



高等数学 习题集

GAO DENG SHU XUE XI TI JI

主编 许艾珍 黄莉萍 李明

航空工业出版社

013-44/253

2011

全国高等教育应用型精品教材

高等数学习题集

主 编 许艾珍 黄莉萍 李 明

副主编 吴小艳 陈杏莉 徐 杰

余 黎 李 良 刘绪军

徐小丽

主 审 许艾珍

北方工业大学图书馆



C00264562

航空工业出版社

北 京

内 容 提 要

本书适用于应用型高等院校所有专业的学生使用。书中汇集了一元函数微积分学(极限、导数、不定积分、定积分)这一基础模块中的基本练习,还精选了常微分方程、空间解析几何、多元函数微积分、级数和线性代数这六个应用模块的相关练习。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学习题集 / 许艾珍, 黄莉萍, 李明主编. --
北京: 航空工业出版社, 2011.6
ISBN 978-7-80243-780-7

I. ①高… II. ①许… ②黄… ③李… III. ①高等数
学—高等学校—习题集 IV. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 115358 号

高等数学习题集 Gaodeng Shuxue Xitiji

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里 14 号 100029)

发行部电话: 010-64815615 010-64978486

北京忠信印刷有限责任公司印刷

全国各地新华书店经售

2011 年 6 月第 1 版

2011 年 6 月第 1 次印刷

开本: 787×1092

1/16

印张: 9

字数: 225 千字

印数: 1—3000

定价: 20.00 元



本书以应用型高等院校人才培养目标为依据,针对这类学生学习的特点,并结合《高等数学应用教程》的教学内容和进度安排,按照“注重基础,强调应用”的原则进行设计和编写。

本书共分十个单元,每个单元中包含练习题和复习题两部分。

其中,练习题与课堂教学相配套,可作课后练习用,也可作随堂练习用,其题型有填空题、选择题、解答题(包括应用题,证明题,求解题)。在习题选择上,力求使读者理解和掌握高等数学的基础理论和常用的解题方法,并提高用数学方法解决几何、物理、工程等方面的实际问题的应用能力。

复习题精选了每章知识中重点内容的典型题型,有一定数量的综合应用题,目的在于通过训练,让学生对所学知识融会贯通,提高学生综合分析问题、解决问题的能力。同时,它亦可作单元测试用。

本书的编写分工为:吴小艳(第一章:极限与连续性),李明(第二、三章:导数与微分,导数的应用),许艾珍(第四、五章:不定积分,定积分),徐小丽(第六章:常微分方程),余黎(第七章:空间解析几何),徐杰(第八章:多元函数微积分),陈杏莉(第九章:无穷级数),李良、刘绪军(第十章:线性代数)。本书由许艾珍修改、通稿、定稿。

尽管作者已尽最大努力,但由于时间仓促以及编者水平和经验有限,书中错误和不足之处在所难免,恳请广大读者、专家学者和同行们不吝批评指正,以便我们更好地完善教材内容。

编者

2011年5月

目 录

第一章 函数、极限与连续性	1
练习一	1
练习二	3
练习三	4
练习四	6
练习五	8
复习题	10
第二章 导数与微分	12
练习一	12
练习二	14
复习题	16
第三章 导数的应用	19
练习一	19
练习二	21
练习三	22
复习题	24
第四章 不定积分	27
练习一	27
练习二	28
练习三	30
练习四	31
复习题	33
第五章 定积分及应用	35
练习一	35
练习二	37
练习三	39
复习题	41
第六章 微分方程	44
练习一	44
练习二	45
练习三	46
练习四	48
复习题	49



第七章 空间解析几何	52
练习一	52
练习二	53
练习三	55
复习题	57
第八章 多元函数微积分	60
练习一	60
练习二	61
练习三	63
练习四	65
练习五	67
练习六	69
练习七	71
复习题	72
第九章 无穷级数	75
练习一	75
练习二	77
练习三	79
练习四	81
复习题	83
第十章 线性代数	85
练习一	85
练习二	88
练习三	90
练习四	91
练习五	93
练习六	94
练习七	97
练习八	99
练习九	102
练习十	104
练习十一	107
复习题	110
参考答案	113
第一章 函数、极限与连续	113
练习一	113
练习二	113
练习三	113



练习四	113
练习五	114
复习题	114
第二章 导数与微分	114
练习一	114
练习二	115
复习题	115
第三章 导数的应用	115
练习一	115
练习二	116
练习三	116
复习题	116
第四章 不定积分	117
练习一	117
练习二	117
练习三	118
练习四	118
复习题	118
第五章 定积分及其应用	119
练习一	119
练习二	119
练习三	119
复习题	120
第六章 微分方程	120
练习一	120
练习二	120
练习三	121
练习四	121
复习题	121
第七章 空间解析几何	122
练习一	122
练习二	122
练习三	122
复习题	123
第八章 多元函数微积分	123
练习一	123
练习二	123
练习三	124
练习四	124



练习五	125
练习六	125
练习七	126
复习题	126
第九章 无穷级数	126
练习一	126
练习二	127
练习三	127
练习四	127
复习题	128
第十章 线性代数	128
练习一	128
练习二	128
练习三	129
练习四	129
练习五	129
练习六	130
练习七	130
练习八	131
练习九	131
练习十	132
练习十一	133
复习题	133

第一章 函数、极限与连续性

练习一

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 的定义域是_____.
2. 函数 $y = \lg(4-x^2) + \arccos \frac{x-1}{3}$ 的定义域是_____.
3. 已知 $f(2x) = x^2 + x + 1$, 则 $f(x) =$ _____.
4. 设 $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x \leq 0 \\ 2^x & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(0) =$ _____.
5. 曲线 $f(x) = x^2 \sin x$ 关于_____对称.

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 下列各函数对中, () 中的两个函数相等.

- A. $f(x) = \frac{x^2}{x}, g(x) = x$ B. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$
 C. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x$ D. $f(x) = \sec^2 x - \tan^2 x, g(x) = \csc^2 x - \cot^2 x$

2. 设函数 $f(x) = x^4 + 2^x - 1$, 则该函数是().

- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇非偶函数 D. 既奇又偶函数

3. 设 $f(x+1) = x^2 - 1$, 则 $f(x) =$ ().

- A. $x(x+1)$ B. x^2 C. $x(x-2)$ D. $(x+2)(x-1)$

4. 函数 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 的图形关于() 对称.

- A. x 轴 B. y 轴 C. 原点 D. $y = x$

5. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \in [-3, 0] \\ -x^3, & x \in (0, 2] \end{cases}$ 是().

- A. 有界函数 B. 奇函数 C. 偶函数 D. 周期函数

三、分解下列各复合函数(每小题 6 分,共 30 分)

1. $f(x) = \ln \sqrt{\cos x}$ 2. $f(x) = e^{(x+1)^2}$



3. $f(x) = \arcsin \frac{x+1}{2}$

4. $f(x) = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$

5. $f(x) = \lg[\tan(x^2 + 1)^2]$

四、应用题(每小题 15 分,共 30 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} 1-2x, & |x| \leq 1 \\ x^2+1, & |x| > 1 \end{cases}$

(1) 作出函数 $f(x)$ 的图形;

(2) 求函数的值域;

(3) 求 $f(0), f(-2), f(2), f(-1), f(1)$.

2. 一位患者躺在医院的病床上打点滴。圆柱形的滴流瓶底面半径为 4cm, 高为 15cm, 在导管调节器的控制下, 瓶中的药液面以每分钟 $\frac{1}{6}$ cm 的速度下降。

(1) 计算当瓶中液面高度为 h cm 时, 进入病人静脉的药液体积 V ;(2) 求从给病人打点滴开始 t min 后瓶中的液面高度 h ;(3) 写出瓶中药液体积 V 作为时间 t 的函数表示式;

(4) 瓶中药液全部进入病人静脉需要多少时间?



练习二

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{1}{n} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = \underline{\hspace{2cm}}, \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设 $f(x) = \begin{cases} |x| + 1, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 左右极限都存在是函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处有极限的().

- A. 必要条件 B. 充分条件
C. 充要条件 D. 无关条件

2. 设 $f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \leq 0 \\ x^2 - 2, & x > 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = (\quad)$.

- A. 2 B. -2 C. -1 D. 0

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) = (\quad)$.

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. ∞

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - n + 1}{5n^3 + n^2 + n} = (\quad)$.

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. ∞ D. 0

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2 - (x-2)^2}{x^2 + 2x + 3} = (\quad)$.

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. ∞

三、求下列极限(每小题 6 分,共 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right)$



5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 1}{3^n + 1}$

四、解答题(每小题 15 分,共 30 分)

1. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$.

2. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$ 存在,求 a 及其极限值.

练习三

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\frac{\cot x}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{k}{x})^{2x} = e$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{3-x}{2-x})^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 下列各式中正确的是().

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 0$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sin x} = 1$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x} = (\quad)$.

A. $\frac{5}{3}$

B. 0

C. $\frac{3}{5}$

D. ∞

3. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \cot 2x = (\quad)$.

A. $\frac{1}{2}$

B. 0

C. 2

D. ∞

4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{1}{x}} = (\quad)$.

A. e^{-4}

B. e^4

C. $e^{\frac{1}{4}}$

D. $e^{-\frac{1}{4}}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{a}{x})^{bx+d} = (\quad)$.

A. e

B. e^b

C. e^{ab}

D. e^d

三、求下列极限(每小题 6 分,共 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \sin \frac{1}{x^3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+4} - 2}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x^2})^{x^2}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x-1}{x+3})^{x+2}$

四、解答题(每小题 15 分,共 30 分)

1. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x}{x-C})^x = 2$, 求 C.



2. (菌繁殖问题)由实验知,某种细菌繁殖的速度在培养基充足等条件满足时与当时已有的数量 A_0 成正比,即 $v = kA_0$ ($k > 0$),问经过时间 t 以后细菌的数量是多少?

(提示:把时间间隔 $[0, t]$ 分成 n 等分,在很短一段时间内细菌数量变化很小,繁殖速度可近似看成不变)

练习四

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{x-1}$, 当 $x \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 时 $f(x)$ 是无穷小量;

当 $x \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 时 $f(x)$ 是无穷大量.

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x^2 + 5}{x^2 + 2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^{10}}{(x+1)^2(2x-3)^8} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\tan x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时,下列变量为无穷小量的是().

A. $\ln x$

B. $\frac{\sin x}{x}$

C. $x \sin \frac{1}{x}$

D. $\frac{1}{\sqrt{x}}$

2. 如果 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$, 下列极限成立的是().

A. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \infty$

B. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = 0$

C. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x) + g(x)} = 0$

D. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$

3. 下列变量在自变量给定的变化过程中不是无穷大的是().

A. $\frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} (x \rightarrow +\infty)$

B. $\ln x (x \rightarrow +\infty)$

C. $e^{\frac{1}{x}} (x \rightarrow 0^-)$

D. $\ln x (x \rightarrow 0^+)$

4. 下列变量在自变量给定的变化过程中不是无穷小的是().

A. $2^{-x} - 1 (x \rightarrow 0)$

B. $\frac{x}{\sqrt{x^3-2x+1}} (x \rightarrow +\infty)$

C. $x^2(3 - \sin \frac{1}{x}) (x \rightarrow 0)$

D. $e^{\frac{1}{x}} (x \rightarrow 0^+)$



5. 当 $x \rightarrow 1$ 时, 无穷小 $1-x$ 和 $\frac{1}{2}(1-x^2)$ 的关系是().

- A. 高阶 B. 同阶 C. 等价 D. 以上都不是

三、求下列极限(每小题 6 分, 共 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^4 - 3x^2 + 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos 3x}{x^3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - 1}{\arcsin x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot (e^{3x} - 1)}{\ln^2(1+3x)}$

四、解答题(每小题 15 分, 共 30 分)

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \tan x \cdot \cos\left(\frac{2}{x}\right)$

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2+x) - \ln 2}{e^{2x} - 1}$



练习五

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} x \sin^2 \frac{1}{x}, & x > 0 \\ a + x^2, & x \leq 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续,则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ k, & x = 1 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续,则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 函数 $y = \begin{cases} x-4, & -2 \leq x < 0 \\ -x+1, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 的间断点是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 函数 $y = \frac{x^2-1}{x(x-1)}$ 的间断点是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{(x-2)(x+1)}$ 的连续区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处有定义是 $f(x)$ 在 x_0 处连续的().

- A. 必要条件 B. 充分条件
C. 充要条件 D. 无关条件

2. 下列说法正确的是().

- A. 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有定义,则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续;
B. 若 $f(x)$ 在 x_0 处有定义,且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在,则 $f(x)$ 在 x_0 上连续;
C. 若 $f(x)$ 在 x_0 处有定义,且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$,则 $f(x)$ 在 x_0 上连续;
D. 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内每一点都连续,则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续.

3. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x < 1 \\ a-3x, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处连续,则 $a = (\quad)$.

- A. 2 B. 5 C. 3 D. 4

4. 函数 $f(x) = \frac{x^3+2x^2-x-3}{x^2+x-6}$ 的连续区间是().

- A. $(-3, 2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -3) \cup (-3, 2) \cup (2, +\infty)$
C. $(-\infty, -3) \cup (-3, 2)$ D. $(-\infty, +\infty)$

5. 方程 $x^3+2x^2-x-2=0$ 在 $(-3, 2)$ 内().

- A. 恰有一个实根 B. 恰有两个实根
C. 至少有一个实根 D. 无实根

三、求下列极限(每小题 6 分,共 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{9}} \ln(2\cos 3x)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{\sin x}{x}$



$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x-1)}{x^2 + x - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} x \left(\sin \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin x} \right)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$

四、解答题(每小题 15 分,共 30 分)

$$1. \text{函数 } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x < 0 \\ \frac{\ln(1+bx)}{x}, & x > 0 \\ a - 1, & x = 0 \end{cases}$$

(1) 当 a, b 为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在极限?

(2) 当 a, b 为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续?

2. 讨论函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ 的连续性,若有间断点,说明间断点的类型.