

注册结构工程师 专业考试专题精讲 建筑抗震设计

住房和城乡建设部执业资格注册中心
施岚青

组 编
主 编

2011



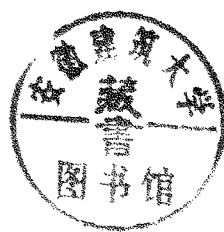
注册结构工程师专业考试

专题精讲

建筑抗震设计

(新规范)

住房和城乡建设部执业资格注册中心 组编
施岚青 主编



机械工业出版社

本书是由住房和城乡建设部注册考试中心组织,由施岚青教授主编,为配合《建筑抗震设计规范》GB 50011—2010 的实施,指导考生理解应用新规范而撰写的考试指导用书。本书共分7章,以建筑抗震设计规范为主线,考试大纲的要求为基本点,按照考试大纲要求的考试深度、广度,紧密结合工程设计的实际状况和设计人员需要,从如下几个方面进行了阐述:预备知识,抗震设防,抗震概念设计的基本原则,场地、地基和基础,地震作用和结构抗震验算,多层和高层钢筋混凝土结构,多层砌体房屋和底部框架砌体房屋。

本书适合于注册结构工程师的备考人员,对于其他工程设计人员及相关专业的高校师生也有一定的指导、参考和借鉴作用。

图书在版编目(CIP)数据

注册结构工程师专业考试专题精讲:建筑抗震设计/住房和城乡建设部执业资格注册中心组编. —北京:机械工业出版社,2011.5

ISBN 978-7-111-34158-1

I. ①注… II. ①住… III. ①建筑结构—工程师—资格考试—题解
IV. ①TU3-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第062616号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:薛俊高 责任编辑:薛俊高 肖耀祖

责任校对:李秋荣 封面设计:张静 责任印制:乔宇

北京机工印刷厂印刷(三河市南杨庄国丰装订厂装订)

2011年5月第1版第1次印刷

184mm×260mm·27.25印张·675千字

标准书号:ISBN 978-7-111-34158-1

定价:68.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者购书热线:(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

前言

《注册结构工程师专业考试专题精讲丛书》由住房和城乡建设部执业资格注册中心组织编写，由施岚青教授主编。其目的在于进一步帮助建筑工程设计行业广大专业技术人员更准确、更清晰地了解勘察设计注册结构工程师执业资格考试的导向以及对结构工程设计人员专业知识的具体要求和考查方向。

全国注册结构工程师自1998年实行全国统一考试以来，至今已经有13年了。这13年的考试注册准入制度的实施，优化了当时结构设计人员良莠不齐的状况，对结构设计人员提出了业务、知识能力的全新要求，极大地推动了我国建筑结构设计人才的理论知识水平和业务能力的整体提升，保证了我国建筑结构设计总体水平的稳步提升。在这一考试即将迈入第14个年头暨“十二五”开局之年，有必要对这些年来注册结构工程师的专业考试做一全面的梳理和分析，一方面是对过去十多年来考试的总结和为将来注册考试方向的一种探讨；另一面也为考生指明正确的方向，使其清楚地认识到，考试只是一种检验的手段，并非是目的。真正的目的在于通过考试来推动、提升我国整体结构设计水平的不断提高，选拔更优秀的结构设计人员放到适合的岗位上。

在此，借建筑设计规范和标准在新一轮的大规模修订之际，特邀请施岚青教授担纲主编撰写了这套丛书，施岚青教授自1998年我国开始实施结构师注册考试（专业）以来，一直从事注册结构工程师的培训、辅导工作，参与并见证了这十多年来专业考试根据我国结构设计发展水平和对设计人员素质能力的要求而不断的演变和调整，充分利用考试导向的作用，把结构工程师的业务水平逐步地向前推进的这一过程。同时施岚青教授以其严谨的治学态度和扎实的专业素养，密切联系工程设计实践的务实态度在广大建筑结构设计人员中的赢得了很好的口碑，取得了较好的反响。

本套丛书暂计划为四册：《建筑抗震设计》、《混凝土结构》、《多高层混凝土结构》及《砌体结构》。

本书为此套丛书中的一本，即为配合GB50011—2010《建筑抗震设计规范》，指导考生理解应用新规范而撰写的考试指导用书。全书共分7章，以建筑抗震设计规范为主线，考试大纲中对考点的要求为基本点，按照考试大纲要求的考试深度、广度，紧密结合工程设计的实际状况和设计人员需要，从如下几个方面进行了阐述：预备知识，抗震设防，抗震概念设计的基本原则，场地、地基和基础，地震作用和结构抗震验算，多层和高层钢筋混凝土结构，多层砌体房屋和底部框架砌体房屋。

本书在编写、审校过程中得到了中国建筑设计研究院副总工程师、教授级高级工程师朱炳寅，中国电子工程设计院副院长、总工程师娄宇，住房和城乡建设部执业资格注册中心副处长王平的指导和帮助，他们为本书提出了许多宝贵意见，感谢他们为本书的付梓提供的辛勤劳动！

本书编写的思路是明晰的，谅必会有益于读者。但是，由于编写时间紧促，必定存在诸多不完善之处，还望读者及各方面人士不吝指教。

住房和城乡建设部执业资格注册中心

2011年4月

目 录

前言

第一章 预备知识	1
第一节 地震波	1
第二节 单自由度弹性体系的振动计算	3
第二章 抗震设防	12
第一节 大震、中震、小震	12
第二节 三水准设防、二阶段设计	17
第三节 概念设计、计算设计（抗震计算）、构造设计（构造措施）	23
第四节 抗震设防标准	24
第三章 抗震概念设计的基本原则	35
第一节 场地与地基	35
第二节 建筑形体的规则性	36
第三节 抗震结构体系	51
第四节 结构分析	58
第五节 非结构构件	60
第六节 隔震和消能减震设计	62
第七节 结构材料与施工	64
第八节 建筑抗震性能化设计	68
第四章 场地、地基和基础	71
第一节 场地	71
第二节 天然地基和基础	79
第三节 液化土	85
第四节 桩基	98
第五章 地震作用和结构抗震验算	104
第一节 地震反应谱和地震影响系数曲线	104
第二节 振型分解反应谱法	123
第三节 底部剪力法	136
第四节 水平地震作用的调整	144
第五节 结构的地震扭转效应	154
第六节 时程分析法	159
第七节 竖向地震作用	168
第八节 结构抗震承载力验算	174
第九节 抗震变形验算	180
第六章 多层和高层钢筋混凝土结构	188
第一节 延性与抗震等级	188
第二节 框架结构	218

第三节 剪力墙结构	273
第四节 框架-剪力墙结构	303
第七章 多层砌体房屋和底部框架砌体房屋	325
第一节 多层砌体房屋	325
第二节 底部框架-抗震墙砌体房屋	396
第三节 配筋混凝土小型空心砌块剪力墙房屋	414
后记	428

第一章 预备知识

第一节 地震波

地震波——地震发生时，震源岩石断裂错动，其能量以波动形式向各方向传播，这种波就是地震波（图 1.1.1）。

地震波按其传播的途径不同，分为体波和面波两类。

在地球内部传播的波称为体波。体波又分为纵波和横波两类。

纵波，又称 P 波，是由震源通过介质的质点以疏密相间的方式向四周传播的压缩波（图 1.1.2），其质点的振动方向与波的传播方向一致。声音在空气中的传播即是一种纵波。纵波的周期短、振幅小、波速快，在地壳内一般以 $v_p = 500 \sim 600\text{m/s}$ 的速度传播，能引起地面上下颠簸（竖向振动）。

横波，又称 S 波，它通过介质的质点在垂直于传播方向以蛇形振动的形式传播（图 1.1.3）。横波传播时，物体的体积不变，但形状改变，即发生剪切变形，故又称为剪切波。横波介质质点的振动方向与波的传播方向垂直。与纵波相比，横波的周期长、振幅大、波速慢，在地壳内一般以 $v_s = 300 \sim 400\text{m/s}$ 的速度传播，能引起地面摇晃（水平振动）。可见，纵波比横波传播速度要快。

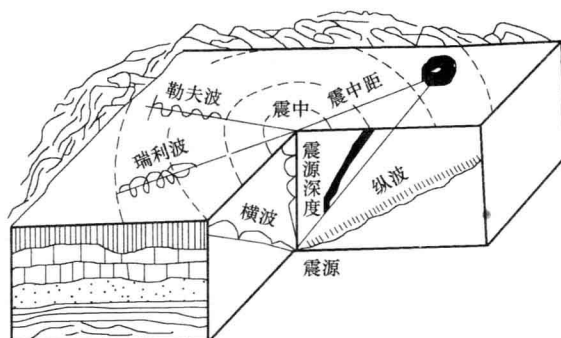


图 1.1.1

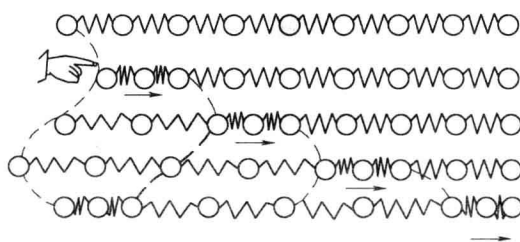


图 1.1.2 纵波（P波）

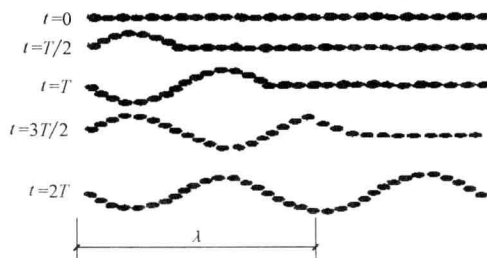


图 1.1.3 横波（S波）

在地面（自由表面）或地壳表层各不同地质层界面处传播的波称为面波，又称 L 波。它是体波经地层界面反射形成的次生波。由于地壳表层物质形成的年代不同等地质原因，地壳成层状结构，很容易产生面波。在地面上一般存在两种面波的运动，即瑞利波（R 波）和勒夫波（Q 波）。

瑞利波传播时，质点在波的传播方向与地面法线所确定的铅垂平面内，以滚动形式作进椭圆运动（图 1.1.4）。

勒夫波传播时，质点在地面上作垂直于波传播方向的振动，以蛇形方式前进（图 1.1.5）。

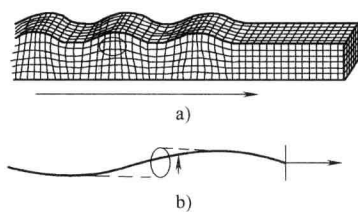


图 1.1.4 瑞利波

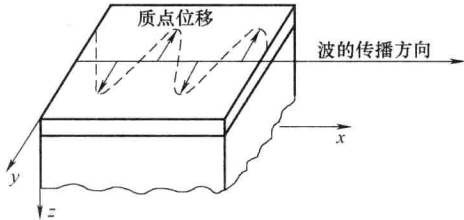


图 1.1.5 勒夫波

面波振幅大、周期长，只在地表附近传播，振幅随深度的增加迅速减小，速度约为横波的 90%，面波比体波衰减慢，能传播到很远的地方。

图 1.1.6 是体波传播途径示意图，图 1.1.7 是不同震中距地震波的示意图。瑞利波一般在震中区并不出现。近震时横波和面波尚是叠合的。

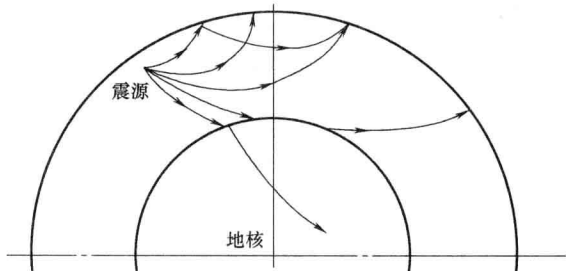


图 1.1.6 体波传播途径示意图

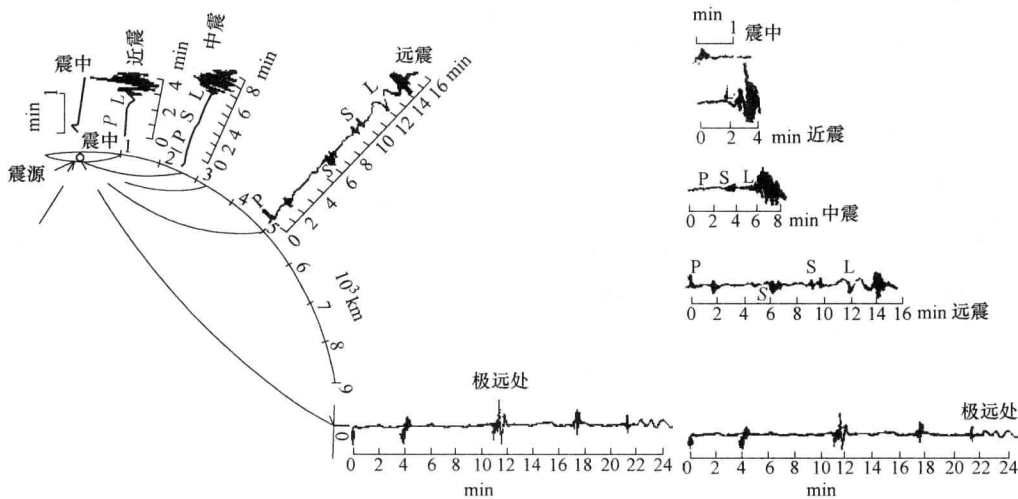


图 1.1.7 不同震中距地震波的示意图

图 1.1.8 列出了震中距很大时的地震波，最先达到的是纵波（P），表现出其周期短、振幅小的特点。其次到达的是横波（S），表现出周期长、振幅较大的特点。接着是面波（L）中的勒夫波（Q）、瑞利波（R）。

地震现象表明，纵波使建筑物产生上下颠簸，剪切波使建筑物产生水平方向摇晃，而面

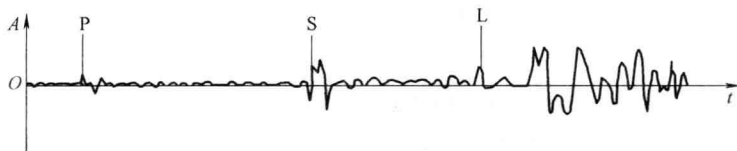


图 1.1.8 震中距很大时的地震波

波则使建筑物既产生上下颠簸又产生左右摇晃。一般当剪切波和面波都同时到达时质点运动最为强烈。由于面波的能量比体波要大，所以造成建筑物和地表的破坏是以面波为主的。

在地震时，震中区人们的感受常是先上下颠簸，而后才左右摇晃。这主要可由不同的波传播速度不同来解释。纵波传速快，先到达地表，其质点运动方向与波前进方向一致，故而首先引起地表垂直振动，当横波到达时则引起水平振动。

由于地壳构造及质点振动类型复杂，所以地震时地表振动是多方位多形式的随机振动。大量震害调查表明，水平地震作用通常是最主要的地震作用。因此《建筑抗震设计规范》规定，一般情况下可在建筑结构的两个主轴方向分别考虑水平地震作用，仅对于设防烈度 8 度和 9 度的大跨度结构、长悬臂结构、烟囱和类似的高耸结构，9 度的高层建筑，才考虑竖向地震作用。

理论分析和震害表明，不同大小的地震（震级或震中烈度）对某一地区所引起的烈度可能相同，但不同动力特性的结构的破坏作用不同。一般来说，震级较大、震中距较远的地震对长周期的高柔结构的破坏，比同样烈度而震级较小、震中距较近的地震造成的破坏要重。而对周期较短的刚性结构则有相反的趋势。造成这种现象的原因是，地震波中的高频（短周期）分量随着传播距离的加大而迅速衰减，低频（长周期）分量衰减得慢，因而震级大、震中距长的地震波主要为低频分量，且长周期地震波在软土地基中又比短周期地震波放大得多，加之类共振现象的存在，致使在远离震中区的软土地基上的高柔建筑物遭到较严重的破坏。而震级较小、震中距较近的地震波，高频分量没有衰减或衰减较少，则对短周期的刚性结构的地震影响就要大些。为了区别同样烈度下不同震级和震中距的地震对不同动力特性的建筑物的破坏作用，在抗震设防烈度相同的情况下，一个地区所受的地震影响应按震级和震中距的远近不同而划分为不同的设计地震分组，此即《建筑抗震设计规范》3.2.3 条的规定。

3.2.3 本规范的设计地震共分为三组。

第二节 单自由度弹性体系的振动计算

一、概述

1. 地震作用及结构地震反应分析方法

地震时由于地面的往复运动使原来处于静止状态的结构发生强迫振动，这种强迫振动在结构上产生的惯性力称为地震作用。地震作用是地震动通过结构惯性引起的一种间接作用，不同于一般的直接作用于结构上的荷载（如风荷载、雪荷载等）。

结构由地震引起的振动称为结构的地震反应，它包括地震在结构中引起的内力、变形、速度、加速度和位移等。结构的地震反应是一种动力反应，反应的大小不仅与外来干扰作用

(地震动)的大小及其随时间的变化规律有关,而且还取决于结构本身的动力特性,即结构的自振周期与阻尼等。

由于地震时地面运动为一种极不规则的随机过程,而建筑结构是由各种构件组成的空间体系,动力特性十分复杂,故由地震引起的结构振动是一种很复杂的空间振动。工程上为应用方便,在进行结构地震反应分析时,常需作一系列的简化假定,并按专门的理论来进行分析。目前工程上广泛采用的方法大致可分为两类:

1) 一类为拟静力法,或称等效荷载法,即通过反应谱理论用等效的荷载来表示地震对结构的作用,然后根据这一等效荷载用静力分析方法对结构进行内力及位移计算,以校核结构的抗震能力。

2) 另一类为直接动力法,即对动力方程进行直接积分,求出结构反应与时间变化的关系,得出时程曲线,此法亦称时程分析法。

2. 结构动力计算简图

确定结构动力计算简图是进行结构地震反应分析的第一步,其核心内容是对结构质量分布进行简化。

工程上为了简化结构地震反应分析,通常采用集中质量的方法来确定结构动力计算简图。即把具体的结构抽象为质点体系,取结构各区域主要质量的质心为质量集中位置,将该区域主要质量集中在该点上,忽略其他次要质量或将次要质量合并到相邻主要质量上去。在计算地震反应时,质量集中后的质点作为地震作用的作用点,并计算质点处的地震反应。因此,要根据原结构质量分布情况及计算的精度要求来选择质点数。

根据体系质点的数目可以分为单质点体系和多质点体系。

1) 单质点体系,是指可以将结构参与振动的全部质量集中于一点,用无质量的弹性直杆支承于地面上的体系。例如,单层多跨等高厂房、水塔等,由于它们的质量主要集中于屋盖或塔顶水箱处,故可将这些结构简化为单质点体系,如图 1.2.1 所示。

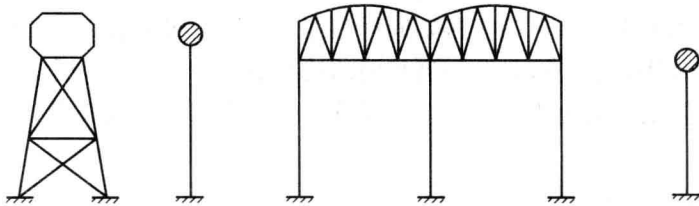


图 1.2.1 单质点体系计算模型

2) 多质点体系,多(高)层建筑的楼面部分是结构的主要质量所在,通常将某层楼面(如第 i 层)及其上下两相邻层之间的结构自重集中于该层的楼面标高处,形成一个多质点体系,如图 1.2.2 所示。

所谓自由度是指确定运动过程中任一时刻、确定结构各质点的位置所需独立几何参数的数目。空间中的一个自由质点具有三个自由度,对于结构体系上的质点,由于受到结构构件的约束,其自由度可能小于自由质点的自由度数。

确定结构自由度时关键要看质点的位移分量数。在抗震分析中,多层房屋常符合以下假定:

1) 楼盖水平刚度相对于竖向构件可视为无穷大。

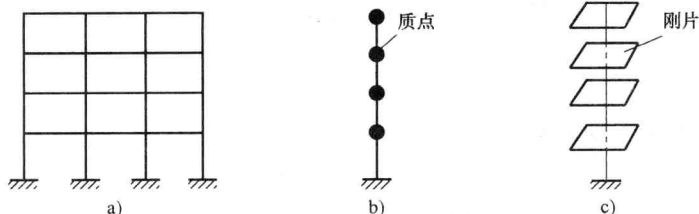


图 1.2.2 多质点体系计算模型

a) 结构 b) 无扭转 c) 有扭转

2) 各竖向支承构件的竖向位移可忽略不计。

在水平地震作用下, 对于均匀对称体系, 则质点可假设为无转动位移分量和竖向位移分量, 每个质点振动时仅有一个水平位移分量, 则此时一个质点仅有一个自由度。

根据体系自由度的数目可以分为单自由度体系和多自由度体系。下面将分别介绍单自由度弹性体系和多自由度弹性体系的地震反应分析方法。

二、单自由度弹性体系的自由振动

弹性体系受力后开始振动。当某时段没有外来干扰作用时, 该时段内的振动就称为自由振动。

1. 单自由度弹性体系的无阻尼自由振动

图 1.2.3 表示了单自由度体系自由振动的力学模型。

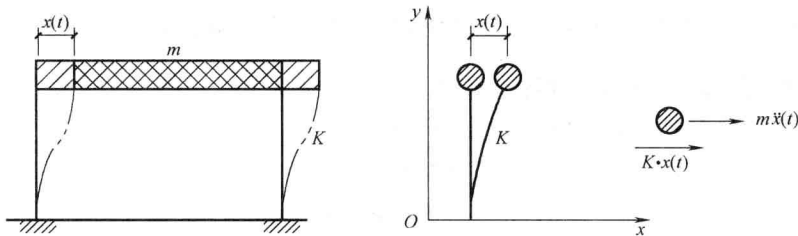


图 1.2.3 单质点弹性体系的自由振动示意图 (无阻尼)

在任一时刻 t , 质量块的位移为 $x(t)$ (相对于平衡位置), 对应的速度、加速度分别为 $\dot{x}(t)$ 和 $\ddot{x}(t)$, 则在此时刻, 质量块受到的力有:

弹性恢复力 F_k , 方向与位移方向相反—— $F_k = -kx(t)$;

惯性力 F_m , 方向与加速度方向相反—— $F_m = -m\ddot{x}(t)$ 。

根据达朗贝尔原理, 以上二个力构成一个平衡力系, 于是有

$$F_m + F_k = 0$$

即可得到线性单自由度体系的运动方程

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) + kx(t) &= 0 \\ \ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) &= 0 \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

式中 $\omega^2 = k/m$, 式(1.2.1)为一个二阶常系数线性微分方程, 其一般解为

$$x(t) = B\cos\omega t + C\sin\omega t \quad (1.2.2)$$

式中常数 B 和 C 可由自由振动的初始条件确定。设在自由振动的初始时刻 ($t=0$ 时), 初始位移 $x(0) = x_0$, 初始速度 $\dot{x}(0) = v_0$, 根据这两个条件, 可确定常数 B 和 C

$$B = x_0, \quad C = v_0/\omega$$

于是, 单自由度体系无阻尼自由振动的解可表达为

$$x(t) = x_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \quad (1.2.3)$$

它可改写成如下的单项式形式

$$x(t) = A \sin(\omega t + \psi) \quad (1.2.4)$$

式中 $A = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2}$, $\psi = \arctan \frac{\omega x_0}{v_0}$ 。

由式(1.2.4)可知, 无阻尼自由振动是一个简谐振动, 它的频率和周期分别为 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$, $x(t) - t$ 曲线称为位移—时程曲线, 是一种周期性的振动曲线(图 1.2.4)。

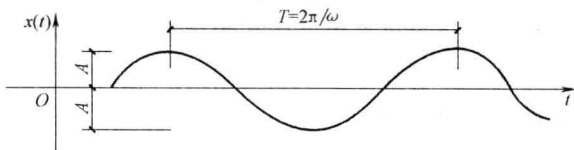


图 1.2.4 振动曲线

振动曲线的周期和频率反映了结构的主要动力特征。由 $\omega^2 = \frac{k}{m}$, 可得自振周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ 。可见, 自振周期与体系的质量和刚度有关: 质量越大, 周期越长; 而刚度越大, 周期越短。自振周期是体系的一种固有属性, 与外力无关。

对于无阻尼自由振动而言, 它的特性如下:

位移 $x(t) = A \sin(\omega t + \psi) \quad (1.2.5)$

加速度 $\ddot{x}(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \psi) \quad (1.2.6)$

惯性力 $F_m(t) = -m\ddot{x}(t) = mA\omega^2 \sin(\omega t + \psi) \quad (1.2.7)$

由以上各式可以看出, 在无阻尼自由振动中, 位移 $x(t)$ 、加速度 $\ddot{x}(t)$ 和惯性力 $F_m(t)$ 都是按正弦规律同步变化, 三者同时达到最大值。

2. 单自由度弹性体系的有阻尼自由振动

在无阻尼自由振动中, 振动是永不衰减的。然而实际情况并非如此, 无论什么结构, 它的自由振动都呈现一种衰减振动。这表明结构中存在一种耗能的因素——阻尼。阻尼的机制比较复杂。目前常用黏滞阻尼理论, 假定阻尼力与速度成正比, 但方向与速度相反。根据黏滞阻尼理论建立起来的单自由度体系的运动方程是一个线性微分方程。

图 1.2.5 表示单自由度体系有阻尼自由振动的物理力学特征。在此时刻, 质量块受到的力有:

弹性恢复力 F_k , 方向与位移方向相反—— $F_k = -kx(t)$;

阻尼力 F_c , 方向与速度方向相反—— $F_c = -c \dot{x}(t)$;

惯性力 F_m , 方向与加速度方向相反—— $F_m = -m\ddot{x}(t)$ 。

根据达朗贝尔原理, 以上三个力构成一个平衡力系, 于是有

$$F_m + F_c + F_k = 0$$

即可得到线性单自由度体系的运动方程

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) &= 0 \\ \ddot{x}(t) + 2\zeta\omega\dot{x}(t) + \omega^2x(t) &= 0 \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

式中 $2\zeta\omega = \frac{c}{m}$, $\zeta = \frac{c}{2m\omega} = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$ 。

此振动方程同样是一个二阶常系数线性微分方程, 对于实际的房屋结构, 阻尼比 $\zeta < 1$, 在此情况下, 微分方程的通解为

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} (B\cos\omega't + C\sin\omega't) \quad (1.2.9)$$

式中 $\omega' = \omega\sqrt{1-\zeta^2}$, 称为有阻尼自由振动的圆频率, 而常数 B 和 C 可由运动的初始条件确定为

$$B = x_0, \quad C = \frac{v_0 + \xi\omega x_0}{\omega'}$$

于是, 单自由度体系有阻尼振动的解为

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} \left(x_0 \cos\omega't + \frac{v_0 + \xi\omega x_0}{\omega'} \sin\omega't \right) \quad (1.2.10)$$

它可以写出如下的单项形式

$$x(t) = Ae^{-\xi\omega t} \sin(\omega't + \psi) \quad (1.2.11)$$

式中 $A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0 + \xi\omega x_0}{\omega'} \right)^2}$, $\psi = \arctan\left(\frac{\omega' x_0}{v_0 + \xi\omega x_0} \right)$ ($\zeta < 1.0$)

由式(1.2.11)可知, 弱阻尼情况下的自由振动是一个衰减振动, 即振动的振幅随着时间的增长而减少, 且阻尼比越大, 振幅的衰减越快。虽然它不是严格意义上的那种周期运动, 但质点在相邻两次通过静平衡位置时, 其时间间隔是相等的, 习惯上仍称此时间间隔 $T' = 2\pi/\omega'$ 为周期, 并称这种振动为衰减性的周期振动。 ω' 可称为此衰减振动的圆频率, T' 可称为有阻尼振动的自振周期。

对于实际的房屋结构, 阻尼比 ζ 一般为 $0.02 \sim 0.05$, 从而有

$$\omega' = \omega\sqrt{1-\zeta^2} = (0.9998 \sim 0.9987)\omega \approx \omega$$

即有阻尼时的圆频率和无阻尼时的圆频率非常接近, 在实际计算中可近似地取 $\omega' = \omega$ 。

图 1.2.6 为不同阻尼比的自由振动曲线。比较各曲线可知, 无阻尼时, 振幅始终不变; 有阻尼时, 振幅渐衰减; 阻尼比愈大, 振幅衰减愈快。

3. 单自由度弹性体系的强迫振动

图 1.2.7 表示单自由度体系强迫振动的物理力学特征, 与图 1.2.3 相比, 振动体系中增加了随时间变化的外部作用[强迫力 $F(t)$]。根据达朗贝尔原理可得到单自由度弹性体系强迫振动的运动方程

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

或 $\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega\dot{x}(t) + \omega^2x(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (1.2.12)$

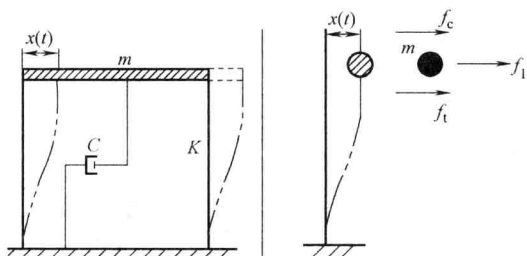


图 1.2.5 单质点弹性体系的自由振动示意图(有阻尼)

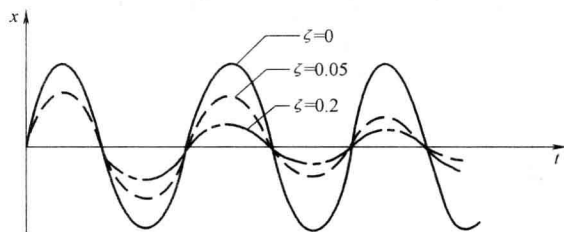


图 1.2.6 不同阻尼比的自由振动曲线

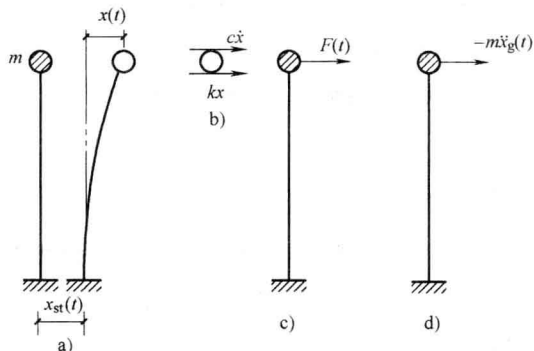


图 1.2.7 单质点弹性体系的强迫振动示意图(有阻尼)

设无阻尼体系($\zeta=0$)承受如下的简谐荷载

$$F(t) = F \sin \theta t \quad (1.2.13)$$

式中 θ ——简谐荷载的圆频率;

F ——荷载的最大值,称为荷载幅值。

将式(1.2.13)和 $\zeta=0$ 代入式(1.2.12)中,可得运动方程如下

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \frac{F}{m} \sin \theta t \quad (1.2.14)$$

先求方程的特解,设特解为

$$x(t) = A \sin \theta t \quad (1.2.15)$$

将式(1.2.15)代入式(1.2.14)中,得 $(-\theta^2 + \omega^2)A \sin \theta t = \frac{F}{m} \sin \theta t$ 。

由此,得 $A = \frac{F}{m(\omega^2 - \theta^2)}$,特解为

$$x(t) = \frac{F}{m\omega^2 \left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)} \sin \theta t \quad (1.2.16)$$

如令 $x_{st} = \frac{F}{m\omega^2} = \frac{F}{k}$

则 x_{st} 可叫做最大静位移(即把荷载最大值 F 当做静荷载作用时结构所产生的位移),而特解式(1.2.16)可写成

$$x(t) = x_{st} \frac{1}{1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}} \sin \theta t$$

微分方程式(1.2.12)的齐次解已在上节求出,故得通解如下

$$x(t) = B \cos \omega t + C \sin \omega t + x_{st} \frac{1}{1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}} \sin \theta t \quad (1.2.17)$$

积分常数 B 和 C 需由初始条件来求。设在 $t=0$ 时的初始位移和初始速度均为0,则得

$$B=0, C=-x_{st}\frac{\frac{\theta}{\omega}}{1-\frac{\theta^2}{\omega^2}}$$

代入式(1.2.17), 即得

$$x(t)=x_{st}\frac{1}{1-\frac{\theta^2}{\omega^2}}\left(\sin\theta t-\frac{\theta}{\omega}\sin\omega t\right) \quad (1.2.18)$$

由此看出, 振动是由两部分合成的: 第一部分按荷载频率 θ 振动, 第二部分按自振频率 ω 振动。由于在实际振动过程中存在着阻尼力, 因此按自振频率振动的那一部分将会逐渐衰减消失, 最后只余下按荷载频率振动的那一部分。我们把两种频率振动同时存在的阶段称为“过渡阶段”, 而把后来只按荷载频率振动的阶段称为“平稳阶段”。由于过渡阶段延续的时间较短, 因此在实际问题中平稳振动阶段比较重要。

振动在平稳阶段中任意时刻的位移为

$$x(t)=x_{st}\frac{1}{1-\frac{\theta^2}{\omega^2}}\sin\theta t$$

最大位移(即振幅)为

$$[x(t)]_{\max}=x_{st}\frac{1}{1-\frac{\theta^2}{\omega^2}}$$

上述最大位移即为最大动位移。

最大动位移与最大静位移的比值叫做动力系数, 用 β 表示, 即

$$\beta=\frac{[x(t)]_{\max}}{x_{st}}=\frac{1}{1-\frac{\theta^2}{\omega^2}}$$

由此看出, 动力系数 β 是频率比值 θ/ω 的函数。函数图形如图 1.2.8 所示, 其中横坐标为 θ/ω , 纵坐标为 β 的绝对值(注意, 当 $\theta/\omega > 1$ 时, β 为负值)。

由图 1.2.8 可以看出如下特性:

1) 当 $\theta/\omega \rightarrow 0$ 时, 动力系数 $\beta \rightarrow 1$ 。这时简谐荷载的数值虽然随时间变化, 但变化得非常慢(与结构的自振周期相比), 因而可作为静荷载处理。

2) 当 $0 < \theta/\omega < 1$ 时, 动力系数 $\beta > 1$, 且 β 随 θ/ω 的增大而增大。

3) 当 $\theta/\omega \rightarrow 1$ 时, 动力系数 $|\beta| \rightarrow \infty$ 。即当荷载频率 θ 接近结构自振频率 ω 时, 振幅会无限增大。这种现象称为“共振”。实际上, 由于阻尼力的存在, 共振时也不会出现振幅无限大的情况, 但是共振时的振幅比静位移大很多倍的情况是可能出现的。

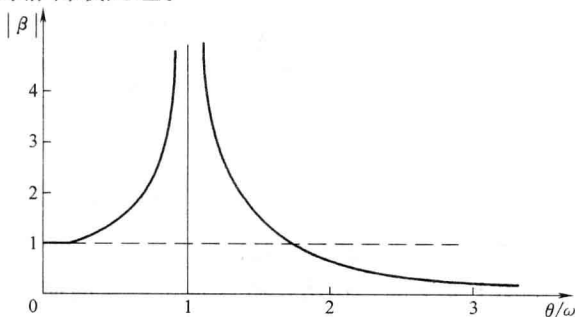


图 1.2.8 无阻尼体系简谐荷载作用下动力系数曲线

4. 单自由度弹性体系水平地震作用的计算

图 1.2.9 所示单自由度体系, 其中 $x_g(t)$ 为地面位移, $x(t)$ 为质点相对地面的水平位移, m 为质点的质量, k 、 c 分别为振动体系的水平刚度和阻尼系数。此振动体系中, 质点受到三个力的作用:

1) 弹性力 F_k , 其方向与质点相对于地面的位移方向相反, 故 $F_k = -kx(t)$ 。

2) 阻尼力 F_c , 假定阻尼力与速度成正比, 且其方向与质点相对于地面的速度方向相反, 故 $F_c = -c \dot{x}(t)$ 。

3) 惯性力 F_m , 其方向与质点的绝对加速度方向相反, 故 $F_m = -m[\ddot{x}_g(t) + \ddot{x}(t)]$ 。

根据达朗贝尔原理列平衡方程为

$$F_m + F_c + F_k = 0$$

$$\text{则} \quad m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = m\ddot{x}_g(t) \quad (1.2.19)$$

可见, 此运动方程相似于振动体系的受强迫运动方程式 (1.2.12), 其中地面位移相当于一种等效荷载持续作用在体系上。地面位移的方向具有不确定性, 因此方程中等效荷载的负号并没有实际意义。当已知地面运动时程曲线 $x_g(t)$ 时, 可积分得出方程的特解

$$x(t) = \frac{1}{\omega'} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta\omega'(t-\tau)} \sin\omega'(t-\tau) d\tau \quad (1.2.20)$$

式中 $\zeta = \frac{c}{2\omega m}$ ——临界阻尼比, 简称阻尼比;

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ——无阻尼振动系统的固有频率;

$\omega' = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$ ——有阻尼振动系统的固有频率。

上式即为单质点弹性体系在水平地震作用下时间 t 处的位移反应。

若已知某一结构 and 其所遭遇的地面运动加速度历程 (图 1.2.10), 则可通过式 (1.2.20) 用数值积分得到任一时间 t 时的质点位移 $x(t)$ 。



图 1.2.10 地面运动加速度时程曲线

5. 水平地震作用的基本公式

由图 1.2.9 知, 作用在质点 m 上的总的惯性力 $F(t)$ 为

$$F(t) = -m[\ddot{x}_g(t) + \ddot{x}(t)] \quad (1.2.21)$$

与惯性力相平衡的力为弹性力 F_k 和阻尼力 F_c , 故

$$F(t) = c \dot{x}(t) + kx(t) \quad (1.2.22)$$

考虑到一般结构 $c \dot{x}(t) < kx(t)$ ，可忽略不计，故有

$$F(t) = kx(t) \quad (1.2.23)$$

上式极像一般静力学中荷载与刚度和位移的关系。我们将 $F(t)$ 看成一种等效静力荷载，它使具有侧移刚度 K 的结构产生水平位移 $x(t)$ 。将式(1.2.20)代入式(1.2.23)，并注意到 $k = m\omega^2$ ，则

$$F(t) = m\omega \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin\omega(t-\tau) d\tau \quad (1.2.24)$$

可见，水平地震作用 $F(t)$ 是时间 t 的函数，它的大小和方向随时间 t 而变化。结构设计时，我们只对它的最大值 F 感兴趣，并不考虑它的作用方向

$$F = m\omega \left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin\omega(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \quad (1.2.25)$$

或写成

$$F = m \cdot S_a \quad (1.2.26)$$

式中

$$S_a = \omega \left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin\omega(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \quad (1.2.27)$$

称作质点运动加速度的最大值。

令

$$S_a = \beta \left| \ddot{x}_g(t) \right|_{\max} \quad (1.2.28)$$

$$\left| \ddot{x}_g(t) \right|_{\max} = k_a \cdot g \quad (1.2.29)$$

式中 β ——动力系数；

k_a ——地震系数；

g ——重力加速度；

$\left| \ddot{x}_g(t) \right|_{\max}$ ——地面运动加速度绝对值的最大值。

则有

$$F = mS_a = \beta \left| \ddot{x}_g(t) \right|_{\max} \cdot m$$

或

$$F = \beta k_a g m$$

令 $G = mg$ ，它为重力荷载代表值，则

$$F = \beta \cdot k_a \cdot G \quad (1.2.30)$$

令 $\alpha = \beta \cdot k_a$ (称作地震影响系数)，并将 F 记作 F_{Ek} (称为水平地震作用标准值)，则式(1.2.30)又可写为

$$F_{Ek} = \alpha \cdot G \quad (1.2.31)$$

上式即为我国《建筑抗震设计规范》中对于单质点体系的水平地震作用计算式。可见，反应谱法使一个复杂的动力学问题变得像一个普通静力学问题一样简单。也就是说，只要先确定了 F ，将其作用在结构上，则可像求解静力结构问题一样求解结构的内力或变形。关键问题是求出 α 。