

御製數理精蘊下編卷八

線部六

盈朒

單法

雙套

盈朒

盈有餘也。朒不足也。設有餘不足以求適中。亦爲因較而得正數之法。此固比例法也。但比例以實數求實數。而盈朒則以虛數求實數。然虛數皆與實數相較而生盈朒之差。則虛數亦實數也。比例以所有之三率求所餘之一率。而盈朒則所有爲兩數。且兩數之中各藏一數。其實亦三率也。其間有一盈一朒者。則以兩數相加爲相較之率。有兩盈或兩朒者。則以兩數相減爲相較之率。有一盈一適足或一朒一適

足者。則無可加減。而或盈或朒之數。卽其較也。法不
一致。惟在相較。以得其差。理本一原。惟在互比。以得
其實。錯綜變幻。其用不窮。所謂以實御虛。和較互見
者。庶幾盡於此矣。

一盈一朒

設如有人分銀。不知人數。亦不知銀數。只云每人七
兩分之。則餘四兩。每人九兩分之。則少十二兩。問
人數及銀數各若干。

法以七兩與九兩相減。餘二兩爲一率。

七兩

盈四兩

九七三

二四六

九兩

胸十二兩

一率 二兩

二率 一人

三率 十六兩

四率 八人

一人爲二率。盈四兩與胸十二兩相加
共十六兩爲三率。推得四率八。卽爲人
數。以八人與每人七兩相乘。得五十六
兩。加盈四兩得六十兩。卽爲銀數。或以
八人與每人九兩相乘。得七十二兩。減
胸十二兩。餘六十兩。亦爲銀數也。此法
蓋因前設分七兩。後設分九兩。是每一
人多分二兩也。然每人分七兩。則總銀
盈四兩。每人分九兩。則總銀胸十二兩

七兩

盈四兩

九七三

二四六一

九兩

胸十二兩

一率 二兩

二率 一人

三率 十六兩

四率 八人

是盈胸相差共十六兩矣。夫一人多分二兩。而總銀差十六兩。則二兩爲一人之所多。而十六兩爲八人之所多可知矣。故二兩與一人之比。同於十六兩與八人之比。而爲比例四率也。旣得人數。以每人七兩計之。則八人應得五十六兩。因銀尚餘四兩。故加四兩。得六十兩爲銀數也。若以每人九兩計之。則八人應得七十二兩。因銀少十二兩。故減十

七兩 盈四兩三六

九七二

八四六〇
三二〇

九兩 朒十二兩八四

一率 二倍

二率 一百二十兩

三率 一倍

四率 六十兩

二兩。餘六十兩爲銀數也。此先得人數之法也。

又先得銀數之法。用互乘以齊其分。以九兩乘盈四兩。爲加九倍。得盈三十六兩。以七兩乘朒十二兩。爲加七倍。得朒八十四兩。相加得一百二十兩爲二率。七倍與九倍相減。餘二倍爲一率。一倍爲三率。推得四率六十兩。卽爲銀數。旣得銀數。則於六十兩內減盈四兩。餘五



十六兩。以每人七兩除之。得八爲人數。或於六十兩加胸十二兩。共七十二兩。以每人九兩除之。亦得八爲人數也。此法以九兩互乘盈四兩者。將盈四兩加九倍也。盈四兩加九倍。則爲盈三十六兩。旣以盈數加九倍。則總銀數與所分七兩。亦皆當加九倍。七兩加九倍。則爲六十三兩。是則九倍之總銀。每人六十三兩分之。盈三十六兩也。以七兩互乘



胸十二兩者將胸十二兩加七倍也。胸
 十二兩加七倍則為胸八十四兩。既以
 胸數加七倍則總銀數與所分九兩亦
 皆當加七倍。九兩加七倍則亦為六十
 三兩。是則七倍之總銀每人六十三兩
 分之。胸八十四兩也。夫每人既皆分六
 十三兩。則是所分之加倍共銀數亦必
 相同。然九倍銀數則盈。七倍銀數則胸。
 因九倍比七倍多二倍。是盈胸相加之

一率 二倍

二率 一百二十兩

三率 一倍

四率 六十兩

一百二十兩卽此二倍之銀數也。知二
倍爲一百二十兩。卽知一倍之爲幾何
矣。故以二爲一率。一百二十兩爲二率。
一爲三率。推得四率六十兩爲銀數也。
旣得銀數。則於六十兩內減盈四兩。餘
五十六兩。卽爲分七兩者之共數。而以
七兩除之。得八人。或於六十兩加朒十
二兩。得七十二兩。卽爲分九兩者之共
數。而以九兩除之。亦得八人也。此先得

七兩 盈四兩

九七三 二四六一

九兩 朒十二兩

一率 十六兩

二率 二兩

三率 四兩

四率 五錢

一率 十六兩

二率 二兩

三率 十二兩

四率 一兩五錢

銀數之法也。

又法將盈四兩與朒十二兩相加得十六兩爲一率。七兩與九兩相減餘二兩爲二率。盈四兩爲三率。得四率五錢。與所分七兩相加得七兩五錢爲每人應得之數。又以五錢除盈四兩得八爲人數。或仍以十六兩爲一率。二兩爲二率。以朒十二兩爲三率。得四率一兩五錢。與所分九兩相減亦得七兩五錢爲每

七兩

盈四兩

九七三

二四六一

九兩

朒十二兩

人應得之數。又以一兩五錢除朒十二兩。亦得八爲人數。以八人與每人七兩五錢相乘。得六十兩爲銀數也。此法蓋因九兩與七兩相較差二兩。盈四兩與朒十二兩相併爲十六兩。是總銀盈朒共差十六兩。由於每人之多二兩也。今銀尚盈四兩。則每人分七兩者。其每一分應多五錢。而爲七兩五錢矣。故十六兩與二兩之比。同於四兩與五錢之比。

一率 十六兩

二率 二兩

三率 四兩

四率 五錢

一率 十六兩

二率 二兩

三率 十二兩

四率 一兩五錢

而爲比例四率也。且一人多五錢而共
多四兩。則其爲八人可知矣。故五錢與
一人之比。同於四兩與八人之比。亦爲
比例四率也。若以兩數論之。則總銀共
差十六兩者。由於每人少二兩。今銀兩
十二兩。則每人分九兩者。其每一分應
少一兩五錢。而爲七兩五錢矣。且一人
少一兩五錢而共少十二兩。則其爲八
人又可知矣。旣得人數。則以八人與每

人七兩五錢相乘得六十兩而爲總銀數也。此先得每一人所得銀數之法也。要之第一法先求人數。第二法先求物價。第三法先求適足之數。立法雖各不同。而各先得其一。一得而無不得者。實由於理之一貫者也。

設如衆人共出銀買物。不知人數。亦不知物價。只云每人出銀四兩。則不足四兩。每人出銀六兩。則多六兩。問人數及物價各若干。

四兩

朒四兩

六四三

六四〇

六兩

盈六兩

一率 二兩

二率 一人

三率 十兩

四率 五人

法以出四兩與出六兩相減。餘二兩爲一率。一人爲二率。朒四兩與盈六兩相加。共十兩爲三率。推得四率五。卽爲人數。以五人與每人四兩相乘。得二十兩。加朒四兩。共得二十四兩。卽爲物價。或以五人與每人六兩相乘。得三十兩。減盈六兩。亦得二十四兩。爲物價也。此法蓋因前設出四兩。後設出六兩。是每一人多出二兩也。然出四兩則朒四兩。出

四兩

胸四兩

六兩三

六四一〇

六兩

盈六兩

六兩則盈六兩是盈胸相差共多十兩矣。夫一人多出二兩。而總價卽多十兩。則二兩爲一人之所多。而十兩爲幾人之所多可知矣。故以比例四率求之而得五人也。旣得人數。以每人出四兩計之。則五人應出二十兩。因於物價胸四兩。故加四兩。得二十四兩爲物價。若以每人出六兩計之。則五人應出三十兩。因於物價盈六兩。故減六兩。亦得二十