

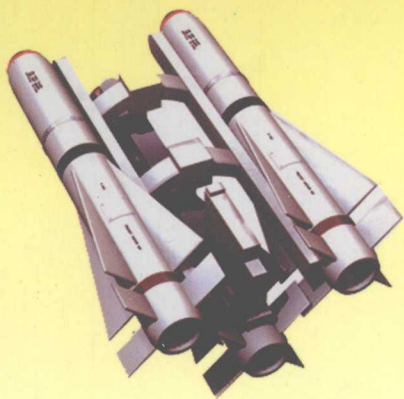
最新数学奥林匹克

主编 齐亮

天天练

小学六年级

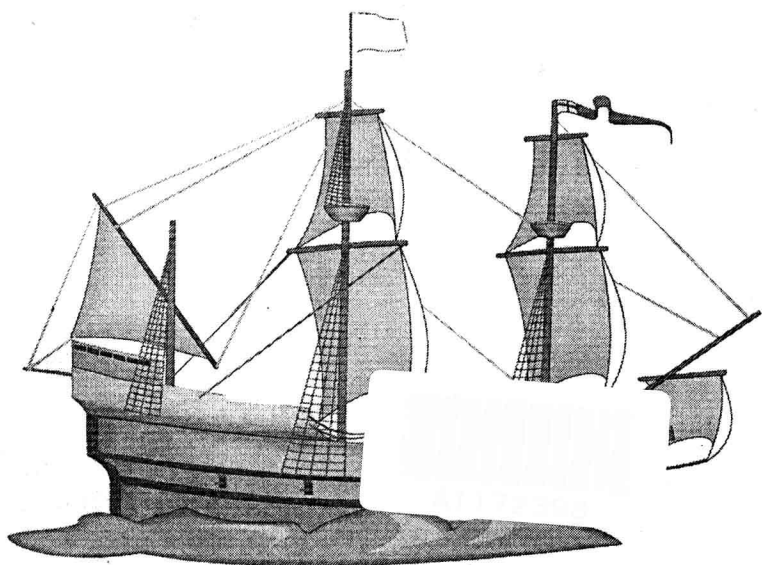
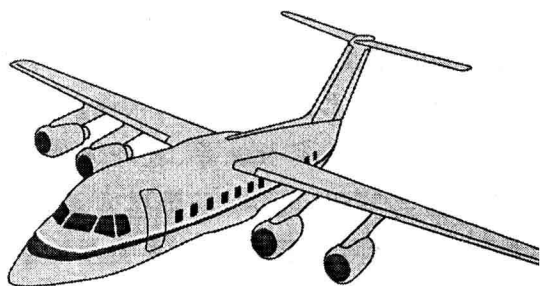
【线装书局】



最新数学

奥林匹克天天练

小学六年级 ○ 主编 齐亮 赵倩



线装书局

图书在版编目 (CIP) 数据

最新数学奥林匹克天天练·小学六年级/齐亮, 赵倩

主编. —北京: 线装书局, 2003

ISBN 7-80106-286-8

I. 最... II. ①齐... ②赵... III. 数学课—小学—
习题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 078448 号

最新数学奥林匹克天天练

小学六年级

主 编	齐 亮 赵 倩	封面设计	翁立涛
责任编辑	文 川	责任校对	韩晓娟
电 话	北京 010-67192483	版式设计	齐 琳
	长春 0431-5646892		

出 版 者	线装书局 (北京市春秀路太平庄 10 号 邮编 100027)
发 行 者	全国各地新华书店经销
印 刷 者	长春科技印刷厂

开 本	787×1092 1/16
印 张	7.625
字 数	250 千字
版 次	2003 年 9 月第 1 版
印 次	2003 年 9 月第 1 次印刷
印 数	10 000 册

标准书号	ISBN 7-80106-286-8/G·80
定 价	60.00 元 (全六册)

印装质量问题, 请与承印工厂联系。

有 盗版必究 *

编者的话

随着我国新一轮基础教育课程改革的启动,随着新课程正在走进校园、走进师生的生活,国人对数学教育的认识也产生了巨大的变化。数学学习不仅使学生掌握数学知识和技能,更重要的是,通过数学学习培养学生的创新精神和实践能力、培养良好品质、培养学生终身学习的愿望和能力,促进每个学生身心健康发展。要满足每个学生学习数学的需要,数学的趣味性无疑是相当重要的。

本套书按新课程的要求,以1到6年级学生应掌握的知识为基础,选择与学生年龄特征相适应的大众化、生活化的现代数学知识为内容,渗透未来社会对公民所必需的数学思想方法,使学生在活动中、在现实生活中快乐地学习数学,发展数学。其特点有:1、设计生活的语言为题目,以吸引学生的好奇和兴趣。2、以老师和同学的对话形式为引入。对话的内容是本篇训练的内容、本篇重点与难点提示、或鼓励的语言、或点拨启发的话等,这样设计亲切,便于学生自学、家长辅导、教师课外使用。3、理清思路主要是例题,通过对例题的观察、理解将思路理清。4、动脑探索是在学生思路清晰的基础上,自己探索研究问题,培养能力。5、独辟蹊径的题目主要是让学生独立地、有创新地研究数学知识,形成自己独特的思维。6、自我评价的内容,主要是让学生自己反思,给自己的学习有个评价,可以谈体会、收获、不足、要求等等。提高学习的兴趣和自信。

为了学生学习的轻松和兴趣,每一篇可安排三天学习。第一天“理清思路”,第二天“动脑探索”,第三天“独辟蹊径”。天天有学习,天天有快乐。

本套书在编写过程中难免有不足之处,敬请读者提出批评,给予指教,以期改正。

编委名单

主 编 齐亮 赵倩

执行主编 牛坤

分册主编 第一册 刘 宇 王 红 季 然

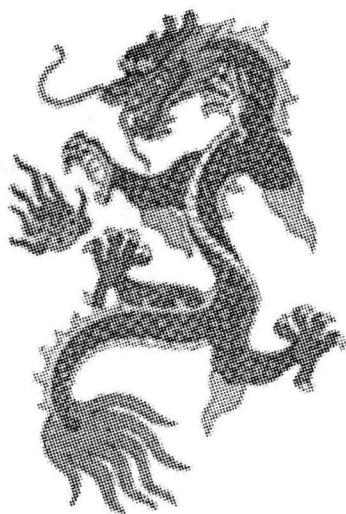
第二册 王瑞玲 王琳琳 吉 敏

第三册 王 红 雨 洁 朱婷婷

第四册 肖 政

第五册 刘爱萍

第六册 牛 坤



目 录

一 看谁算得巧	1
二 巧设字母法简算分数	3
三 分数数列	5
四 用约分法巧解题	7
五 用分化法巧解题	9
六 比较大小	11
七 定义新运算	13
八 取整与估值	15
九 计数问题	17
十 量率对应解分数应用题	19
十一 用转化思想解答分数应用题	21
十二 寻找不变量解题分数应用题	23
十三 还原法解分数应用题	25
十四 善用假设法解分数应用题	27
十五 比的知识	29
十六 分数与比	31
十七 按比例分配	33
十八 工程问题(一)	35
十九 工程问题(二)	37
二十 工程问题(三)	39
二十一 圆的周长	41
二十二 运用加减法求面积	43
二十三 用割补法求组合图形面积	45

二十四	旋转平移法求组合图形的面积	47
二十五	添加辅助线求组合图形的面积	49
二十六	百分数的应用(一)	51
二十七	百分数的应用(二)	53
二十八	百分数的应用(三)	55
二十九	浓度问题	57
三十	列方程解分数和百分数应用题(一)	59
三十一	比例与比例的应用	61
三十二	圆柱的表面积计算	63
三十三	圆柱的体积计算	65
三十四	圆锥的体积	67
三十五	整除问题	69
三十六	余数问题	71
三十七	列方程解应用题(二)	73
三十八	时钟问题	75
三十九	不定方程	77
四十	行程问题(一)	79
四十一	行程问题(二)	81
四十二	等积变换问题	83
四十三	算式谜	85
四十四	逻辑推理问题	87
四十五	最大、最小	89
四十六	类比法解题	91
四十七	牛顿问题	93
四十八	奇妙的数字	95
四十九	图形操作	97
五十	包含与排除问题	99
	参考答案	101

一 看谁算得巧

同学们,分数与小数的四则混合运算,是小学数学奥林匹克竞赛的传统试题,其用意在于让同学们掌握好基础知识,练好基本功,能够准确、迅速地进行分数、小数的四则混合运算。其实,做这些题目并不困难,你除了熟练掌握好运算法则外,还要通过观察和分析,找出题目中数的特点,合理、有效地运用四则运算合理进行计算,让我们一起试一试吧!

理清思路

例1 计算: $3.6 \times 31\frac{2}{5} + 43.9 \times 6\frac{2}{5}$

分析 本题可以化成小数运算,注意到 $3.6 + 6.4 = 10$, 可以“凑整”运算。

解: 原式 $= 3.6 \times 31.4 + (31.4 + 12.5) \times 6.4$
 $= (3.6 + 6.4) \times 31.4 + 12.5 \times 6.4$
 $= 314 + 80$
 $= 394$

说明 “凑成整数”是简化计算的一种常用手段,上面运算中, $12.5 = \frac{100}{8}$, 乘以 12.5 常用除以 8, 再乘以 100 来代替。

例2 计算: $84\frac{4}{19} \times 1.375 + 105\frac{5}{19} \times 0.9$

分析 由于 $84\frac{4}{19}$ 与 $105\frac{5}{19}$ 有公因数 $21\frac{1}{19}$, 因此可以逆用分配律运算。

解: 原式 $= (84 + \frac{4}{19}) \times \frac{11}{8} + (105 + \frac{5}{19}) \times \frac{9}{10}$
 $= (21 + \frac{1}{19}) \times 4 \times \frac{11}{8} + (21 + \frac{1}{19}) \times 5 \times \frac{9}{10}$
 $= (21 + \frac{1}{19}) \times \frac{11}{2} + (21 + \frac{1}{19}) \times \frac{9}{2}$
 $= 21\frac{1}{19} \times (\frac{11}{2} + \frac{9}{2})$
 $= 210\frac{1}{19}$

说明 找公因数逆用分配律是常用方法,运算中把小数化为分数是为了便于约分。

动脑探索

1. 计算:

$$0.625 \times (1\frac{2}{3} + 3\frac{1}{6}) + \frac{1}{6} \div 1\frac{3}{5} - \frac{5}{8}$$

2. 计算:

$$2.35 \times 4\frac{1}{3} + (2\frac{3}{5} - 0.25) \div 1\frac{1}{2}$$

独辟蹊径

1. 计算: $(0.34 \times 2400 \times 0.25 + 3 \times 7 \frac{3}{4} + 26.25 \div \frac{1}{3}) \div \frac{2}{13}$

2. 计算: $(0.34 \times 2400 \times 0.25 + 3 \times 3 \frac{3}{4} + 26.25 \div \frac{1}{3}) \div \frac{2}{13} + 8$

3. 计算: $13 \frac{4}{19} + 86 \frac{15}{19} \times 0.25 + 0.625 \times 86 \frac{15}{19} + 86 \frac{15}{19} \times 0.125$

自我评价

二 巧设字母法简算分数

有些题目可以设字母参与运算,通过正用和逆用分配律,简化运算过程。

理清思路

例1 计算: $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4})$

分析 四个括号内均有相同部分,可把相同部分用字母来表示。

解: 设 $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$,

$$b = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}。$$

则 $a - b = 1$

$$\begin{aligned}\text{原式} &= a \times (b + \frac{1}{5}) - (a + \frac{1}{5}) \times b \\ &= a \times b + \frac{1}{5} \times a - a \times b - \frac{1}{5} \times b \\ &= \frac{1}{5} \times (a - b) \\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

说明 设字母参与运算,通过正用和逆用分配律,简化了本题的运算过程。

例2 计算: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{1}{124} + \frac{1}{248} + \frac{1}{496}$

分析 由于2、4、8和31、62、124、248、496二组数中,后一个数是前一个数的2倍,因此原式的2倍与原式有6项是相同的。

解: 设 $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{1}{124} + \frac{1}{248} + \frac{1}{496}$ (1)

则 $2S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{31} + \frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{1}{124} + \frac{1}{248}$ (2)

(2)减(1),得

$$\begin{aligned}S &= 1 + \frac{2}{31} - \frac{1}{8} - \frac{1}{496} \\ &= \frac{496 + 2 \times 16 - 62 - 1}{496} = \frac{465}{496} \\ &= \frac{3 \times 5 \times 31}{16 \times 31} = \frac{15}{16}\end{aligned}$$

说明 这种方法称为“错位相减法”,对一系列数相加,如果这列数后一项与前一项的比是常数,那么常采用这一方法。

动脑探索

1. 计算:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$

2. 计算: $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{1997})(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{1996})$

$$- (1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{1997})(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{1996})$$

独辟蹊径

1. 计算: $(\frac{531}{135} + \frac{579}{357} + \frac{753}{975}) \times (\frac{579}{357} + \frac{753}{975} + \frac{135}{531}) - (\frac{531}{135} + \frac{579}{357} + \frac{753}{975} + \frac{135}{531}) \times (\frac{579}{357} + \frac{753}{975})$

2. 计算: $(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{96} + \frac{1}{192} + \frac{1}{384}) \times 128$

3. 狡算: $\frac{1 \times 3 \times 24 + 2 \times 6 \times 48 + 3 \times 9 \times 72}{1 \times 2 \times 4 + 2 \times 4 \times 8 + 3 \times 6 \times 12}$

自我评价

三 分数数列

同学们,我们已经学习了等差数列的求和公式,以及有关计算方式。今天,我们继续探讨一些特殊的分数串的求和方法,这些分数中的算式一般较长,我们可以先找到算式排列的规律,灵活适用数列求和的公式进行计算,从而达到简算的目的。

理清思路

例1 $\frac{1}{2002} + \frac{2}{2002} + \frac{3}{2002} + \cdots + \frac{2002}{2002}$

分析与解 分母都为2002,可适用等差数列求和公式计算。

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \frac{1+2+3+\cdots+2002}{2002} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \times 2002 \times (2002+1)}{2002} \\ &= 1001.5\end{aligned}$$

例2 计算 $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \cdots -$

$$\frac{1}{2048}$$

分析与解 这道题数字又大,算式又长,怎么办? 还是先从简单的开始分析: $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$,
 $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$, $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$, $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$ 。

$$\begin{aligned}\text{显然 } 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \cdots - \frac{1}{2048} \\ = \frac{1}{2048}\end{aligned}$$

动脑探索

1. 计算: $\frac{1}{2003} + \frac{2}{2003} + \frac{3}{2003} + \cdots + \frac{2003}{2003}$

3. 计算: $\frac{1}{55} + \frac{2}{55} + \frac{3}{55} + \cdots + \frac{10}{55} - \frac{11}{177} - \frac{12}{177} - \frac{13}{177} - \cdots - \frac{19}{177} - \frac{20}{177}$

2. 计算: $2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \cdots -$

$$\frac{1}{1024}$$

独辟蹊径

1. 计算: $\frac{1}{2} + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}) + (\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5})$
 $+ \cdots + (\frac{1}{60} + \frac{2}{60} + \cdots + \frac{59}{60})$

2. 计算: $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+99+100}$

3. 计算: $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{2001 \times 2003}$

自我评价

四 用约分法巧解题

有些题目结构规律,形式对称,运算富有技巧,结果整齐规则,同学们可发现,数学有多美。

理清思路

例1 计算

$$\frac{99999999 \times 99999999}{1+2+3+4+5+6+7+8+9+8+7+6+5+4+3+2+1}$$

分析 从审题观察中发现,分母用得上小高斯的算法:

$$\text{分母} = (1+8) + (2+7) + \cdots + (8+1) + 9 = 9 \times 9.$$

约分后分母变为1,分子变为 $111111111 \times 111111111$, 利用错位相加可求出分子的值。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= \frac{99999999 \times 99999999}{9 \times 9} \\ &= 111111111 \times 111111111 \\ &= 12345678987654321\end{aligned}$$

说明 此题结构规律,形式对称,运算富有技巧,结果整齐规则。

例2 计算

$$\frac{352}{495} + \frac{3552}{4995} + \frac{35552}{49995} + \frac{355552}{499995}$$

分析 如果贸然通分计算,一定不胜其繁。通过观察发现分子、分母形式特殊、结构类似:中间各位上的数字都等于首尾两个数位上的数字之和,从而想到分子与分母可能有11、111这类公约数。所以本题宜先约分,再计算。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= \frac{32}{45} + \frac{32}{45} + \frac{32}{45} + \frac{32}{45} \\ &= \frac{32}{45} \times 4 \\ &= 2\frac{38}{45}\end{aligned}$$

动脑探索

1. 计算

$$\frac{88888888 \times 88888888}{1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1}$$

2. 计算

$$\begin{aligned}&1949 \times \left(\frac{1}{43} - \frac{1}{1992} \right) + 43 \times \left(\frac{1}{1949} - \frac{1}{1992} \right) - \\ &1992 \times \left(\frac{1}{1949} + \frac{1}{43} \right) + 3\end{aligned}$$

独辟蹊径

自我评价

1. 计算: $\frac{1 \times 3 \times 24 + 2 \times 6 \times 48 + 3 \times 9 \times 72}{1 \times 2 \times 4 + 2 \times 4 \times 8 + 3 \times 6 \times 12}$

2. 计算: $\frac{1994 + 1993 \times 1995}{1994 \times 1995 - 1} + \frac{1995 + 1994 \times 1996}{1995 \times 1996 - 1} +$
 $\frac{1996 + 1995 \times 1997}{1996 \times 1997 - 1} + \frac{1997 + 1996 \times 1998}{1997 \times 1998 - 1}$

3. 计算: $\frac{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}{666666 \times 666666}$

五 用分化法巧解题

同学们,你知道什么是分数的分析吗?那就是将这个分数拆成几个分数的和或差的形式。如: $\frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, $\frac{1}{15} = \frac{1}{3 \times 5} = (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}$,通过分析,得到简算的目的,你想试试吗?

理清思路

例1 计算 $1 + 3\frac{1}{6} + 5\frac{1}{12} + 7\frac{1}{20} + 9\frac{1}{30} + 11$

$\frac{1}{42}$

分析 本题可以先把每个分数的整数部分和分数部分分别相加,并注意分数部分中

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \frac{1}{20} = \frac{1}{4} -$$

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{30} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}, \frac{1}{42} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$$

解:原式 = $(1+3+5+7+9+11) + (\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$

$$+ \frac{1}{30} + \frac{1}{42})$$

$$= 36 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$+ \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7})$$

$$= 36 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{7})$$

$$= 36\frac{5}{14}$$

说明 上述求和的方法叫“拆项相加法”。

例2 计算: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots +$

$$\frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100}$$

分析与解 先将每个分数分化为两个分数的差

$$\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3}$$

$$- \frac{1}{4} \cdots \cdots$$

再把加减相同的两个分数组合成0,这样:

$$\text{原式} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$+ \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$= 1 - \frac{1}{100}$$

$$= \frac{99}{100}$$

动脑探索

$$(1) 1\frac{1}{3} + 3\frac{1}{15} + 5\frac{1}{35} + 7\frac{1}{63} + 9\frac{1}{99}$$

$$(2) 1 + \frac{1}{3} - \frac{7}{12} + \frac{9}{20} - \frac{11}{30} + \frac{13}{42} - \frac{15}{56} + \frac{17}{72}$$

独辟蹊径

自我评价

1. 计算: $\frac{2^2}{1 \times 3} + \frac{4^2}{3 \times 5} + \frac{6^2}{5 \times 7} + \frac{8^2}{7 \times 9} + \frac{10^2}{9 \times 11}$

2. 计算: $\frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \cdots + \frac{1}{7 \times 8 \times 9}$

六 比较大小

通过课堂学习,同学们一定都会比较分数的大小,但要想做到既快又准,就需要灵活运用基本方法,掌握学习新的方法技巧。

理清思路

比较下面每组中几个分数的大小。

例 1 $1\frac{15}{23}$ 、 $1\frac{10}{17}$ 、 $1\frac{12}{19}$;

分析 三个带分数的整数部分相同,因而只要比较分数部分即可。三个分母两两互质且较大,通分较繁。三个分子的最小公倍数是 60,故化成同分子分数比较简单。

解 $\frac{15}{23} = \frac{60}{92}$, $\frac{10}{17} = \frac{60}{102}$, $\frac{12}{19} = \frac{60}{95}$,

因为 $\frac{60}{92} > \frac{60}{95} > \frac{60}{102}$, 所以 $1\frac{15}{23} > 1\frac{12}{19} > 1\frac{10}{17}$ 。

例 2 $\frac{7}{71}$ 、 $\frac{9}{91}$ 、 $\frac{11}{111}$;

分析 分母互质,分子也互质,所以通分或化成同分子都比较繁。注意到分母都是分子的 10 倍多,所以可以先求各分数的倒数,倒数大的原分数小,倒数小的原分数大。

解 $\frac{7}{71}$ 的倒数等于 $\frac{71}{7} = 10\frac{1}{7}$, $\frac{9}{91}$ 的倒数等于 $\frac{91}{9} =$

$10\frac{1}{9}$, $\frac{11}{111}$ 的倒数等于 $\frac{111}{11} = 10\frac{1}{11}$,

因为 $10\frac{1}{7} > 10\frac{1}{9} > 10\frac{1}{11}$,

所以 $\frac{7}{71} < \frac{9}{91} < \frac{11}{111}$ 。

例 3 $\frac{1997}{1998}$ 与 $\frac{1998}{1999}$;

分析 各分数都比 1 略小,可以求各分数与 1 的差,哪个分数更接近 1,哪个分数就大。

解 $1 - \frac{1997}{1998} = \frac{1}{1998}$,

$1 - \frac{1998}{1999} = \frac{1}{1999}$,

因为 $\frac{1}{1998} > \frac{1}{1999}$, 所以 $\frac{1997}{1998} < \frac{1998}{1999}$ 。

评注 用与例 3 中同样的方法可以得到

$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \cdots < \frac{1997}{1998} < \frac{1998}{1999} <$

.....

一般地,如果 $\frac{A}{B}$ 是一个真分数,那么 $\frac{A}{B} <$

$\frac{A+C}{B+C}$, 这是一个很有用的不等式。

动脑探索

1. 这里有五个分数: $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{15}{23}$, $\frac{10}{17}$, $\frac{12}{19}$, 如果按大小顺序排列,排在中间的是哪个数?

2. 比较分数 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{7}{10}$ 、 $\frac{17}{26}$ 、 $\frac{19}{29}$ 的大小。

3. 试比较 $\frac{111}{1111}$ 和 $\frac{1111}{11111}$ 哪个分数大?