

高等师范院校数学教育类教材

ZHONGKUE SHUXUE

YANJIUXING JIAOXUE YU ANLI

中学数学

研究性教学与案例

赵思林 著



四川大学出版社

资助项目（基金）：

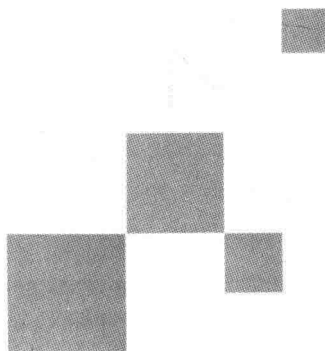
- 教育部“本科教学工程”四川省地方属高校本科专业综合改革试点项目——内江师范学院数学与应用数学“专业综合改革试点”项目（ZG0464）
- 内江师范学院2013年四川省高等教育“质量工程”项目（01249）
- 内江师范学院重点学科课程与教学论学科教学（数学）建设项目（102-3）
- 四川省“西部卓越中学数学教师协同培养计划”项目
- 内江师范学院教材出版基金

ZHONGXUE SHUXUE
YANJIUXING JIAOXUE YU ANLI

中学数学

研究性教学与案例

赵思林 著



四川大学出版社

责任编辑:毕 潜
责任校对:蒋 琦
封面设计:墨创文化
责任印制:王 炜

图书在版编目(CIP)数据

中学教学研究性教学与案例 / 赵思林著. —成都:
四川大学出版社, 2016. 3
ISBN 978-7-5614-9355-7

I. ①中… II. ①赵… III. ①中学数学课—教学研究
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 055429 号

书名 中学教学研究性教学与案例

著 者	赵思林
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5614-9355-7
印 刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	148 mm×210 mm
印 张	10.5
字 数	309 千字
版 次	2016 年 4 月第 1 版
印 次	2016 年 4 月第 1 次印刷
定 价	40.00 元

版权所有◆侵权必究

- ◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。
电话:(028)85408408/(028)85401670/
(028)85408023 邮政编码:610065
- ◆本社图书如有印装质量问题,请
寄回出版社调换。
- ◆网址: <http://www.scupress.net>

前 言

研究性教学是近年理论研究和教育改革中的热点问题，它一般被解释为“把科学研究引入教学中”或者“教学与研究结合”。

研究性学习第一次被提出是 18 世纪末到 19 世纪初，主要代表是卢梭、裴斯泰洛齐等。他们认为，人天生具有探究的欲望，教师应创设问题产生情境，为学生提供自主探究的机会，这为今天的研究性学习奠定了思想基础。第二次是 19 世纪末到 20 世纪初，主要倡导者是杜威、克伯屈等。杜威在《民主主义与教育》等著作中以“教育即经验的不断改造”的观点下，提出让学生在解决问题的过程中获得真知的“问题教学法”，提倡学生在经验中学，在做中学。第三次是 20 世纪 50 年代末到 20 世纪 70 年代，主要倡导者是美国的布鲁纳。布鲁纳在《教育过程》中主张学生应学习每学科的基本结构、基本观念，在学习上强调引导学生自己去发现，让学生亲自参与发现的行动，从中进行以发现为重点的学习。

我国中小学的研究性学习虽然起步较晚（始于 20 世纪末），但是发展迅猛。20 世纪 80 年代初学术界开始重视这一概念，1985 年最早见于心理学界，并且研究性学习首先在上海起步，至 1999 年又先后在深圳、江苏、黑龙江等地开展实验，积累了一定的经验，取得了不少成果，对研究性学习的内涵已有了较深刻的认识。

2000 年 1 月，教育部颁布的《全日制普通高级中学课程计划（实验修订稿）》第一次在基础教育课程中增设“综合实践活动”课程，其中包括研究性学习。2001 年《基础教育课程改革纲要（试行）》明确指出：教师在教学过程中应与学生积极互动、共同发展，



要处理好传授知识与培养能力的关系，注重培养学生的独立性和自主性，引导学生质疑、调查、探究，在实践中学习，促进学生在教师指导下主动地、富有个性地学习。倡导学生主动参与、乐于探究、勤于动手，培养学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力以及交流与合作的能力。

2001年4月9日，教育部颁布的《普通高中“研究性学习”实施指南（试行）》明确指出：“研究性学习是学生在教师指导下，从自然、社会和生活选择 and 确定专题进行研究，并在研究过程中主动地获取知识、应用知识、解决问题的学习活动。”所谓数学研究性学习，是学生在教师的指导下，从数学学科内部或其他领域（包括非数学的学科、自然、社会和生活）中选择并确定研究性问题，侧重于该问题在数量关系和空间形式方面的探索和研究，并在探索和研究过程中主动地获取数学知识、应用数学知识、解决数学问题的学习活动。近年来，数学研究性学习已进入中学课堂，并进入到中考和高考。

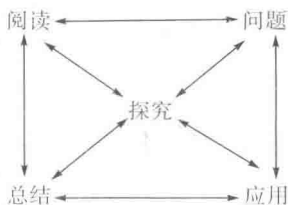
2003年教育部颁布的普通《高中数学课程标准（实验）》明确指出：“高中数学课程设立‘数学探究’‘数学建模’等学习活动，……高中数学课程应力求通过各种不同形式的自主学习、探究活动，让学生体验数学发现和创造的历程，发展他们的创新意识。”“数学探究即数学探究性课题学习，是指学生围绕某个数学问题，自主探究、学习的过程。这个过程包括：观察分析数学事实，提出有意义的数学问题，猜测、探求适当的数学结论或规律，给出解释或证明。”“数学探究是高中数学课程中引入的一种新的学习方式。”全国各地中小学对研究性学习进行了积极的探索，获得了一些经验，初步形成了一批有关研究性学习的专著，如霍益萍于2001年出版的《研究性学习：实验与探索》《让教师走进研究性学习》《研究性学习学生用书》几本著作；2002年，出版的著作有邹尚智的《研究性学习指南》，刘婉华与罗朝锰的《聚焦研究性学习：从理论到实践》，葛炳芳的《高级中学研究性学习教程》，王升的《研究性学习的理论与实践》等。这些专著对研究性学习进行了有益的

探索.

研究性教学,就是指在教学过程中由教师创设一种类似科学研究的情境和途径,指导学生在独立的主动探索、主动思考、主动实践的研究过程中,吸收并应用知识、分析并解决问题,从而培养学生的创造能力和创新精神,提高学生综合素质的一种教学模式.所谓数学研究性教学,就是在数学教学活动中由教师创设一种类似数学探究或数学研究的情境和途径,学习并应用数学知识,指导学生探索数学规律,在思考、分析、探究、推广以及解决数学问题的过程中,培养学生的数学创新精神和创造能力,提高学生综合素质的一种数学教学模式.研究性教学可分为“研究性的教”和“研究性的学”.研究性的学就是研究性学习.

本书在编写过程中力求体现如下特点:

(1) 建构了数学研究性教学“四点一心”模式,如下图.该模式由“问题”“阅读”“探究”“总结”“应用”五个基本要素构成.该模式以阅读、问题、总结与应用作为四边形的四个顶点,探究作为该四边形的中心,统揽研究性教学的全局.其中阅读是基础,问题是起点,探究是中心,总结是升华,应用是目的.



数学研究性教学“四点一心”模式

(2) 提出了片段探究的数学研究性教学策略.片段探究的好处是灵活机动,节省时间,易于操作,可以大大降低研究性教学的难度.普通的一节课只有40分钟,受教学容量和时间限制,一般不可能把五个基本环节(基本要素)都走完,怎么办呢?我们大力提倡搞片段探究,就是一节课可以选择一个或两个基本要素进行研究性教学.对一节课,根据内容难度和时间安排的情况,可以只探不



究，可以只究不探，可以既探又究。这样做可以大大增强研究性教学的灵活性和操作性。需要说明的是，在中学不可能每节课都可以或者都适合开展研究性教学。

对一个有一定研究价值的数学问题进行研究性教学，一般可遵循以下步骤：提出问题——研究的起点；解决问题——研究的重点；推广问题——研究的难点；总结提炼（含撰写论文）——研究的成果。研究性教学一般可分课前、课堂、课后三个阶段才能完成。课前应提出问题，教师大约在上课前的两周左右提出问题，先让学生思考并做一些知识方面的准备，教师可作必要的提示，如指出几个探究的方向和一些探究的方法；课堂教学是研究性教学的核心环节，课堂上教师组织并以未知者的身份参与问题解决和问题推广的过程，课堂研究的重点是引导学生多角度开展思路分析与探索，课堂研究应让学生主动参与问题解决的探索过程、思维过程，课堂上教师应留足时间让学生交流和分享各自的探究成果，在问题基本解决后，教师应引导学生对问题进行推广或拓展，这样学生的思维就有了更大的空间，在课堂上教师还应关注现场产生的新问题，对于新问题及其解决是学生很感兴趣的；课后应让学生对研究成果进行总结和反思，并让学生对课堂上产生的新问题进行一些思考与探究，在教师的指导下还可让部分学生写出研究的心得体会或小论文。

(3) 重视数学研究性教学案例分析。研究性教学既需要良好的思维策略，更需要具有操作意义的程式和典型案例。本书共收录了40多个案例，这当中的不少案例可以用于中学课堂，而且一些教师使用的效果比较好。

(4) 精选了一些高考优秀试题作为研究性问题。高考数学试题是学习和研究的好问题。从历年的高考试卷中，选择了一些构思精巧、立意鲜明、背景深刻、情境新颖、设问巧妙的试题，作为研究性教学的问题。

(5) 吸收了近年来《数学教育学报》《高中数学教与学（人大复印）》《初中数学教与学（人大复印）》《数学通报》《中学数学教



学参考》《数学通讯》《中学数学研究（广州）》《中学数学》《中学数学研究（南昌）》《中学数学杂志（高中）》《内江师范学院学报》等期刊的一些研究成果。

本书的主要内容曾多次在高师本科数学教育类选修课程中使用，效果较好。

为本书的出版提供有力支持和资助的有内江师范学院数学与信息科学学院，内江师范学院科技处、教务处、学科建设与研究生工作处，教育部“本科教学工程”四川省地方属高校本科专业综合改革试点项目——内江师范学院数学与应用数学“专业综合改革试点”项目（ZG0464），内江师范学院2013年四川省高等教育“质量工程”项目（01249），内江师范学院教材出版基金，四川省“西部卓越中学数学教师协同培养计划”项目；感谢为本书的出版付出辛勤劳动的四川大学出版社的编辑们；感谢为本书的出版提供热情帮助的王新民、潘超、吴立宝、吕晓亚、王亚雄、刘成龙、余小芬、李兴贵、郑凤渊、李建军、李世和、唐芬、刘之兵、蒋昌英等老师和研究生徐小琴、李秀萍、王佩、陈小艳、崔静静、李雪梅；对引用研究成果的作者，致以衷心的感谢，同时也深深感谢关心、支持本书出版的所有同行和朋友们。

著者

2016年1月



目 录

第一章 中学数学研究性教学的意义·····	(1)
第一节 中学数学研究性教学的意义·····	(1)
第二节 中学数学研究性教学的目标、特点、原则·····	(8)
第二章 数学研究性问题·····	(14)
第一节 数学研究性问题·····	(14)
第二节 教学系统中的研究性问题·····	(17)
第三节 数学好问题的特点·····	(24)
第四节 数学问题的改编·····	(27)
第三章 数学探究方法·····	(37)
第一节 数学探究·····	(37)
第二节 文献法和类比法·····	(39)
第三节 质疑法及案例·····	(40)
第四节 争鸣法及案例·····	(48)
第五节 推广法及案例·····	(59)
第六节 “研究性学习”与信息技术的整合·····	(68)
第四章 数学研究性教学模式·····	(69)
第一节 数学研究性教学三角形模式·····	(69)
第二节 数学研究性教学“四点一心”模式·····	(75)
第三节 数学研究性教学“四点一心”模式的应用·····	(76)



第五章 中学教学研究性教学案例·····	(79)
案例 1 $\sqrt{13}$ 的研究性学习·····	(79)
案例 2 平面几何中横“M”模型的探究性教学设计·····	(87)
案例 3 勾股定理的探究教学设计·····	(97)
案例 4 变有限 意无穷——基于“几何画板”的变式探究 ·····	(107)
案例 5 “半角”模型的构建、纵横迁移、推广与应用 ·····	(119)
案例 6 三元重要不等式的研究性学习·····	(126)
案例 7 一个高考最小值问题的研究·····	(132)
案例 8 钻研数学教材的几个视角·····	(138)
案例 9 2012 年高考数学四川卷(理) 16 题探究·····	(146)
案例 10 2012 年高考数学四川卷理科 12 题研究·····	(150)
案例 11 2012 年高考数学四川卷理科 22 题探究·····	(155)
案例 12 2010 年高考数学四川卷理科 22 题解法探究·····	(160)
案例 13 2010 年一道高考解析几何试题的推广·····	(166)
案例 14 等差数列的五个求和公式及应用·····	(170)
案例 15 一个得分率极低的数列题研究·····	(175)
案例 16 多想少算——解高考数学题的基本策略·····	(182)
案例 17 导数解决多元问题的几种策略·····	(192)
案例 18 解高考数学题的对称策略·····	(199)
案例 19 教学实录：一个不等式恒成立的问题驱动教学 ·····	(206)
案例 20 一道自主招生不等式试题的初等解法探究·····	(212)
案例 21 一个不等式问题的研究性教学·····	(215)
案例 22 一道全国高考数学试题的多角度探究·····	(220)
案例 23 数学多元问题解决的思维策略·····	(227)
案例 24 一道高考数列题的推广与解法探究·····	(235)
案例 25 向量应用的研究性学习·····	(242)



案例 26	高考中可化为等差(比)数列的递推数列	(250)
案例 27	由椭圆中点弦问题引发的研究性学习	(261)
案例 28	2015 年高考数学四川卷理科 20 题研究	(269)
案例 29	一道解析几何试题的研究性学习	(277)
案例 30	高中数学涉及的几个重要不等式	(283)
案例 31	巧用贝努利不等式及推论解竞赛题	(286)
案例 32	关于贝努利不等式的几个推论	(292)
案例 33	贝努利不等式的螺旋式证明	(297)
案例 34	一个优美三角不等式的证明与应用	(302)
案例 35	两个三角的最小值定理的参数法证明	(306)
案例 36	两个新的不等式的证明与推论	(309)
参考文献		(314)



第一章 中学数学研究性教学的意义

学习目标：了解数学研究性教学的意义。

第一节 中学数学研究性教学的意义

研究性教学是近年理论研究和教育改革中的热点问题，它一般被解释为“把科学研究引入教学中”或者“教学与研究结合”。研究性教学可分为“研究性的教”和“研究性的学”。研究性的学就是研究性学习。何谓研究或探究呢？美国学者韦尔奇说：“探究是人类寻求信息和理解的一般过程。从广义上说，探究是一种思维方式。”^①“探究是确立问题、建立假说、设计实验、收集数据、做结论的观察，……还包括预测、实验、控制变量、实验、解释数据以及交流等活动。”^②研究就是研讨问题，追根求源和多方寻求结论或答案，解决问题。

① WELCH W, KLOPPER L, AIKENHEAD O, et al. The role of inquiry in science education: analysis and recommendations [J]. Science education, 1981, 65 (2): 316.

② TROWBRIDGE L W, BYBEE R W, POWELL J C. Teaching secondary school science [M]. Upper Saddle River: Prentice Hall Inc., 1996: 207.



一、国内外研究性学习情况

研究性学习第一次被提出是 18 世纪末到 19 世纪初，主要代表是卢梭、裴斯泰洛齐等，他们认为人天生具有探究的欲望，教师应创设问题产生情境，为学生提供自主探究的机会，这为今天的研究性学习奠定了思想基础。^①第二次是 19 世纪末到 20 世纪初，主要倡导者是杜威、克伯屈等，杜威在《民主主义与教育》等著作中在以“教育即经验的不断改造”的观点下，提出让学生在解决问题的过程中获得真知的“问题教学法”，提倡学生在经验中学，在做中学。第三次是 20 世纪 50 年代末到 20 世纪 70 年代，主要倡导者是美国的布鲁纳，布鲁纳在《教育过程》中主张学生应学习每学科的基本结构、基本观念，在学习上强调引导学生自己去发现，让学生亲自参与发现的行动，从中进行以发现为重点的学习。

从高等教育发展的历史来看，研究性学习的思想可以追溯到柏林大学的缔造者——洪堡，他极力推崇研究，置科学研究于大学的优先地位。但是对研究性教学的明确提出则是 20 世纪末期以来的事情。欧美国家对研究性教学的提出源于 20 世纪 80 年代以来世界各国对研究型大学本科教育的重视，此后把本科生引导到科研领域成为研究型大学本科教育改革的主要趋势，并且研究性教学逐步渗透影响到中小学的数学课程改革。

到了 20 世纪 80 年代，美国数学教师联合会给第四届国际数学教育大会提交了一份纲领性报告《关于行动的议程》(An Agenda for Action)，报告明确指出“问题解决 (problem solving) 是 20 世纪 80 年代学校数学的核心”(第一条)，“数学课程应当围绕问题来组织”，“数学教师应当创造一种使问题得以蓬勃发展的课堂环境”。此后在《美国学校数学课程与评价标准》(2000 年)中要求

^① 郭继东. “研究性学习”若干问题的辨析 [M]. 北京: 教学科学出版社, 2001: 10.



学生“学会数学交流，会读数学、写数学和讨论数学”。^①学习和应用数学也成为美国数学课程标准始终贯穿的一个主线。

英国科克罗夫特报告指出，数学教学的目的是数学可用来作为一种传递信息——表示、解释和预测信息的强有力的手段。^②明确提出数学教学锻炼学生搜集、处理信息等能力。从中可以看出英国数学课程十分重视解决问题以及数学应用能力，认为数学教学要与实际应用紧密联系。

日本文部省1998年12月发布并于2002年开始实施的《中小学数学学习指导纲要》增加了选修课课时，使课程具有较大的弹性，适合不同学生的需要。提倡“选择性学习”构成了日本数学课程的一个较大的特色。“数学课程要安排多种可供学生选择的数学活动。探究数学的某个内容或者专题、有关数学的实际活动、应用数学的活动、数学史的有关专题等，都可以是选择学习的课题。学习的程度也应有一定的弹性，学生的选择学习中可以有不同的程度，如补习、补充、发展、深化，使不同发展水平的学生都有收益，有利于学生的个别差异。”综合学习是本次学习指导纲要中新增设的内容。“综合学习也称为课题学习，它通过学生综合数学知识或者综合数学知识与其他知识来解决一个研究课题。在数学课程中设置综合学习的目的是多方面的：学生综合地运用各科的知识和技能，养成综合解决问题的能力；培养自己发现问题的意识；培养自己思考判断的能力；掌握信息的收集、调查、总结的方法；培养以问题解决、探究活动为主的创造能力。在数学课程设置课题学习形式，更深层次的目的是使学生获得对数学的正确看法、养成灵活应用数学的态度。”^③

可以看出，世界各国的课程改革都把学习方式的转变视为主要

① 马云鹏. 小学数学教学论 [M]. 北京: 人民教育出版社, 2002: 31.

② COCKCROFT W H. 数学算数 [M]. 范良火, 译. 北京: 人民教育出版社, 1994: 21.

③ <http://www.shuxueweb.com/Article/Class1/Class88/200708/7964.html>.



内容。数学教育从以知识传授为主转向以学生的数学发展为主。学习方式的转变必定带来教学方式的转变。国际上流行的问题解决教学模式,探究发现式的数学教学方法,以及数学开放题、自主学习、合作学习、探究学习等的传播,都对数学课程建设与教学改革提出了新的要求。例如,在美国“问题式学习”(problem-based learning)的教学模式最早是在20世纪50年代中期美国医学教学中发展起来的,后来经过不断精炼,到目前在美国高等院校乃至中小学教育都受到了日益重视。^①从1998年起在大学、中学、小学开展了“以项目为中心的学习”和“以问题为中心的学习”。又如,在法国的初中、高中、大学预备班都开设了相互衔接的“研究性学习”课程。以上国外的数学教学改革,为本课程的教学提供了一定的借鉴。

我国中小学的研究性学习虽然起步较晚(始于20世纪末),但是发展迅猛。20世纪80年代初学术界开始重视这一概念,1985年最早见于心理学界,并且研究性学习首先在上海起步,至1999年又先后在深圳、江苏、黑龙江等地开展实验,积累了一定的经验,取得了不少成果,对研究性学习的内涵已有了较深刻的认识。

2000年1月,教育部颁布的《全日制普通高级中学课程计划(实验修订稿)》第一次在基础教育课程中增设“综合实践活动”课程,其中包括研究性学习。2001年《基础教育课程改革纲要(试行)》(以下简称《纲要》)明确指出:教师在教学过程中应与学生积极互动、共同发展,要处理好传授知识与培养能力的关系,注重培养学生的独立性和自主性,引导学生质疑、调查、探究,在实践中学习,促进学生在教师指导下主动地、富有个性地学习。倡导学生主动参与、乐于探究、勤于动手,培养学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力以及交流与合作的

^① HEMELO C E, FERRARI. The problem-based learning tutorial: cultivating higher thinking skills [J]. Journal for the education of the gifted, 1997, 20 (4): 401-422.



能力。^①

2001年4月9日,教育部颁布的《普通高中“研究性学习”实施指南(试行)》明确指出:“研究性学习是学生在教师指导下,从自然、社会 and 生活中选择和确定专题进行研究,并在研究过程中主动地获取知识、应用知识、解决问题的学习活动。”所谓数学研究性学习,是学生在教师的指导下,从数学学科内部或其他领域(包括非数学的学科、自然、社会和生活)中选择并确定研究性问题,侧重于该问题在数量关系和空间形式方面的探索和研究,并在探索和研究过程中主动地获取数学知识、应用数学知识、解决问题的数学学习活动。从此,数学研究性学习进入中学课堂,并进入到中考和高考的试卷。

2003年,教育部颁布的《普通高中数学课程标准(实验)》明确指出:“高中数学课程设立‘数学探究’‘数学建模’等学习活动,……高中数学课程应力求通过各种不同形式的自主学习、探究活动,让学生体验数学发现和创造的历程,发展他们的创新意识。”“数学探究即数学探究性课题学习,是指学生围绕某个数学问题,自主探究、学习的过程。这个过程包括:观察分析数学事实,提出有意义的数学问题,猜测、探求适当的数学结论或规律,给出解释或证明。”“数学探究是高中数学课程中引入的一种新的学习方式。”^②全国各地中小学对研究性学习进行了积极的探索,获得了一些经验,初步形成了一批有关研究性学习的专著,如霍益萍于2001年出版的《研究性学习:实验与探索》《让教师走进研究性学习》《研究性学习学生用书》几本著作;2002年,出版的著作有邹尚智的《研究性学习指南》,刘婉华与罗朝锰的《聚焦研究性学习:从理论到实践》,葛炳芳的《高级中学研究性学习教程》,王升的《研究性学习的理论与实践》等。这些专著对研究性学习进行了有

① 教育部. 基础教育课程改革纲要(试行) [N]. 中国教育报, 2001-07-27.

② 教育部. 普通高中数学课程标准(实验) [M]. 北京:人民教育出版社, 2003: 2-3, 98-99.



益的探索。

二、探究、研究性学习、研究性教学的界定

按《牛津英语辞典》的定义，探究是“求索知识或信息特别是求真的活动；是搜寻、研究、调查、检验的活动；是提问和质疑的活动”。按《汉语大词典》的解释，探究是指“探索研究”，即努力找寻答案、解决问题。按《辞海》（1999年版）的解释，探究是指“深入探讨、反复研究”。探讨就是探求学问，探求真理和探本求源。研究就是研讨问题，追根求源和多方寻求答案，解决问题。^①

关于探究，我们认为：“探是探，究是究，探究是探究。”具体地说，探究包含两个过程，即“探”的过程和“究”的过程。“探”包括解题思路的探寻，数学规律的探索，数学问题的探讨，问题结论的发现，数学猜想的提出，数学命题的推广等；“究”包括数学规律的确证，数学问题背景的追查，数学对象之间逻辑关系的追究，数学问题结论的验证，数学猜想和命题推广的证明等。也可以简单地说，“探”是弄清是什么的过程，“究”是弄清为什么的过程。

从广义上理解，研究性学习泛指学生主动探究的学习活动。它是一种学习的理念、策略、方法，适用于学生对所有学科的学习。^②从狭义上理解，研究性学习是学生在教师指导下，从自然、社会和生活选择 and 确定专题进行研究，并在研究过程中主动地获取知识、应用知识、解决问题的学习活动。^③“研究性学习是指学生在教师指导下，从学习和社会生活中选择并确定研究专题，用类似科学研究的方式，主动地获取知识、应用知识、解决问题的

① 靳玉乐. 探究学习 [M]. 成都：四川教育出版社，2005：3.

② 霍益萍. 研究性学习试验与探索 [M]. 南宁：广西教育出版社，2001：5.

③ 教育部. 普通高中“研究性学习”实施指南（试行）[Z]. 中小学管理，2001：