

无线通信前沿技术丛书

李少谦 周亮 主编



“十二五”
国家重点
出版规划丛书

该书由国家863项目(2009AA01Z234)和电子科技大学校青年基金(JX0802)联合资助

多元LDPC码 及其在无线通信中的应用

● 史治平 © 编著

Nonbinary Low-Density Parity-Check Codes and
Their Applications in Wireless Communications



国防工业出版社

National Defense Industry Press

无线通信前沿技术丛书/李少谦 周亮 主编

该书得到国家 863 计划(2009AA01Z234)、电子科技大学青年基金(JX0802)的资助

多元 LDPC 码及其 在无线通信中的应用

**Nonbinary Low-Density Parity-Check Codes and
Their Applications in Wireless Communications**

史治平 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书主要介绍了多元低密度奇偶校验码(NLDPC码)的基本编译码原理及其在无线通信中的应用。二元LDPC码具有接近香农容量限的性能,是目前编码界与通信领域关注的重点码字之一。与二元LDPC码相比,多元LDPC码具有更强的纠错能力和抗突发错误能力,适合于高速传输系统,是未来宽带无线通信技术的重要候选码字之一。

本书共9章。第1、2章是基础知识部分;第3~6章是多元LDPC码的编译码原理及其优化设计,包括多元LDPC码的基本原理、多元LDPC码的构造、多元LDPC码的低复杂度译码方法以及基于密度进化、高斯逼近和EXIT图的分析优化方法;第7~9章是多元LDPC码在无线通信中的应用,包括多元LDPC码的速率兼容、多元LDPC码的CPM调制、多元LDPC码的高阶调制、多元LDPC码的信号空间分集SSD技术及多元LDPC码的MIMO系统。

本书既有基础知识的介绍,又有基本原理和具体实现方法的描述,特别是在最后给出了多元LDPC码在无线通信中的主要应用。因此,本书可以作为通信专业高年级本科生、研究生学习纠错编码技术的参考书,也可以供无线通信、移动通信与纠错编码领域的科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

多元LDPC码及其在无线通信中的应用/史治平编著.

—北京:国防工业出版社,2012.1

(无线通信前沿技术丛书/李少谦,周亮主编)

ISBN 978-7-118-07696-7

I. ①多… II. ①史… III. ①信道编码-应用-无线电通信-通信系统 IV. ①TN92

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第213024号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 10 字数 248 千字

2012年1月第1版第1次印刷 印数 1—4000册 定价 38.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

序 言

在无线通信的关键技术中,纠错编码技术作为提高信息传输可靠性的重要手段之一,经历了半个多世纪的发展,取得了令人瞩目的成果。

20 世纪 80 年代和 90 年代,随着相关理论的深入研究与发展,纠错编码技术在实际应用中取得了突破性的进展,革命性地改变了很多实际系统的编码方式,影响了高速数字调制解调器、数字移动蜂窝通信、卫星通信等系统的设计。使得信道编码技术不仅是专业研究编码理论的学者所需要掌握的技术,而且成为了通信、计算机、电子工程等相关领域的技术人员需要掌握的技术。

90 年代出现的 Turbo 码作为第三代移动通信的后选码被 3G 标准所采用,Turbo 码的出现不仅改变了人们对传统编码的看法,而且它的原理在无线通信系统中得到了广泛的应用,促进了无线通信系统的发展。特别是 1996 年,人们发现低密度奇偶校验码(LDPC 码)的性能非常适合宽带移动通信,LDPC 码是目前发现的最接近香农容量限的纠错编码方法之一。

无线移动通信系统为了提高频谱利用率,传输高速数据,常采用高阶调制技术,高阶有限域上的多元编码方法与高阶调制的联合应用具有明显的优势。多元 LDPC 码与二元 LDPC 码相比,抗突发错误的能力强,更适合于高速传输,多元 LDPC 码以及在未来无线通信系统中的应用成为了人们关注的热点技术之一。

本书是国内第一本专门介绍多元 LDPC 码的书籍,理论与实际应用相结合,力求包含该领域的最新研究成果。主要内容包括多元 LDPC 码的基础知识;多元 LDPC 码的基本原理和基本方法;多元 LDPC 码的最新进展及其在无线通信中的应用。

本书是无线通信与编码技术以及相关领域技术人员的重要参考资料,也可作为高等院校通信类、电子类、计算机类专业高年级本科生或研究生的参考教材。

李少谦
2011 年 12 月

前 言

近 20 年来,纠错编码技术取得了重大的突破。1993 年 Turbo 码的提出在纠错编码史上具有里程碑意义,1996 年 LDPC 码的再发现将纠错编码的研究推向了高潮。与香农限的距离成为衡量纠错编码性能的主要指标,概率译码成为重要的研究对象,纠错编码在各个领域的应用也纷纷涌现出来,纠错编码迎来了又一个辉煌的时代。

在 LDPC 码的早期文献中,Mackay 和 Davey 给出了多元 LDPC 码(Non binary LDPC code)的性能优势之后,人们普遍认为多元 LDPC 码是一类目前发现的性能最好的纠错编码技术之一。但是,为获得编码增益的提高,译码复杂度随着编码域 q 的增加迅速变大,甚至达到不可接受的程度。因此,多元 LDPC 码的研究并不像二元 LDPC 码那样广泛,发展速度也不如二元 LDPC 码快。人们甚至怀疑,为了得到一定编码增益而付出高昂的复杂度代价,这样有没有价值。

后来 Fossorier 的扩展最小和(EMS)译码算法和 Lin Shu 等学者的多元 QC-LDPC 码的提出,显著降低了多元 LDPC 码的实现复杂度,使人们又看到了希望。认为多元 LDPC 码具有多元码的优势,具有更大的设计自由度和灵活性,同时又具有二元 LDPC 码的结构特点,是一类值得探究的纠错编码。随着宽带移动通信的发展,特别是带宽有效的编码方式和高阶调制技术的发展,以及迭代接收机的应用,多元码的应用具有明显的优势。二元 LDPC 码虽然实现复杂度低,但是在中低码率且码长受限的情况下性能受限。而多元码在这种情况下显示出了明显的性能增益,因此,如何发挥多元 LDPC 码的优势是编码与通信界值得关注的研究课题。

目前,纠错编码的各种参考书都已经将 Turbo 码和二元 LDPC 码纳入其中,为这一领域的专家学者提供了重要的参考,但是对多元 LDPC 码的专门论述还很少。本书旨在对近年来多元 LDPC 码取得的成果进行系统地论述,跟踪其最新发展,为这一领域深入研究的工程技术人员和研究人员及高等院校的师生提供参考。

本书共 9 章,第 1 章论述了香农限和信道编码定理;第 2 章是有限域编码的基础知识,包括线性分组码的基本概念、有限域的基本知识和二元 LDPC 码的基本原理;第 3 章是多元 LDPC 码编码的基本原理;第 4 章是多元 LDPC 码的构造,包括随机编码、结构化的循环 LDPC 码、QC-LDPC 码和多元 RA 码;第 5 章是多元 LDPC 码的译码方法,包括标准的 BP 译码、对数域译码及扩展最小和 EMS 算法等;第 6 章是性能分析与优化设计,包括密度进化、高斯逼近和 EXIT 图分析;第 7 章是多元 LDPC 码速率兼容和高阶调制技术;第 8 章是多元 LDPC 码的信号空间分集技术;第 9 章是多元 LDPC 码的 MIMO 系统设计。

另外,抗干扰重点实验室的硕士生于清萍、燕兵、陈强、李超、杨阳、姜志、龚万春、谈天、陈磊磊等对本书的完成做了一定的仿真、编排、画图及整理校对工作。感谢周亮教授、

张忠培教授、李胜强博士、魏宁博士对本书的体系结构的有益建议,本书在编写中得到他们的大力支持!

感谢支持本书出版的所有老师、同学和相关人员,同时也感谢所有参考文献的作者,是他们的作为本书的出版奠定了基础。最后向长期支持我们研究工作的国内外同行和朋友表示衷心的感谢!

该书得到国家 863 计划(2009AA01Z234)、电子科技大学青年基金(JX0802)的资助。

鉴于作者水平有限,也鉴于目前技术发展过程中尚有许多问题有待研究和解决,因此书中难免有疏漏甚至不妥之处,恳请读者批评指正。

史治平
2011 年 7 月

目 录

第 1 章 信道编码与香农限	1
1.1 信道编码定理	1
1.1.1 信道容量	2
1.1.2 信噪比	2
1.1.3 香农限	3
1.1.4 差错率	6
1.1.5 香农限、差错率与信道编码	8
1.1.6 信道编码定理	9
1.2 信道编码的发展现状	11
1.3 LDPC 码的研究现状	14
1.3.1 LDPC 码简介	14
1.3.2 LDPC 码的构造	15
1.3.3 LDPC 码的译码	15
1.3.4 LDPC 码的性能分析	15
1.3.5 LDPC 码应用及其发展前景	16
第 2 章 基础知识	18
2.1 线性分组码	18
2.1.1 线性分组码的基本概念	18
2.1.2 生成矩阵与校验矩阵	19
2.1.3 系统码	21
2.2 有限域	22
2.2.1 有限域基本理论概况	22
2.2.2 有限域 Z_p 与 $Z_{2^p}(x)$	23
2.2.3 本原元	26
2.2.4 特征	28
2.2.5 有限域的子域与扩域	29
2.3 二元 LDPC 码	30
2.3.1 二元 LDPC 码的基本概念	30
2.3.2 Tanner 图	31

2.3.3	校验矩阵的构造方法及其编码	32
2.3.4	二元 LDPC 码的译码	37
第3章	多元 LDPC 码的基本原理	42
3.1	多元 LDPC 码的表示形式	42
3.2	多元 LDPC 码的编码方法	45
3.2.1	高斯消元编码方法	45
3.2.2	系统形式的编码方法	45
3.2.3	三角分解编码算法	46
3.3	多元 LDPC 码的典型译码算法	46
3.3.1	多元 LDPC 码的 BP 译码算法	46
3.3.2	多元 LDPC 码 LOG - BP 译码算法	49
3.4	本章小结	50
第4章	多元 LDPC 码的构造	51
4.1	多元 LDPC 码的随机构造	51
4.1.1	基于最大信息熵的构造	51
4.1.2	LDPC 码的 PEG 构造	53
4.2	多元 LDPC 码的结构化构造	58
4.2.1	多元 EG - LDPC 码	58
4.2.2	矩阵弥散多元 QC - LDPC 码代数构造	62
4.3	多元 RA 码	69
4.3.1	多元 RA 码的基本结构	69
4.3.2	交织器设计	70
4.3.3	加权器	72
4.3.4	加权累加器	72
4.4	本章小结	73
第5章	多元 LDPC 码的快速译码方法	74
5.1	高阶调制多元 LDPC 码的 BP 译码	74
5.2	FFT - BP 快速译码	75
5.3	MAX - LOG - BP 译码算法	77
5.4	扩展最小和(EMS)译码	80
5.4.1	二元 LDPC 码的 MS 算法	81
5.4.2	多元 LDPC 码的最小和算法	81
5.4.3	多元 LDPC 码的扩展最小和算法	82
5.5	本章小结	85

第 6 章 多元 LDPC 码优化设计与性能分析	86
6.1 BEC 信道下的密度进化	86
6.1.1 $EGL(\lambda, \rho, m)$ 的密度进化	86
6.1.2 $EGF(\lambda, \rho, m)$ 的密度进化	88
6.2 高斯逼近	88
6.2.1 密度进化的高斯逼近	88
6.2.2 $\phi_{q-1}(m)$ 估计	89
6.3 EXIT 分析	89
6.3.1 规则 LDPC 码的 EXIT 图	89
6.3.2 非规则 LDPC 码的 EXIT 图	93
6.4 本章小结	94
第 7 章 多元 LDPC 码的速率兼容与高阶调制设计	95
7.1 多元 LDPC 码的速率兼容设计	95
7.2 多元 LDPC 码的 CPM 调制	95
7.2.1 CPM 的基本原理	96
7.2.2 CPM 的工作过程	97
7.2.3 多元 LDPC 码的 CPM 系统	98
7.3 多元 LDPC 码的高阶调制技术	99
7.3.1 基于计算机仿真的编码调制的联合优化	99
7.3.2 基于线性规划的编码调制的联合优化	102
7.4 本章小结	104
第 8 章 多元 LDPC 码的 SSD 系统	105
8.1 SSD 的基本原理	105
8.2 旋转矩阵的设计	108
8.2.1 最大化最小乘积距离	108
8.2.2 最小错误概率获取最优矩阵法	112
8.2.3 随机生成旋转矩阵 G	117
8.3 多元 LDPC 编码的 SSD 系统	117
8.4 基于编码思想的 SSD 与多元 LDPC 码的联合设计	118
8.5 本章小结	121
第 9 章 多元 LDPC 码的 MIMO 系统	122
9.1 MIMO 信道	122
9.1.1 MIMO 系统模型	122

9.1.2	空间相关的频选信道(SCFS)	123
9.2	MIMO 的检测算法	124
9.2.1	常见的检测算法	124
9.2.2	频选信道下的迭代均衡技术	126
9.3	多元 RA 码与 MIMO 的联合检测	130
9.3.1	编码与调制之间映射	130
9.3.2	多元 RA 码与 MIMO 的联合检测系统	132
9.3.3	性能仿真	134
9.4	基于 EXIT 图的多元 LDPC 编码的 MIMO 系统	135
9.4.1	联合检测和信道译码的迭代系统	135
9.4.2	基于 EXIT 图的多元 LDPC 码的设计	136
9.4.3	性能仿真	140
9.5	本章小结	142
参考文献		143

第1章 信道编码与香农限

1948年香农提出的信道编码定理是信道编码理论的基础,与香农限的距离是衡量现代信道编码技术性能的重要指标。低密度奇偶校验(Low Density Parity Check, LDPC)码是目前发现的与香农限最近信道编码。多元 LDPC 码在突发错误和 ISI 等信道中具有更多的使用价值,高阶有限域 $GF(q)$ 上的多进制 LDPC 码可以在低的错误平层和快速的收敛性之间取得较好的折中。具有相同参数的多进制 LDPC 码比二进制 LDPC 码的 Tanner 图更加稀疏。本章主要介绍信道编码定理、信道容量和香农限等信道编码的基本理论,以及信道编码、LDPC 码的发展现状和多元 LDPC 码的发展前景。

1.1 信道编码定理

根据香农的信息论,一个典型的数字信息传输系统的基本模型如图 1-1 所示。由于干扰的存在和信息码元的随机性,使接收端无法预知也无法识别其中有无错误。为了解决这一问题,在信息码元序列中加入具有一定关系的监督元,使接收端可以利用这种关系由信道译码器来发现或纠正可能存在的错误,这种方法称为差错控制编码或纠错编码。不同的编码方法,纠错或检错能力有所不同。

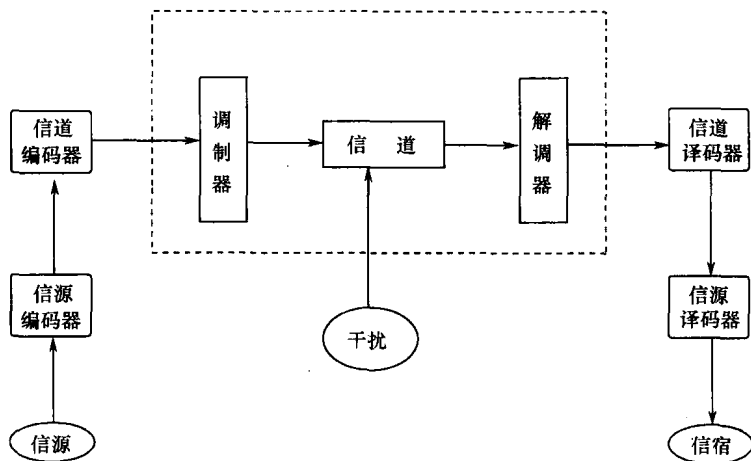


图 1-1 典型数字信息传输系统基本模型

1.1.1 信道容量

在数字通信系统中,主要的性能指标有两个,即传输速率和差错率。用信息传输速率表征的传输速率被定义为每秒钟传递的信息量,单位是 b/s。信道容量是信道可靠传输的最大信息传输率 R_b ,是无差错信息传输基本原理的一个核心概念,香农信息论中的信道容量定义为

$$C = \max_{p(x)} I(x; y) = \max_{p(x)} [H(y) - H(y|x)] \quad (1-1)$$

式中:变量 x 和 y 分别为信道的输入和输出; $p(x)$ 为变量 x 的概率密度函数(Probability Density Function, PDF); $I(x; y)$ 为变量 x 和 y 的互信息; $H(y)$ 为接收信号的熵; $H(y|x)$ 为由于信道噪声而引起的损失熵。由于噪声形式不同以及信道带宽和信号的限制,因此对于不同的信道,对应的信道容量也不同。下面主要讨论加性高斯白噪声(AWGN)信道的信道容量。

高斯信道是输出信号 y 和输入信号 x 的条件转移概率分布等于 y 与 x 之差为零均值的正态分布的信道,并称差值 $n = y - x$ 为加性高斯白噪声,其功率谱为均匀谱。在发送信号和接收信号带宽都受限于 W 时,平均功率 P 受限的信号 x ,经过平均功率为 N 的 AWGN 噪声信道,接收信号的平均功率是 $(P + N)$ 。当信源信号 x 的分布 $p(x)$ 是高斯分布时,接收信号 y 的分布 $p(y)$ 也服从高斯分布,这时接收信号的熵达到最大值,即

$$H(y) = W \log_2 2\pi e(P + N)$$

噪声的熵为

$$H(n) = W \log_2 2\pi eN$$

AWGN 信道下 $y = x + n$, x 与 n 相互独立, $H(y|x) = H(n)$, 所以

$$\begin{aligned} C_{\text{AWGN}} &= \max_{p(x)} [H(y) - H(y|x)] = \max \{ H(y) - H(n) \} \\ &= W \log_2 (2\pi e(P + N)) - W \log_2 (2\pi eN) = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{N} \right) \end{aligned} \quad (1-2)$$

备注:

提高信道容量的途径:当信道带宽 W 固定时,信道容量 C 随着传输信号的平均功率的增加而提高;当信号的平均功率固定时,则可以通过增加信号带宽来提高信道容量,当信号带宽趋近于无穷大时,信道容量达到渐近极限值,即

$$C_{\infty} = \lim_{W \rightarrow \infty} W \log_2 \left(1 + \frac{P}{WN_0} \right) = \frac{P}{N_0 \ln 2} \quad (1-3)$$

1.1.2 信噪比

定义 1-1 符号信噪比 (S/N) , 是平均信号功率与平均噪声功率的比值,简记为 S/N 。

$$S/N = \frac{\text{平均信号功率}}{\text{平均噪声功率}} \quad (1-4)$$

记信号持续时间为 T_s , 信号能量为 E_s , 信道带宽为 $W = 1/T_s$, 那么通信信号信噪比 S/N 是单位时间、单位带宽上或每秒每赫兹的能量 E_s 与噪声功率谱密度 N_0 的比值, 即

$$S/N = \frac{P}{WN_0} = \frac{E_s/T_s}{WN_0} = \frac{E_s/T_s}{N_0/T_s} = \frac{E_s}{N_0} \quad (1-5)$$

带宽为 W , 双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的加性高斯白噪声 AWGN($W, N_0/2$) 的方差为 $\sigma^2 = N_0/2$, 所以, 有

$$S/N = \frac{E_s}{N_0} = \frac{E_s}{2\sigma^2}, \sigma^2 = \frac{E_s}{2(E_s/N_0)} \quad (1-6)$$

等效地传输一个信息比特所需要的能量为 E_b , 等效信息比特的持续时间为 $T_b = 1/R_b$, 信道带宽为 W , 于是折算到一个信息比特的平均信噪比为

$$(S/N)_b = \frac{E_b/T_b}{WN_0} = \frac{E_b R_b}{WN_0} = \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b}{W} \quad (1-7)$$

信道容量的表达式可以写为

$$C_{\text{AWGN}} = W \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b}{W} \right) \quad (1-8)$$

若 $W = R_b$, 则 $(S/N)_b = E_b/N_0$ 。 E_b/N_0 与 E_s/N_0 之间的表达式为

$$(E_s/N_0) = (E_b/N_0) \cdot R_c^* \quad (1-9)$$

式中: R_c^* 为传信率, 是平均每个码元传送的信息比特数。

信噪比通常以分贝 (dB) 表示, 计算公式为

$$(S/N) (\text{dB}) = 10 \lg (S/N) \quad (1-10)$$

$$(E_s/N_0) (\text{dB}) = (E_b/N_0) (\text{dB}) + 10 \lg R_c^* \quad (1-11)$$

1.1.3 香农限

对通信资源的最小极限使用指标是香农限。实现无差错信息传输或通信需要付出代价或使用资源, 基本的通信资源是时间 T 、带宽 B 和能量 E 。对纠错码而言, 虽然编码导致传输符号能量降低和相应的符号差错概率增加, 但是由于纠错的应用使得译码后的符号差错概率降低和折算到传输每比特信息的能量或者需要的 E_b/N_0 降低, 在此意义上使能量或带宽的使用效率最大化。度量这一效率极限的参量即是香农限。香农限指单位时间单位带宽上传输 1b 信息所需要的最小信噪比 $(E_b/N_0)_{\min}$ 。香农限作为信息传输系统的一个基本极限指标, 仍然是一个功率比指标, 尽管在数值计算单位上是能量单位与频域上功率谱密度单位之比。

对编码情况下的香农限又分为广义香农限和狭义香农限两种。广义香农限指允许误码率存在时达到该误码率性能所需要的最小信噪比；狭义香农限指通过编码达到无误传输时所需要的最小信噪比。

令 $C = f(E_b/N_0) = f(R_b E_b/N_0)$ ，令出现的误比特率为 $P_b(e)$ ，当 $P_b(e) = 0$ 即无误传输时， $R_b = f(R_b E_b/N_0)$ 时所得到的 $(E_b/N_0)_{\min}$ 为香农限，可表示为

$$(E_b/N_0)_{\min} = f^{-1}(\dot{R}_b)/R_b \quad (1-12)$$

当 $P_b(e) \neq 0$ 时，实际传送的信息率 $R'_b \leq C = f(R_b E_b/N_0)$ ，其中

$$R'_b = R_b(1 + P_b(e) \log_2(P_b(e)) + (1 - P_b(e)) \log_2(1 - P_b(e)))$$

于是

$$(E_b/N_0)_{\min} = f^{-1}(R'_b)/R_b \quad (1-13)$$

解式(1-12)和式(1-13)可以分别得到无误传输和有误传输的香农限。

对于无记忆连续信道，信道容量由下式给定，即

$$I(x; y) = H(y) - H(x|y) = H(y) + \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) \int_{-\infty}^{+\infty} p(y|x) \log p(y|x) dy dx$$

$$C = \max I[x; y, P(x)]$$

式中： $p(x)$ 为输入 x 的概率密度函数； $p(y|x)$ 为输入 x 时输出 y 的条件概率密度函数。 $H(y)$ 为 y 的符号熵，当输入分布是高斯分布时，香农得到了 AWGN 下的传输带宽为 W 的信道容量公式，即

$$C_{\text{AWGN}} = W \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b}{W} \right) \quad (1-14)$$

两边同时除以 W ，得

$$\frac{R_b}{W} \leq \frac{C}{W} = \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b}{W} \right)$$

单位为 $\text{b}/(\text{s} \cdot \text{Hz})$ ，令 $\frac{R_b}{W} = \eta$ ，得 $\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^\eta - 1}{\eta}$ 。

当 η 趋于 0 时， $E_b/N_0 = 1.6\text{dB}$ ，由 Nyquist 第一定理， $W = 1/2T_s$ 就可以保证无码间干扰， $R_b = R_c/T_s$ ，从而 $\eta = 2R_c$ ， R_c 是每符号的信息比特数。于是一维信号的香农限可表示为

$$\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^{2R_c} - 1}{2R_c}$$

如果输入的是复信号，那么由于是高斯白噪声，所以实部和虚部都为高斯分布，且相互独立，从而可以把复信道看成是两个信道之和，但是此时每维信号能量应为复信号能量的一半，复信道容量可表示为

$$C = 2W \log_2 \left(1 + \frac{E_b/2}{N_0} \cdot \frac{R_b}{W} \right) \quad (1-15)$$

$$\frac{R_b/2}{W} \leq \frac{C/2}{W} = \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b/2}{W} \right)$$

令 $\frac{R_b/2}{W} = \eta$, $\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^\eta - 1}{\eta}$, 得到二维信号的香农限, 即

$$\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^{R_c} - 1}{R_c}$$

以上是输入信号为高斯分布时得到的最大互信息, 即信道容量。但是在实际的通信系统中, 输入符号集是有限集, 不可能是高斯分布的。图 1-2 所示是一维调制和二维调制的信道容量。

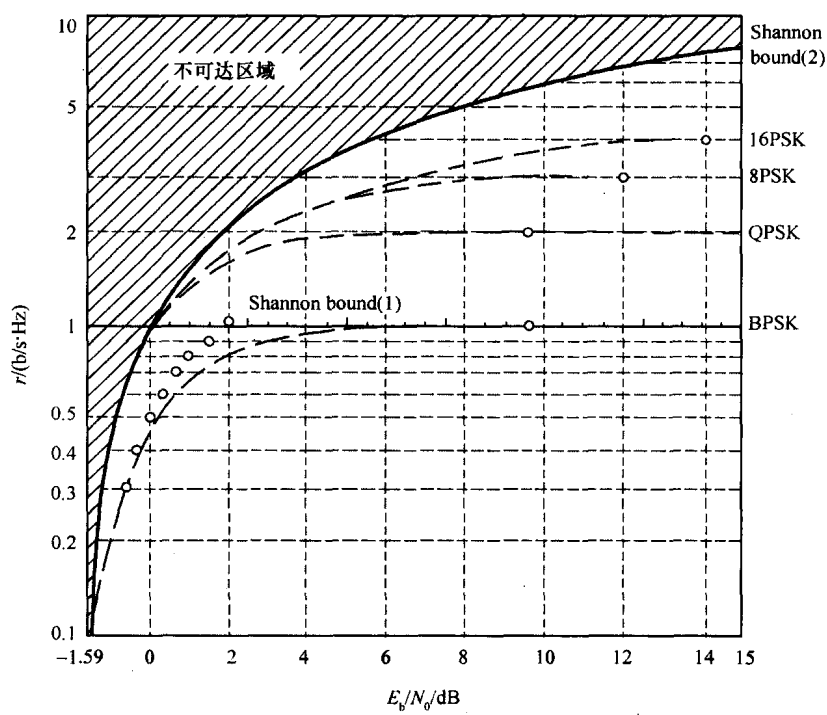


图 1-2 香农容量界与 E_b/N_0 的关系曲线

图 1-2 所示是信噪比与比特谱效率之间的关系曲线, 其中 Shannon Bound (1) 是一维信号的香农容量界, Shannon Bound (2) 是二维信号的香农容量界, 这种界是在假设信号样点值/幅度值或信号本身呈均值为零, 且方差为信号功率的正态分布随机信号得到的最大互信息, 这种输入信号集是无约束的。而实际上, 它是一种不能物理实现的信号形式, 在实际通信系统中, 输入符号集是有限集。不同的调制方式下的香农容量界也不同。

另外, 在无线通信系统中, 经常用到的是广义香农限 (误比特率是 10^{-5}), 图 1-3 给出了误码率在 10^{-5} 时的信道容量界。

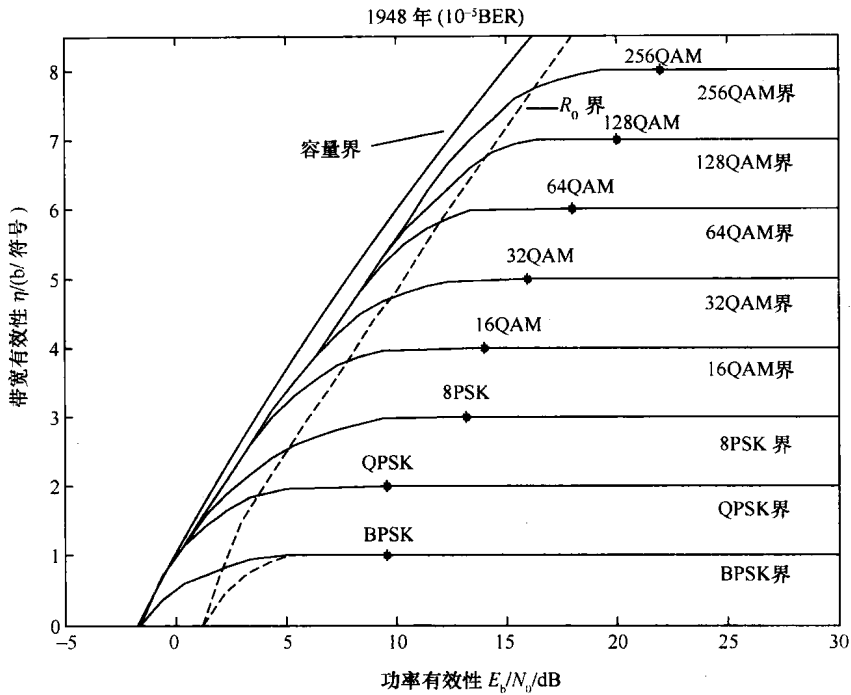


图 1-3 不同调制方案的信道容量

1.1.4 差错率

差错率是衡量系统正常工作时,传输消息可靠程度的重要性能指标。差错率有两种表述方式,即误码率 $P_e(e)$ 和误信率 $P_b(e)$ 。误码率指错误接收的码元数在传送总码元数中所占的比例,或者更确切地说,误码率是码元在传输系统中被传错的概率。误信率(又称误比特率)指错误接收的信息量在传送信息总量中所占的比例,或者说是码元的信息量在传输中被丢失的概率。对于无编码传输,误码率与调制方式有关。

数字调制是用载波信号的某些离散状态来表征所传送的信息,在接收端只要对载波信号的离散调制参量进行检测。根据已调信号的频谱结构特点的不同,数字调制也可以分为线性调制和非线性调制。在线性调制中,已调信号的频谱结构与基带信号的频谱结构相同,只不过频率位置搬移了;在非线性调制中,已调信号的频谱结构与基带信号的频谱结构不同,不是简单的频谱搬移,而是有其他新的频率成分出现。二进制数字调制主要是振幅键控(ASK)、移频键控(FSK)和移相键控(PSK)3种基本形式。3种调制方式在频带宽度、调制和解调方式及误码率等方面的性能不同。从频带宽度和频带利用率上,2FSK系统最不可取。二进制振幅键控信号,由于一个信号状态始终为零,此时相当于处于断开状态,故又常称为通断键控信号(OOK信号)。在抗加性高斯白噪声方面,相干2PSK性能最好,2FSK次之,OOK最差。对信道特性变化的敏感性来说,2ASK的性能最差。多进制数字调制是利用多进制数字基带信号去调制载波的振幅、频率或相位。与二进制数字调制相比,多进制数字调制具有以下两个特点:①在相同的码元传输速率下,多进制系统的信息传输速率显然比二进制系统的高;②在相同

的信息速率下,由于多进制码元传输速率比二进制的低,因而多进制信号码元的持续时间要比二进制的长。显然,增大码元宽度,就会增加码元的能量,并能减小由于信道特性引起的码间干扰等的影响。正是基于这些特点,使多进制调制方式获得广泛的应用。

根据数字通信原理,可以得到加性高斯白噪声信道中不同调制信号的最佳判决器的误码率。

(1) 用于载波调制 PAM 信号的最佳判决器的误码率与基带 PAM 信号的相同,均为

$$p_s^M(e) = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\sqrt{\frac{6(\log_2 M) E_b}{(M^2-1) N_0}}\right) \quad (1-16)$$

式中: M 为调制的阶; E_b 为每比特的平均能量。

(2) 二进制相位与二进制 PAM 相同,所以该误码率为

$$p_s^2(e) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

式中: E_b 为每比特的平均能量。因为四相调制可以看成正交载波上的两个二进制相位调制系统,所以四相调制误码率与二进制相位调制的误码率相同。对于 $M > 4$ 的情况,找不到误符号率的简单封闭形式的表达式。一个较好的近似式为

$$p_s^M(e) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0} \sin \frac{\pi}{M}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2kE_b}{N_0} \sin \frac{\pi}{M}}\right) \quad (1-17)$$

式中: $K = \log_2 M$ (b/符号)。

(3) 矩形 QAM 信号系统最突出的优点就是容易产生 PAM 信号,可直接加到两个正交载波相位上,此外它们还便于解调。

当 k 为偶数时, $M = 2^k$ 进制 QAM 系统正确判决的概率是

$$p_s^M(e) = 1 - (1 - p_s^{\sqrt{M}})^2$$

式中: $p_s^{\sqrt{M}}$ 为 $\sqrt{M}$ 进制 PAM 系统的误码率,该系统具有等价 QAM 系统的每一个正交信号中的一半平均功率。通过适当的调整 M 进制 PAM 系统的误码率,得

$$p_s^{\sqrt{M}}(e) = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(\sqrt{\frac{3 E_{avb}}{M-1} N_0}\right)$$

式中: E_{avb} 为每个符号的平均信噪比。

当 k 为奇数时,就找不到等价的 $\sqrt{M}$ 进制 PAM 系统,采用最佳距离判决器,可以求出任意 $k \geq 1$ 误码率严格的上限,即

$$p_s^M(e) \leq 1 - \left[1 - 2Q\left(\sqrt{\frac{3E_{avb}}{(M-1)N_0}}\right)\right]^2 \leq 4Q\left(\sqrt{\frac{3kE_{avb}}{(M-1)N_0}}\right) \quad (1-18)$$

式中: E_{avb}/N_0 为每比特的平均信噪比。

图 1-4 所示是不同调制方式下,相干接收时没有信道编码的误码率曲线。