

2013年 经济类联考 综合能力核心教程

MF / M·A·S / MT / MIB / MI / MV

跨考教育教研中心 编著

[数学基础]

形式逻辑+论证逻辑

[写 作]

论证有效性分析“五步法”+论说文策略

 **跨考教育** 考研专业硕士系列丛书
KUAKAO EDUCATION

2013 年经济类联考综合能力核心教程

编 著:跨考教育教研中心
编委会成员:李 擂 王 莹 胡海滨
孙熙蕾 王 亮 熊师路

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

经济类联考综合能力核心教程 / 跨考教育教研中心编著. —北京: 北京理工大学出版社, 2012. 1

(考研专业硕士系列丛书)

ISBN 978-7-5640-5316-1

I. ①2… II. ①跨… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 243797 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室) 68944990 (批销中心) 68911084 (读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 三河市文阁印刷厂

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 26.5

字 数 / 510 千字

版 次 / 2012 年 1 月第 1 版 2012 年 1 月第 1 次印刷

责任校对 / 周瑞红

定 价 / 58.00 元

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题, 本社负责调换

前言

从我第一次走上联考讲台到今天,弹指一挥已过去近十年时间,这些年累积的经验和见解,不忍它们就此湮没,由此产生一种期盼,一种责任。因为这种期盼,想让更多的人通过联考;因为这种责任,想让更多希望改变命运的人好梦成真!

2011年经济类联考综合能力试点的增加,让这种期待和梦想有了更广阔的发挥平台。它与管理类联考针对的专业门类虽然不同,但在所考查的内容上却大同小异,殊途同归。

经济类联考综合能力是为了招收金融硕士、应用统计硕士、税务硕士、国际商务硕士、保险硕士及资产评估硕士而设置的具有选拔性质的联考科目。其目的是科学、公平、有效地测试考生是否具备攻读上述专业学位所必需的基本素质、一般能力和培养潜能。对这一能力的考查,主要是通过数学基础、逻辑推理和写作三部分内容来体现。

数学基础部分 考查考生经济分析中常用数学知识的基本方法和基本概念。本书在数学基础部分主要分两个板块:第一板块是应试指导,能让考生在短期内了解经济类联考综合能力数学基础部分的真题题型、考查重点及命题特点,便于后期的复习和练习;第二板块是必备知识点、考点精析与技巧点拨等内容,旨在通过对基本概念、公式、定理的讲解,让考生巩固基础知识,提高做题速率。

逻辑推理部分 考查考生对各种信息的理解、分析、综合和判断及相应的推理、论证、比较、评价等逻辑思维能力。本书严格按照考试大纲的规定,从涉及自然、社会的各个领域等角度进行讲解说明,分形式逻辑和论证逻辑两个篇章,帮助考生寻找解决问题的途径和方法。章尾设置的“习题点评”部分,从考点、思考方法和解题思路等方面对既有习题进行全面分析,让考生知其然亦知其所以然。

写作部分 考查考生的分析论证能力和文字表达能力,通过论证有效性分析和论说文两种形式来测试。经济类联考综合能力的写作考试与其他写作考试不同,考的不仅是文字素养,而是一种与经济相关的思维表述方式,通过写作这个工具,展现个人的潜质。本书从基本思路和常见错误入手,通过对经典习题的深入分析,为考生展现了经济类联考论证有效性分析的“五步法”及论说文的写作策略,帮助考生解决写作这只联考路上最大的“拦路虎”。

在本书的编写过程中,李拙、王莹等老师参加了部分编写工作,孙熙蕾、王亮、熊师路等人对本书的创作做出了贡献。在此,对他们的支持表示感谢。

编者

2011年11月11日于北京

目录

数 学 部 分

● 应试指导

第一节	最新真题	2
第二节	真题解析	4
第三节	大纲解析	9
第四节	考试预测	13

微积分

● 第一章 函数、极限与连续性

模块一	函数	14
模块二	极限	23
模块三	连续	37

● 第二章 一元函数微分学

模块一	可导与可微	44
模块二	求导法则	51
模块三	导数的应用	59

● 第三章 一元函数积分学

模块一	不定积分	69
模块二	定积分	83
模块三	定积分的几何应用	97

☞ 第四章 多元函数微分学

模块一	多元函数的连续、可导与可微	103
模块二	偏导数的计算	108
模块三	多元函数的极值	118

概率论

☞ 第一章 随机事件及其概率

模块一	随机事件	122
模块二	随机事件的概率	127
模块三	条件概率与独立性	131

☞ 第二章 随机变量

模块一	随机变量及其分布	139
模块二	常见的随机变量	152
模块三	随机变量的数字特征	158

线性代数

☞ 第一章 行列式

模块一	行列式	166
-----	-----------	-----

☞ 第二章 矩 阵

模块一	矩阵及其运算	182
模块二	逆矩阵	186
模块三	矩阵的秩	201

☞ 第三章 向量与线性方程组

模块一	线性方程组的基本内容	203
模块二	线性相关与线性表出	208
模块三	向量组的秩	217
模块四	线性方程组及其通解	224

逻辑推理

上篇 形式逻辑

第一章 概念及定义	240
第二章 性质命题及推理	245
第三章 模态命题及推理	256
第四章 选言命题与联言命题及推理	260
第五章 假言命题及推理	268

下篇 论证逻辑

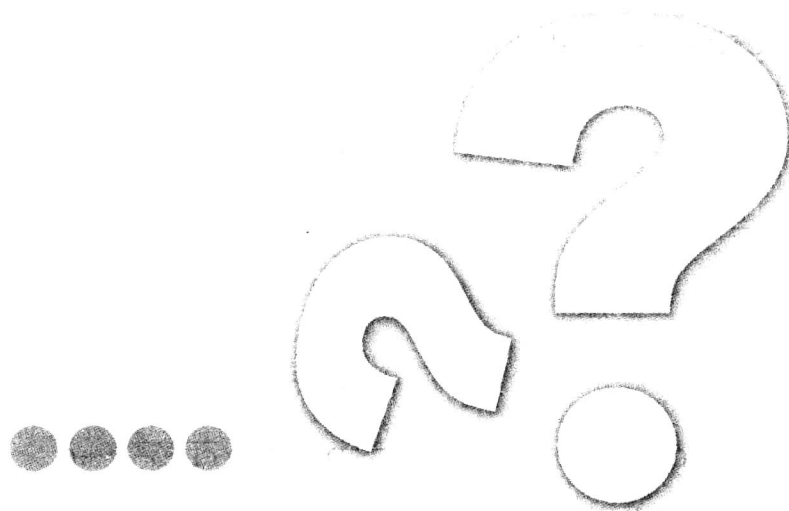
第一章 论证推理——假设	281
第二章 论证推理——支持	289
第三章 论证推理——削弱	298
第四章 论证推理——评价	308
第五章 论证推理——解释	312

写作

第一章 经济类联考论证有效性分析写作	320
第二章 经济类联考论说文写作	345

模拟测试

全国专硕摸底测试经济类联考综合(一)	374
全国专硕摸底测试经济类联考综合(一)答案	383
全国专硕摸底测试经济类联考综合(二)	388
全国专硕摸底测试经济类联考综合(二)答案	397
全国专硕摸底测试经济类联考综合(三)	403
全国专硕摸底测试经济类联考综合(三)答案	411



数学部分

应试指导

第一节 最新真题

2011 年经济类联考综合数学部分真题

二、数学单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2.5 分,共 25 分)

21. 设 $f(x) = \arccos(x^2)$ 则, $f'(x) = (\quad)$.

A. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

B. $-\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$

C. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$

D. $-\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$

22. 不定积分 $\int x\sqrt{1-x^2} dx = (\quad)$.

A. $\sqrt{1-x^2} + C$

B. $-\frac{1}{3}\sqrt{(1-x^2)^3} + C$

C. $x\sqrt{1-x^2} + C$

D. $-\frac{1}{3}x\sqrt{(1-x^2)^3} + C$

23. 函数 $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$, 那么 $(\quad)$.

A. $x = -1$ 为 $f(x)$ 的极大值点

B. $x = -1$ 为 $f(x)$ 的极小值点

C. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极大值点

D. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极小值点

24. 设函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内有 $f'(x) < 0$, 且 $f''(x) < 0$, 则 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内 $(\quad)$.

A. 单调增加, 图像上凹

B. 单调增加, 图像下凹

C. 单调减少, 图像上凹

D. 单调减少, 图像下凹

25. 设函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上有连续导数, 则定积分 $\int_0^a xf'(x) dx$ 在几何上表示 $(\quad)$.

A. 曲边梯形的面积

B. 梯形的面积

C. 曲边三角形的面积

D. 三角形的面积

26. 设 A 和 B 均为 n 阶矩阵 $(n > 1)$, m 是大于 1 的整数, 则必有 $(\quad)$.

A. $(AB)^T = A^T B^T$

B. $(AB)^m = A^m B^m$

C. $|AB^T| = |A^T| |B^T|$

D. $|A+B| = |A| + |B|$

27. 设线性无关的向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 可由向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性表示, 则必有 $(\quad)$.

- A. $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性相关
B. $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性无关
C. $s \geq 4$
D. $s < 4$
28. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + kx_3 = 3 \end{cases}$ 无解, 则 $k = (\quad)$.
A. 6
B. 4
C. 3
D. 2
29. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 若 $E(X^2) = 72$, 则参数 $\lambda = (\quad)$.
A. 6
B. 3
C. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{1}{6}$
30. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1, \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $P\{X=1\} = (\quad)$.
A. 0
B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{2} - e^{-1}$
D. $1 - e^{-1}$

三、数学计算题(本大题共 9 小题, 每小题 5 分, 共 45 分)

31. 求函数 $f(x) = (x-1)^2(x+1)^2$ 的单调增减区间和极值.
32. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 5x + 6}$.
33. 设 $f'(x) = \cos x - 2x$, 且 $f(0) = 2$, 求 $f(x)$.
34. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x + y + z - xyz = 0$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.
35. 已知某函数的需求函数为 $P = 10 - \frac{Q}{5}$, 成本函数为 $C = 50 + 2Q$, 求产量为多少时利润最大.
36. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 1 - (1+x)e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ 求随机变量 X 的概率密度.
37. 设随机变量服从正态分布 $N(1, 2)$, Y 服从泊松分布 $P(2)$, 求期望 $E(2X - Y + 3)$.
38. 求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 10x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$ 的全部解(要求用基础解系表示).
39. 确定 k 为何值时, 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 可逆, 并求逆矩阵 A^{-1} .

第二节 真题解析

二、数学单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2.5 分,共 25 分)

21. 设 $f(x) = \arccos(x^2)$ 则, $f'(x) = ()$.

A. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

B. $-\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$

C. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$

D. $-\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$

【答案】 D

【考点分析】 本题考查导数计算的复合函数求导法则.

【解析】 根据复合函数求导法则, $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-(x^2)^2}}(x^2)' = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$, 故选 D.

22. 不定积分 $\int x \sqrt{1-x^2} dx = ()$.

A. $\sqrt{1-x^2} + C$

B. $-\frac{1}{3}\sqrt{(1-x^2)^3} + C$

C. $x\sqrt{1-x^2} + C$

D. $-\frac{1}{3}x\sqrt{(1-x^2)^3} + C$

【答案】 B

【考点分析】 本题考查不定积分计算的第一类换元法(凑微分法).

【解析】 根据换元法, $\int x \sqrt{1-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int \sqrt{1-x^2} d(1-x^2)$. 令 $t = 1-x^2$, 则原积分变为 $-\frac{1}{2} \int \sqrt{t} dt = -\frac{1}{2} \int t^{\frac{1}{2}} dt = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{3} t^{\frac{3}{2}} + C$, 故 $\int x \sqrt{1-x^2} dx = -\frac{1}{3} (1-x^2)^{\frac{3}{2}} + C$, 故选 B.

23. 函数 $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$, 那么().

A. $x = -1$ 为 $f(x)$ 的极大值点

B. $x = -1$ 为 $f(x)$ 的极小值点

C. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极大值点

D. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极小值点

【答案】 B

【考点分析】 本题考查函数极值与导数的关系.

【解析】 根据极值点的判别定理, 本题中 $f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$, 由 $f'(x) = 0$ 得两个驻点 $x = -1$ 或 $x = -3$, 由 $f''(-1) = 6 > 0$ 知 $x = -1$ 为 $f(x)$ 的极小值点.

在 $x = 0$ 处, 由于 $f'(0) \neq 0$, 可知 $x = 0$ 不为 $f(x)$ 的极值点. 故选 B.

24. 设函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内有 $f'(x) < 0$, 且 $f''(x) < 0$, 则 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内().

A. 单调增加, 图像上凹

B. 单调增加, 图像下凹

C. 单调减少, 图像上凹

D. 单调减少, 图像下凹

【答案】 D

【考点分析】 本题考查函数的单调性与凹凸性.

【解析】 根据单调性定理, $f'(x) < 0$, 故函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内单调减少; 根据函数凹凸性与二阶导数的关系, $f''(x) < 0$, 故函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内是凸函数. 故选 D.

25. 设函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上有连续导数, 则定积分 $\int_0^a x f'(x) dx$ 在几何上表示 ().

A. 曲边梯形的面积

B. 梯形的面积

C. 曲边三角形的面积

D. 三角形的面积

【答案】 C

【考点分析】 本题考查定积分的几何意义以及分部积分法.

【解析】 由分部积分法可知:

$$\begin{aligned}\int_0^a x f'(x) dx &= \int_0^a x df(x) = x f(x) \Big|_0^a - \int_0^a f(x) dx \\ &= a f(a) - \int_0^a f(x) dx.\end{aligned}$$

结合图 1 及定积分的几何意义可知: $a f(a)$ 表示图中矩形 $ABCO$ 的面积, 而积分 $\int_0^a f(x) dx$ 则表示图中曲边梯形 $BCOD$ 的面积. 由此可知, $a f(a) - \int_0^a f(x) dx$ 表示图中曲边三角形 ABD (阴影部分) 的面积. 故选 C.

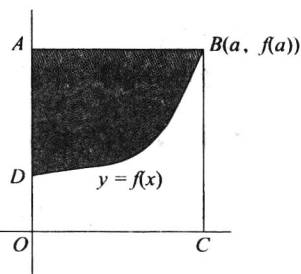


图 1

26. 设 A 和 B 均为 n 阶矩阵 ($n > 1$), m 是大于 1 的整数, 则必有 ().

A. $(AB)^T = A^T B^T$

B. $(AB)^m = A^m B^m$

C. $|AB^T| = |A^T| |B^T|$

D. $|A+B| = |A| + |B|$

【答案】 C

【考点分析】 本题考查矩阵及行列式的运算法则.

【解析】 由转置及矩阵乘法的运算法则可知: $(AB)^T = B^T A^T$, 故 A 错误; 一般来说, 矩阵乘法不满足交换律, 也即 $AB = BA$ 不一定成立, $(AB)^2 = (AB)(AB)$ 不一定等于 $A^2 B^2$, 可知 B 错误; 在行列式的运算法则中, $|A+B| = |A| + |B|$ 一般也不成立, 可知 D 错误; 由行列式的运算法则可知, $|AB^T| = |A| |B^T| = |A^T| |B^T|$, 故选 C.

27. 设线性无关的向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 可由向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性表示, 则必有 ().

A. $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性相关

B. $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性无关

C. $s \geq 4$

D. $s < 4$

【答案】 C

【考点分析】 本题考查向量的线性表示和线性相关性.

【解析】 由定理可知: 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t$ 可以由向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性表示, 且 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t$ 线性无关, 则有 $t \leq s$. 故选 C.

28. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + kx_3 = 3 \end{cases}$ 无解, 则 $k = (\quad)$.

A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

【答案】 A

【考点分析】 本题考查线性方程组有解的条件.

【解析】 对增广矩阵做初等行变换得 $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & k & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & k-6 & 2 \end{pmatrix}$. 由于线性方程组无解, 可知最后一个方程必为矛盾方程 $0x_1 + 0x_2 + 0x_3 = 2$, 可知 $k = 6$. 故选 A.

29. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 若 $E(X^2) = 72$, 则参数 $\lambda = (\quad)$.

A. 6 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

【答案】 D

【考点分析】 本题考查常见随机变量的数字特征.

【解析】 $72 = E(X^2) = D(X) + (EX)^2$, 因为 $X \sim E(\lambda)$, 所以 $E(X) = \frac{1}{\lambda}$, $D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$, 代入得 $\lambda = \frac{1}{6}$. 选 D.

30. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1, \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $P\{X=1\} = (\quad)$.

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2} - e^{-1}$ D. $1 - e^{-1}$

【答案】 C

【考点分析】 本题考查随机变量分布函数的性质.

【解析】 $P\{X=1\} = F(1) - F(1-0) = 1 - e^{-1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - e^{-1}$. 故选 C.

三、数学计算题(本大题共 9 小题, 每小题 5 分, 共 45 分)

31. 求函数 $f(x) = (x-1)^2(x+1)^2$ 的单调增减区间和极值.

【考点分析】 本题考查导数的应用中函数单调区间与极值的计算.

【解析】 $f'(x) = [(x-1)^2(x+1)^2]' = 4x^3 - 4x$, $f''(x) = 12x^2 - 4$,

由 $f'(x) > 0$ 得到单调增区间为 $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$,

由 $f'(x) < 0$ 得到单调减区间为 $(-\infty, 1) \cup (0, 1)$,

由 $f'(x) = 0$ 得到驻点 $x = 0, x = 1, x = -1$.

又 $f''(0) = -4 < 0$, $f''(1) = f''(-1) = 8 > 0$,

故 $f(0) = 1$ 为极大值; $f(-1) = f(1) = 0$ 为极小值.

32. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 5x + 6}$.

【考点分析】 本题考查定积分的计算.

【解析】 $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+5x+6} = \int_0^1 \frac{dx}{x+2} - \int_0^1 \frac{dx}{x+3} = \ln(x+2) \Big|_0^1 - \ln(x+3) \Big|_0^1 = \ln \frac{9}{8}.$

33. 设 $f'(x) = \cos x - 2x$, 且 $f(0) = 2$, 求 $f(x)$.

【考点分析】 本题考查原函数与导数的概念以及不定积分的计算.

【解析】 $\int f'(x) dx = \int (\cos x - 2x) dx = \sin x - x^2 + C,$

故 $f(x) = \sin x - x^2 + C,$

又 $f(0) = 2$, 得 $C = 2$, 故 $f(x) = \sin x - x^2 + 2.$

34. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x + y + z - xyz = 0$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}.$

【考点分析】 本题考查隐函数求导.

【解析】 对方程 $x + y + z - xyz = 0$ 等号两边同时关于 x 求偏导得

$$1 + \frac{\partial z}{\partial x} - yz - xy \frac{\partial z}{\partial x} = 0, \text{ 整理得到 } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{yz-1}{1-xy},$$

同理得 $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{xz-1}{1-xy}.$

35. 已知某函数的需求函数为 $P = 10 - \frac{Q}{5}$, 成本函数为 $C = 50 + 2Q$, 求产量为多少时利润最大.

【考点分析】 本题考查导数的经济学应用以及函数最值的计算.

【解析】 “收益 = 需求 $\times$ 价格”, 故本题中的收益为 $(10 - \frac{Q}{5})Q.$

而利润 = 收益 - 成本, 故本题中的利润为

$$F(Q) = (10 - \frac{Q}{5})Q - (50 + 2Q) = -\frac{Q^2}{5} + 8Q - 50.$$

求导可得 $F'(Q) = -\frac{2Q}{5} + 8$, 令 $F'(Q) = 0$ 可得 $Q = 20.$

又当 $Q < 20$ 时, $F'(Q) > 0$; 当 $Q > 20$ 时, $F'(Q) < 0$. 可知当 $Q = 20$ 时, 利润最大.

36. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 1 - (1+x)e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ 求随机变量 X 的概率密度.

【考点分析】 本题考查连续型随机变量分布函数以及概率密度的概念.

【解析】 $f(x) = F'(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$

37. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1, 2)$, Y 服从泊松分布 $P(2)$, 求期望 $E(2X - Y + 3).$

【考点分析】 本题考查随机变量数字特征的性质以及常见随机变量的数字特征.

【解析】 由数学期望的性质可知 $E(2X - Y + 3) = 2E(X) - E(Y) + 3$.

由于随机变量 X 服从正态分布 $N(1, 2)$, 可知 $E(X) = 1$; 由于随机变量 Y 服从泊松分布 $P(2)$, 可知 $E(Y) = 2$. 故 $E(2X - Y + 3) = 2E(X) - E(Y) + 3 = 2 \times 1 - 2 + 3 = 3$.

38. 求齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$$
 的全部解 (要求用基础解系表示).

【考点分析】 本题考查齐次线性方程组通解的计算及基础解系的概念.

【解析】 对系数矩阵作初等行变换得

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 6 & -1 & 3 \\ 5 & 10 & 1 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

$r(A) = 2$, 故此方程组的基础解系含解向量的个数为 $4 - 2 = 2$.

选 x_2, x_4 为自由未知数, 令

$$(x_2, x_4)^T = (1, 0)^T, \text{ 可求得 } \eta_1 = (-2, 1, 0, 0)^T;$$

$$(x_2, x_4)^T = (0, 1)^T, \text{ 可求得 } \eta_2 = (1, 0, 0, 1)^T.$$

η_1, η_2 是此方程组的基础解系.

故齐次线性方程组的通解为 $k_1\eta_1 + k_2\eta_2$, 其中 $k_1, k_2 \in \mathbf{R}$.

39. 确定 k 为何值时, 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 可逆, 并求逆矩阵 A^{-1} .

【考点分析】 本题考查矩阵可逆的充要条件和逆矩阵的计算.

【解析】 由 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 可逆知, $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \times k \times (-1) = -k \neq 0$,

故可知当 $k \neq 0$ 时, $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 可逆.

下面利用初等行变换计算矩阵 A 的逆矩阵:

$$(A : E_3) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & k & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned}
 &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & -\frac{1}{k} & \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & -\frac{1}{k} & \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \vdots & -\frac{1}{k} & \frac{1}{k} & 1 \end{bmatrix} \\
 &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & -\frac{1}{k} & \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & \frac{1}{k} & -\frac{1}{k} & 1 \end{bmatrix}, \\
 &\text{故 } A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{k} & \frac{1}{k} & 0 \\ \frac{1}{k} & -\frac{1}{k} & -1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

第三节 大纲解析

一、试卷结构

选择题 10 题, 每题 2.5 分; 解答题 9 题, 每题 5 分.

二、考试内容

1. 微积分部分

一元函数的微分、积分; 多元函数的一阶偏导数; 函数的单调性和极值.

2. 概率论部分

分布和分布函数; 常见分布; 期望值和方差.

3. 线性代数部分

线性方程组; 向量的线性相关和线性无关; 矩阵的基本运算.

三、试题特点及能力要求

2011 年经济学联考综合数学部分的试题主要呈现出如下几个特点:

1. 难度较低, 以考查基本概念和基本计算为主

相对于普硕的数学三, 经济学联考综合的数学从内容的广度和深度上要求都较低, 主要考查考生对基本概念的理解和对基本运算和基本方法的掌握情况, 试题的灵活性和综合性不高. 考生在复习时一定要牢记这一点, 不要追求难度, 而要踏踏实实打好基础, 并进行足量的训练, 才能拿到理想的分数的.

2. 考题分布比较均匀, 不存在明显的偏重

考试大纲上有提及的考点在试卷上均有所体现, 除对导数及其应用的考查相对较多以外, 不存在明显的倾向. 因为试题难度较低, 所以试卷必然要求考点分布相对较广, 以保持适当的区分度. 这就要求考生在复习的时候一定要全面而细致, 不要存在侥幸心理, 扎扎实实掌握每一个知识点、攻克每一个考点, 才能顺利取得高分.

金融硕士经济学联考综合数学部分的考试内容与考研数学三有较多的联系,所有的考点都可以在考研数学三的考试大纲中找到,且对每个考点具体要求的程度也都不会超过数学三中对应部分的要求.从已考试题来看,大部分试题除灵活性和综合性略低外,特点、要求与考研数学三考题类似,部分试题甚至直接选自已考的数学三试卷.例如:

设函数 $y=f(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上有连续导数, 则定积分 $\int_0^a xf'(x) dx$ 在几何上表示 ().

- 本题原题见 2008 年数学三考研试题的第 4 道选择题.

设随机变量 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1, \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $P\{X=1\} = (\quad)$.

- 本题原题见 2010 年数学三考研试题的第 7 道选择题.

可见,我们在复习时,历年考研数学真题也是很重要的资料.考生应该多留意考研数学真题中对考生能力要求与金融硕士考试较为接近的试题.我们在编写本书时,依据考试的具体要求收录了历年考研数学中适合金融硕士考生的试题,作为例题或练习题,在书中对应位置均有标示.

经济学联考综合的考试大纲比较简略,只给出了考试的大致范围,没有完全限定考试内容。考试中会出现一些大纲上没有指出,但在整个逻辑知识体系内部的考点。请看如下例证:

设函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内有 $f'(x) < 0$, 且 $f''(x) < 0$, 则 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内 ().

- 【考点评析】** 本题考查函数凹凸性,但考试大纲上并没有出现函数的凹凸性,只要求了函数的单调性和极值.这是因为函数的凹凸性实质上是其导函数的单调性,掌握函数凹凸性是掌握函数单调性的内在要求.