



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

起重运输机械 实验技术

徐长生 陶德馨 主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规

起重运输机械实验技术

Qizhong Yunshu Jixie Shiyan Jishu

徐长生 陶德馨 主编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,主要介绍实验技术的基础理论、电测量技术及起重运输机械典型参数检测应用等知识。全书共三篇十章内容,其中第一篇阐述实验技术基础理论(第一~三章),内容包括信号分析基础、线性系统分析及误差分析理论;第二篇介绍电测量技术(第四~六章),内容包括常用传感器的变换原理,信号的传输、变换及记录,数字信号处理;第三篇介绍起重运输机械典型参数测量(第七~十章),内容包括应力应变测量,振动测量,噪声测量,机械故障诊断与状态监测的检测技术等应用技术知识。

本书可作为高等学校机械设计制造及其自动化专业(起重运输与工程机械方向)的教材,也可供从事起重运输与工程机械研究、设计、制造及检测工作的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

起重运输机械实验技术/徐长生,陶德馨主编. —北京:高等教育出版社, 2011.6

ISBN 978-7-04-031724-4

I. ①起… II. ①徐… ②陶… III. ①起重机械-实验-高等学校-教材②运输机械-实验-高等学校-教材 IV. ①TH2-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第114844号

策划编辑	卢广	责任编辑	卢广	封面设计	于涛	版式设计	余杨
插图绘制	尹莉	责任校对	胡美萍	责任印制	韩刚		

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	三河市骏杰印刷厂	网上订购	http://www.landraco.com
开 本	787mm×960mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印 张	16.75	版 次	2011年6月第1版
字 数	310千字	印 次	2011年6月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	26.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 31724-00

前 言

我国起重运输(物料搬运)机械行业从20世纪五六十年代开始建立并逐步发展壮大,已形成了各类产品和庞大的企业群体,服务于交通运输、冶金、建筑、石油化工、水利、电力、装备制造等各行各业。对起重运输机械产品的设计、制造、检验、使用及维护等方面的研究也随着起重运输机械的广泛应用而被愈加重视,其中运用测试技术和先进测量仪器进行起重运输机械的实验研究和检验正是本书要讲述的主要内容。

根据机械工程学学科机械设计制造及其自动化专业起重运输机械实验技术课程的教学大纲要求,并结合起重运输机械行业的发展需要,编者在多年教学实践和从事港口机械质量监督测试工作的基础上,将历年编写的讲义、教材进行补充、修改完善,完成了本书的编写。

本书本着体现实验技术知识的系统性和新内容的精神,在内容编排方面力求精练,注重实用,突出专业与行业特色,并反映近年来国内外实验技术的最新成果。全书共三篇十章内容,较系统地介绍了实验技术基础理论、电测量技术以及起重运输机械实验技术应用等知识内容。

本书由武汉理工大学徐长生、陶德馨主编,其中绪论和第一、二章由陶德馨编写,第三、八、九章由徐长生编写,第四章由徐承军编写,第五、十章由郭建生编写,第六章由刘志平编写,第七章由董家声编写。

编者在编写这本书的过程中,参考和引用了国内许多专家学者的有关著作和文献,在此致以谢意。

本书由武汉理工大学肖汉斌教授审阅。在书稿录入和插图绘制工作中,得到了伍俊民、关小会、刘洪林、戴平、任晓雨、刘习川、龚苏生、张成凤等的大力支持,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,不足之处恳请读者批评指正。

编 者

2010年11月

目 录

绪论	1
----------	---

第一篇 实验技术基础理论

第一章 信号分析基础	3
第一节 信号的分类与描述	3
第二节 信号的时域分析	8
第三节 信号的频域分析	19
习题与思考题	32
第二章 线性系统分析	34
第一节 线性系统分析基础	34
第二节 测量系统的传输特性	37
第三节 系统的噪声干扰与抑制	42
习题与思考题	50
第三章 误差分析理论	52
第一节 误差及其分类	52
第二节 直接测量与间接测量的误差分析	56
第三节 系统误差与疏失误差的判别准则及消除方法	63

第二篇 电测量技术

第四章 常用传感器的变换原理	69
第一节 传感器的分类及其特性	69
第二节 电阻式传感器的变换原理	71
第三节 电感式和电容式传感器的变换原理	80
第四节 压电式传感器的变换原理	86
第五节 光电式传感器的变换原理	89
第六节 光纤式传感器的变换原理	93
习题与思考题	98
第五章 信号的传输、变换及记录	99
第一节 电桥电路	99

第二节 放大器与滤波器	108
第三节 应变仪	123
第四节 信号的记录	128
习题与思考题	134
第六章 数字信号处理	136
第一节 模拟信号的离散化	136
第二节 离散傅里叶变换	151
第三节 快速傅里叶变换	155
第四节 数字信号处理系统	161
第五节 虚拟仪器	163
习题与思考题	173
第三篇 起重运输机械典型参数测量	
第七章 应力应变测量	174
第一节 概述	174
第二节 贴片方位与应力应变换算	175
第三节 常用结构型材的测点布置	180
第四节 起重机金属结构应力测量	192
习题与思考题	196
第八章 振动测量	197
第一节 概述	197
第二节 测振传感器与激振器	203
第三节 振动测量技术与应用	213
习题与思考题	225
第九章 噪声测量	226
第一节 噪声测量的基本度量	226
第二节 噪声测量仪器	230
第三节 噪声测量方法	232
第十章 机械故障诊断与状态监测的检测技术	237
第一节 故障诊断与状态监测的检测方法	237
第二节 典型机械零件故障诊断的检测技术	239
第三节 金属结构件疲劳失效的检测分析技术	250
参考文献	259

绪 论

在科学研究方面,新理论、新计算方法的建立以及新产品的研制,都必须经过实验或试验来证实其可行性和可靠性。在科学技术高度发达和商品竞争日益激烈的今天,机械产品的产品性能、质量、可靠性及科学维护保养等方面正面临着新的挑战。机械工程中许多重要结论及经验公式也是在综合分析大量模型试验或实物试验的数据后得出的。

起重运输机械有着悠久的发展历史,其应用极为广泛。为了加速新产品的开发,使之适应大型化、专业化、高效率、低能耗等现代化装卸运输技术的发展需要,在专业领域里急需进行大量的研究和探索。

起重运输机械实验技术是近年来因科研和生产发展的实际需要而逐步形成的一门实验性学科。它主要研究起重运输机械工程中的实验理论、方法以及参数测量与分析等技术,是专业工作者洞察与探索客观规律,寻求起重运输机械技术进步的强有力的科学武器。

在产品设计方面,当前正在逐步实现由静态设计向动态设计的过渡,这是起重运输机械技术进步的一个重要标志。为此,设计研究人员需要更多地了解产品的动态特征与信息。利用动态测试与分析技术可以获得起重运输机械在各种工作状态下的载荷谱、应力谱和动力传递规律,从而判断和鉴定该机械的性能是否合乎设计要求,同时也为动态参数识别与修改,进行最优化设计和产品技术改造提供依据。

起重运输机械的另一个值得注意的发展动向,是引入在线监测与故障诊断等新技术。在线监测技术是利用传感技术、动态测量仪器和计算机对动态检测信号进行检测、处理、分析并发出指令,从而实现对机械设备工作状态的实时在线监测。通过对机械设备运行状态的监测和分析,对出现的故障作出诊断或预报。显然,这些新技术与现代化测试技术有着密切联系。

虚拟仪器的出现是对传统硬件仪器观念的一次变革,是 21 世纪测控仪器的重要发展方向之一。它以计算机作为仪器统一硬件平台,将传统仪器的专业化功能和面板控件软件化,构成了一台以软件实现传统硬件仪器功能的智能化仪器系统,节省了实验成本。

实验技术不仅在上述科研和设计领域里发挥着重要作用,而且还可以用于分析结构失效与破坏的原因,设备的安全储备和承载能力,调节和控制生产过程,检测产品性能与质量和实行设备的科学维护管理等许多生产技术问题。

起重运输机械的技术进步对实验技术不断提出新的要求从而推动了实验技术的发展;而实验技术的发展又反过来推动着起重运输机械的技术进步。近年来,基础物理、新材料、微电子学和计算机技术等方面的研究成果,不断地应用于测量技术和实验设备仪器中,使实验技术达到相当高的水平。不断学习和研究新的实验技术,将其应用到起重运输机械领域里,解决科学研究和生产实践中出现的新问题,不断提高产品设计、制造与技术管理水平,就是今后一个时期专业技术人员所面临的重要课题。

编者结合多年教学实践和自1985年以来从事特种机械设备(港口机械)质量监督测试工作经验的基础上,将历年编写的测试技术讲义、教材进行补充、修改完善,完成了本书的编写工作。全书内容包括实验技术基础理论、电测量技术和起重运输机械典型参数测量用三个部分。第一篇为实验技术基础理论部分,介绍信号分析基础、线性系统分析、误差分析理论等基础理论。第二篇为电测量技术部分,用于机械工程的测量方法很多,考虑到电测量技术应用广泛,使用方便,测量灵敏度和精度高,尤其适合各种动态测量与分析,本篇主要介绍电测量技术的相关内容,其中包括常用传感器的变换原理,信号的传输、变换与记录和信号处理。第三篇为起重运输机械典型参数测量,这一篇结合专业的特点和需要,重点介绍了起重运输机械的应力应变、振动与噪声等参数的测量技术以及故障诊断与状态监测中的检测方法和检测技术。上述基础理论、测量与分析技术及其应用形成一个比较完整的实验技术体系,掌握其基本理论、方法和实验技能对工程技术人员和科学工作者是十分必要的。

实验技术是实践性很强的一门学科,同时还涉及数学、物理、力学、电工等基础知识和专业知识。在学习过程中,要理论联系实际,注意物理概念,勤于动手,重视实践环节,才能真正掌握现代实验技术的理论与方法。

第一篇 实验技术基础理论

第一章 信号分析基础

在机械设备的研发和产品检验等生产实践和科学实验中,有大量的物理现象和参数需要观测和研究。有的是通过直接观测而获得的数据序列,而多数情况下是借助测量装置或仪器,把变化的物理量变换成容易测量、记录和分析的电信号。一方面,由于这些信号中包含着反映被测物理系统状态或特性的某些有用信息,可作为研究认识客观事物的内在规律、预测事物未来发展的依据;另一方面,在实际测试过程中,因各种干扰使信号中混有噪声,又会妨碍人们对事物的正确观测与认识。因此,必须对获得的信号进行科学的处理与分析,才能去伪存真、由表及里地从中提取反映事物客观规律的有用信息。

第一节 信号的分类与描述

工程信号中最常见的形式是以时间为独立变量的某一函数或图形。为了深入了解信号的物理实质,将其分类研究是非常必要的。下面介绍几种常见的信号分类方法。

一、确定性信号与非确定性信号

根据信息沿时间轴演变的特性,信号可以分为两大类:确定性信号和非确定性信号。确定性信号是指可以用适合的数学模型或数学关系式来完整地描述或预测其随时间演变情形的信号。非确定性信号是指那些具有不能被预测的特征且只能通过统计观察来加以描述的信号。

1. 确定性信号

确定性信号可以用明确的数学关系式描述,可以分为周期信号、非周期信号与准周期信号。

周期信号是经过一定时间可以重复出现的信号,满足以下条件:

$$x(t) = x(t+nT) \quad (1-1)$$

式中: T ——周期, $T=2\pi/\omega_0$, ω_0 为角频率;

n ——周期信号的整周期数, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。

例如,机械系统中旋转体不平衡引起的振动,其振动参数的信号往往是周期信号。

非周期信号往往具有瞬变性,例如,锤子的敲击力,承载钢丝绳断裂时的应力变化,热电偶插入加热炉中温度的变化过程等。如图 1-1 所示,这些信号都属于瞬变非周期信号,并且可以用数学关系式描述。

准周期信号是周期与非周期的边缘情况,是由有限个周期信号合成的,但各周期信号的频率相互间不是公倍关系,其合成信号不满足周期条件,例如

$$x(t) = \sin t + \sin \sqrt{2}t$$

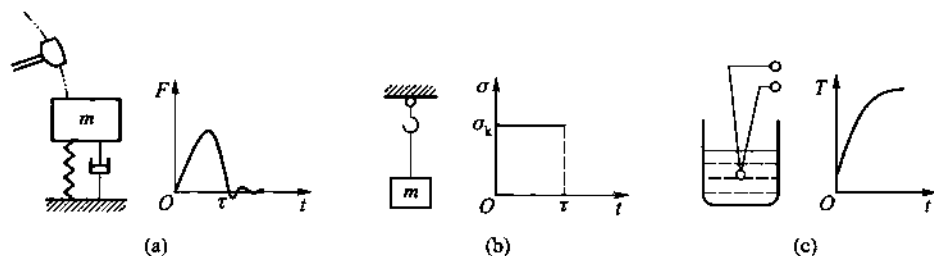


图 1-1 瞬变非周期信号

(a) 锤子敲击力 $F = F_m \sin \omega t (0 < t < \tau)$; (b) 承载钢丝绳断裂时的应力 $\sigma = \sigma_k (0 < t < \tau)$;

(c) 热电偶入炉时的温度变化 $T = T_1 - (T_1 - T_0)e^{-t/\tau} (0 < t < \infty)$

是两个正弦信号的合成,其频率比 $\omega_1/\omega_2 = 1/\sqrt{2}$,不是有理数,不成谐波关系。这种信号多见于通信、振动系统,应用于机械转轴振动分析、齿轮噪声分析、语言分析等。

2. 非确定性信号

非确定性信号无法用明确的数学式描述,其幅值、相位变化是不可预知的,所描述的物理现象是一种随机过程,通常只能用概率统计的方法来描述它的某些特性。例如,港口起重机装卸作业中金属结构的应力变化,运输车辆在路面行驶时产生的振动,环境噪声等。

然而,须要指出的是,工程实际中的物理过程往往是很复杂的,既无理想的确定性,也无理想的非确定性,而是相互掺杂的。

二、能量信号与功率信号

1. 能量信号

在所分析的区间 $(-\infty, \infty)$, 能量为有限值的信号称为能量信号, 满足以下条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty \quad (1-2)$$

关于信号的能量, 可作如下解释: 对于电信号, 在已知区间 (t_1, t_2) 内其电压、电流消耗在电阻上的能量分别记为

$$E = \int_{t_1}^{t_2} \frac{u^2(t)}{R} dt$$

和

$$E = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t) dt$$

即能量都是正比于信号平方的积分。讨论消耗在单位电阻上的能量是很方便的, 因为当 $R=1\Omega$ 时, 上述两式具有相同形式, 这时, 就称方程

$$E = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (1-3)$$

为任意信号 $x(t)$ 的“能量”。通常定义, 当区间 (t_1, t_2) 为 $(-\infty, \infty)$ 时, 能量为有限的信号称为能量信号, 或称为能量有限信号, 例如, 矩形脉冲 (t_1, t_2) 、减幅正弦波 $(0, \infty)$ 、衰减指数等信号。

2. 功率信号

有许多信号, 如周期信号、随机信号等, 它们在区间 $(-\infty, \infty)$ 内能量不是有限值。在这种情况下, 研究信号的平均功率更为合适。在区间 (t_1, t_2) 内, 信号的平均功率

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (1-4)$$

若区间变化为无穷大时, 上式仍然大于零, 那么信号具有有限的平均功率, 称之为功率信号。功率信号满足条件:

$$0 < \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt < \infty \quad (1-5)$$

对比式(1-2)与式(1-5), 显而易见, 一个能量信号具有零平均功率, 而一个功率信号具有无限大能量。

三、连续时间信号与离散时间信号

1. 连续时间信号

在所分析的时间间隔内,对于任意时间值,除若干个第一类间断点外,其余信号都可以给出确定的函数值,此类信号称为连续时间信号或模拟信号。

所谓第一类间断点,应满足条件:函数在间断点处左极限与右极限存在;左极限与右极限不等,即 $x(t_0^-) \neq x(t_0^+)$;间断点收敛于左极限与右极限函数值的中点。因而,正弦、直流、阶跃、锯齿波、矩形脉冲、截断信号等,都称为连续时间信号,如图 1-2 所示。

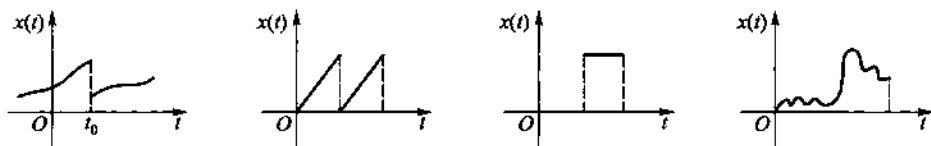


图 1-2 连续时间信号

2. 离散时间信号

离散时间信号又称时域离散信号或时间序列。它是在所分析的时间区间内,在所规定的不连续的瞬时给出函数值。

离散时间信号又可分为两种情况:时间离散而幅值连续,称为采样信号;时间离散而幅值量化,称为数字信号。

离散时间信号可以从实验中直接得到,也可以从连续时间信号中经采样而得到。

典型离散时间信号有单位采样序列、单位阶跃序列、指数序列等。单位采样序列用 $\delta(n)$ 表示,定义为

$$\delta(n) = \begin{cases} 0 & (n \neq 0) \\ 1 & (n = 0) \end{cases} \quad (1-6)$$

它在离散时间系统中的作用,类似于连续时间系统中的单位脉冲函数 $\delta(t)$ 。但两者有区别, $\delta(t)$ 可理解为在 $t=0$ 时脉冲宽度趋于零,幅度为无限大的信号;而 $\delta(n)$ 在 $n=0$ 时取有限值,等于 1。 $\delta(n)$ 及其单位延时 $\delta(n-1)$ 和 k 延时 $\delta(n-k)$ 分别如图 1-3a、b、c 所示。

单位阶跃序列 $u(n)$ 定义为

$$u(n) = \begin{cases} 1 & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases} \quad (1-7)$$

单位阶跃序列 $u(n)$ 、单位延时 $u(n-1)$ 及 k 延时 $u(n-k)$ 分别如图 1-4a、b、c 所示。

单位阶跃序列与单位采样序列之间的关系为

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k) \quad (1-8)$$

或

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1-9)$$

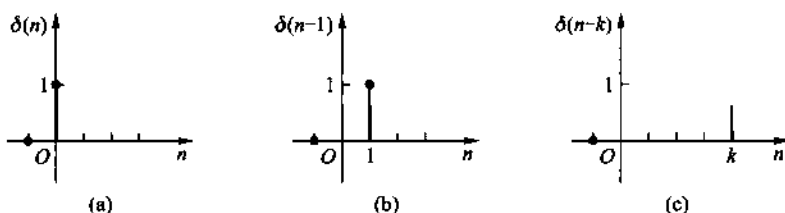


图 1-3 单位采样序列

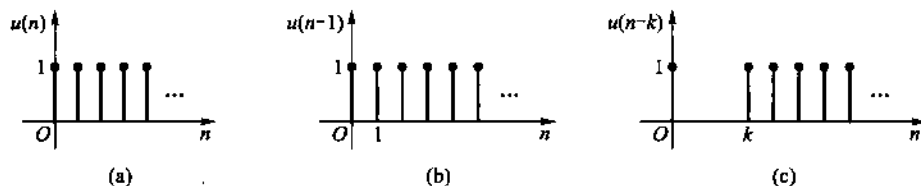


图 1-4 单位阶跃序列

实指数序列是一个值为 a^n 的任意序列(图 1-5a), 此处 a 为实数。

正弦序列具有 $x(n) = A \cos(\omega_0 n + \varphi)$ 的形式(图 1-5b), 其中 ω_0 与 φ 是常数。

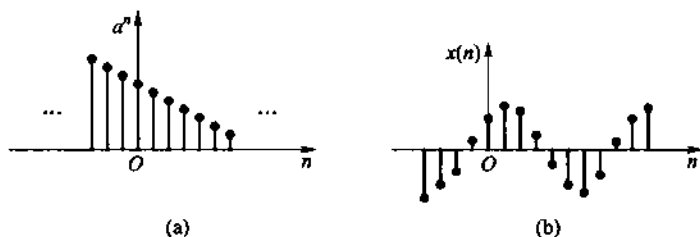


图 1-5 实指数序列与正弦序列

复指数序列的函数形式及其展开式为

$$e^{(\sigma + j\omega_0)n} = e^{\sigma n} \cos(\omega_0 n) + j e^{\sigma n} \sin(\omega_0 n) \quad (1-10)$$

如果对所有 n 都满足 $x(n) = x(n+N)$, 则定义 $x(n)$ 为周期序列, 其周期为 N , 是满足关系式的最小正整数。若 $2\pi/\omega_0$ 为一整数, 则 $\sigma=0$ 的复指数序列和正弦序列是周期性序列, 其周期为 $2\pi/\omega_0$; 若 $2\pi/\omega_0$ 不为整数, 则正弦序列仍是周期性的, 但其周期大于 $2\pi/\omega_0$; 如果 $2\pi/\omega_0$ 不是有理数, 则正弦序列和复指数序列都不是周期性的。

例 1-1 试求 $x(n) = \cos(3n\pi/7 - \pi/8)$ 的周期, 并给出此序列的图形。

解:

$$N = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{3\pi/7} = \frac{14}{3} \approx 4.666$$

N 为有理数, 因而为周期序列。可化为整数的最小倍数为 3, 所以周期为 14, 该序列如图 1-6 所示。

任意序列都可以表示为延迟单位采样序列的幅值加权和, 即

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(n-k) \quad (1-11)$$

例如, $x(n) = a_{-3}\delta(n+3) + a_1\delta(n-1) + a_2\delta(n-2) + a_5\delta(n-5)$, 可用图 1-7 表示。

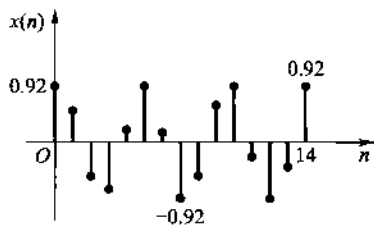


图 1-6 序列 $x(n) = \cos(3n\pi/7 - \pi/8)$ 的图形

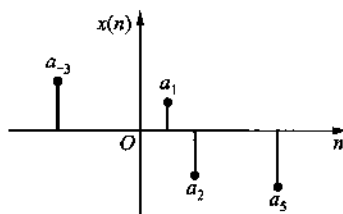


图 1-7 序列表示为各延迟单位采样的幅值加权和

对系统进行观测或记录的信号若是以时间作为独立变量的函数或图形, 称之为信号的时域描述。时域描述直观地反映出信号幅值(波形)随时间变化规律, 但不能明确揭示信号的频率结构。为此, 有必要把时域信号经过数学处理变换成频域信号加以研究, 即对信号作频域描述。可见, “域”是指研究信号时所跨的角度。信号用时域描述时, 其图形横坐标为时间 t ; 而频域描述时, 图形横坐标为频率 f 或角频率 ω_0 。

实际应用中, 需根据试验研究的不同目的, 确定对信号测定与分析的项目。有关信号的时域分析和频域分析方法将在第二、三节中予以介绍。

第二节 信号的时域分析

信号时域分析又称为时域波形分析, 它主要包括时域统计分析和相关分析两大类, 现分别予以介绍。

一、信号的时域统计分析

对信号的时域统计分析, 可以获得信号的均值、均方值、方差以及概率密度

函数等。

1. 均值

均值 μ_x 表示集合平均或数学期望值 $E[x(t)]$, 也即信号的静态分量。基于随机过程的各态历经性, μ_x 可用时间间隔 T 内的幅值平均值表示, 即

$$\mu_x = E[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1-12)$$

式中: $x(t)$ ——某一样本函数;

T ——样本长度(s), $T \rightarrow \infty$ 为理想情况, 下同。

2. 均方值

均方值 ψ_x^2 也称平均功率, 表达信号的强度。其表达式为

$$\psi_x^2 = E[x^2(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1-13)$$

均方根值 ψ_x 是均方值 ψ_x^2 的正平方根, 又称有效值 x_{rms} , 也是信号的平均能量的一种表达。

3. 方差

方差 σ_x^2 描述信号的波动分量, 它定义为

$$\sigma_x^2 = E[x(t) - E[x(t)]]^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \mu_x]^2 dt \quad (1-14)$$

σ_x^2 的正平方根 σ_x 称均方差或标准差。

展开式(1-14), 可以求得方差、均值和均方值的关系

$$\psi_x^2 = \sigma_x^2 + \mu_x^2 \quad (1-15)$$

4. 概率密度函数

随机信号的概率密度函数是表示幅值落在指定区间的概率。如图 1-8 所示的信号, $x(t)$ 落在 $(x, x+\Delta x)$ 区间内的时间 $T_x = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$, 则事件 $[x < x(t) \leq x + \Delta x]$ 的概率记为

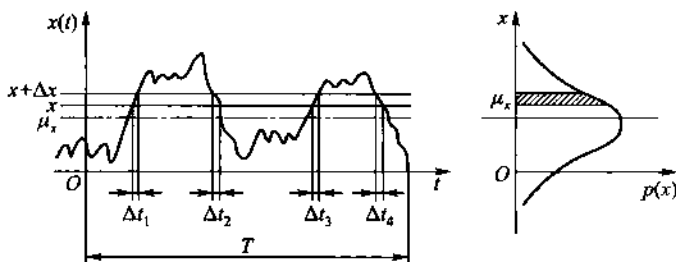


图 1-8 概率密度计算

$$P[x < x(t) \leq x + \Delta x] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \quad (1-16)$$

并定义概率密度函数 $p(x)$ 为

$$\begin{aligned} p(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[x < x(t) \leq x + \Delta x]}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \right] \end{aligned} \quad (1-17)$$

当用概率密度函数表示均值、均方值及方差时,根据概率论关于矩函数的计算,可有:

一阶原点矩

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx \quad (1-18)$$

二阶原点矩

$$\psi_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx \quad (1-19)$$

二阶中心矩

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 p(x) dx \quad (1-20)$$

可以看出,均值 μ_x 是信号 $x(t)$ 在所有幅值 x 上的加权线性和,均方值 ψ_x^2 是在 x^2 值上的加权线性和,方差则是在 $(x - \mu_x)^2$ 值上的加权线性和。权函数是幅值 x 在微小区间 Δx 内出现的概率。

5. 概率分布函数

概率分布函数是信号幅值 $x(t)$ 小于或等于某值 x 的概率,其定义为

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (1-21)$$

概率分布函数又称累积概率,表示落在某一区间的概率,也可写为

$$F(x) = P(-\infty < x(t) \leq x)$$

例 1-2 已知正弦信号 $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$, 试求其概率密度函数 $p(x)$ 、概率分布函数 $F(x)$ 、均值 μ_x 、均方值 ψ_x^2 、方差 σ_x^2 。

解:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\omega_0 t + \varphi) = \arcsin \frac{x}{A}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{\omega_0} \frac{1/A}{\sqrt{1 - (x/A)^2}} = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{A^2 - x^2}}$$

现在研究一个周期 ($T = 2\pi/\omega_0$) 的情况,如图 1-9 所示,有

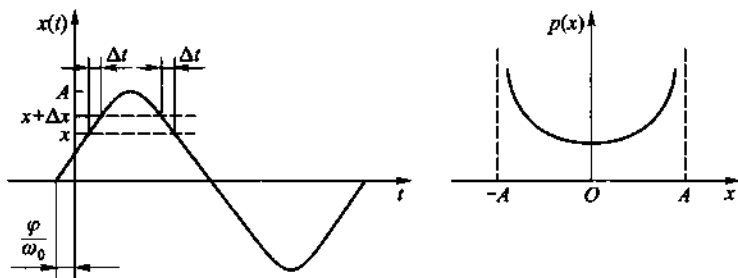


图 1-9 正弦信号及概率密度函数计算

$$\begin{aligned}
 p(x) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum \Delta t}{T} \right] \\
 &= \frac{1}{dx} \frac{2dt}{T} \\
 &= \frac{1}{dx} \frac{2dx}{\omega_0 T \sqrt{A^2 - x^2}} \\
 &= \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} \\
 F(x) &= \int_{-\infty}^x p(x) dx = \int_{-A}^x \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} dx = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{A} \Big|_{-A}^x = 1 \\
 \mu_x &= \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx = \int_{-A}^A \frac{x}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} dx = \frac{1}{\pi} \sqrt{A^2 - x^2} \Big|_{-A}^A = 0 \\
 \psi_x^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-A}^A \frac{x^2}{\sqrt{A^2 - x^2}} dx \\
 &= \frac{1}{\pi} \left(x \sqrt{A^2 - x^2} \Big|_{-A}^A + \frac{x}{2} \sqrt{A^2 - x^2} \Big|_{-A}^A + \frac{A^2}{2} \arcsin \frac{x}{A} \Big|_{-A}^A \right) \\
 &= \frac{1}{\pi} \left[0 + 0 + \frac{A^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \frac{A^2}{2} \\
 \sigma_x^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 p(x) dx
 \end{aligned}$$

因为 $\mu_x = 0$, 所以 $\sigma_x^2 = \psi_x^2$ 。典型信号的概率密度函数及概率分布函数如图 1-10 所示。

6. 直方图分析

直方图分析也是对时域波形进行统计分析的一种方法, 在港口起重机金属结构的零件疲劳分析中应用较多。幅值直方图分析是以信号的幅值大小为横坐标, 每个幅值间隔内出现的频次为纵坐标来表示的。这种分析方法是研究信号