infty}\frac{x^4\times x^4}{(x^{12}+x^4)^{2/3}+(x^{12}+x^4)^{1/3}(x^{12})^{1/3}+(x^{12})^{2/3}}.$$

（3）第二次等价替换（可和脱根式一并进行）

用 $k(f^*(x))^{\frac{k-1}{k}}=3(x^{12})^{2/3}=3x^8$ 替换上式的分母.

（4）按 $\frac{\infty}{\infty}$ 极限算式计算极限

$$原式=\lim_{x\to\infty}\frac{x^8}{3x^8}=\frac{1}{3}.$$

整个极限计算中广泛使用了各种等价替换，大大简化了计算难度.

本书在关于极限、不定积分、定积分及常微分方程的各章中增添了一些新类型、新算例、新习题及计算方法. 按书中提供的算法和计算过程，我们只需在五个等式之内就可得到答案，且所有的新类型、新算例丰富和拓展了高等数学的内容. 不少算例和习题使用本书中提供的算法要比使用现行教材所提供的算法简单、方便，而且有规律可循，单就不定积分中分部积分法而言，上面打框的类型，数学软件或者无法处理，或者乱算，或者结果相当烦琐.

新教材对有些提法做了修正和注释，例如在解析几何一章中，我们将自由向量定义成只考虑起点和终点的相对位置而不考虑起点和终点的绝对位置的向量，修正了不考虑起点和终点的向量称为自由向量之说. 前面所介绍的第一、第二换元法的换元途径是本书所加注释.

本书可作为学生自主学习的教材和考研指南.

本书是我们正在研制的数学实验软件和自主学习系统的理论依据和基础.

全书由张世禄和陈友军主编，成书和出版得到了西华师大数学与信息学院数学分析教研室主任王庆平先生，高等数学教研室主任郑映畅先生、袁秀萍先生的不少帮助，得到了西华师大教务处、教材中心、数学与信息学院领导的帮助和支持，这里特以致谢.

书中有些算法技巧源于原中国科技大学教师（现为青岛大学退休教授）邵品琮先生，有些算法和技巧是我在大学期间和王先信、黄黔同学讨论的结果，这里也特以致谢.

张世禄　陈友军

2010 年 5 月于南充

目　录