

XIAN DAI XIAO XUE SHU XUE
SI WEI XUN LIAN
JIE TI CE LUE

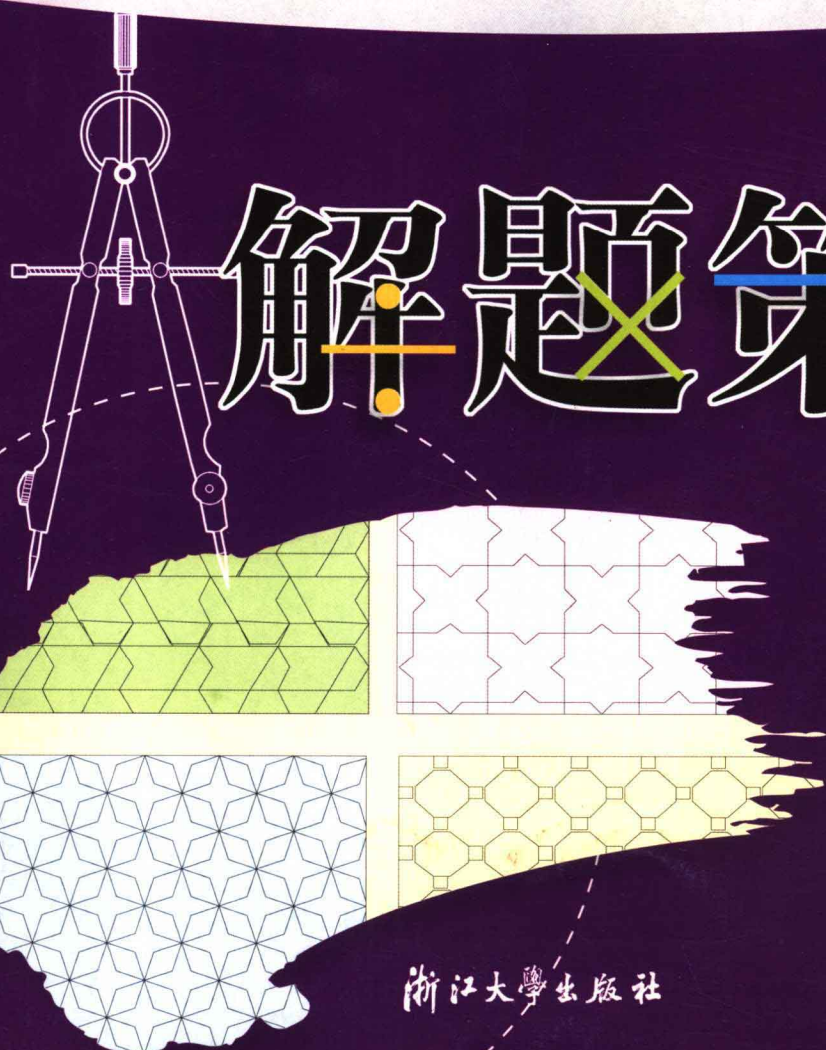


著名特级教师 浙江省功勋教师

张天孝 主编

现代小学数学

思维训练

A large illustration on the left side of the cover. It features a pair of compasses at the top, with a dashed line indicating a circle being drawn. Below the compasses is a large, irregular shape divided into four quadrants by a white cross. The top-left quadrant is green with a diagonal line pattern. The top-right quadrant is white with a black geometric pattern. The bottom-left quadrant is light blue with a white geometric pattern. The bottom-right quadrant is yellow with a black geometric pattern. The entire shape has a rough, torn-edge appearance on its right side.

解题策略

第9册

五年级 上册

浙江大學出版社

国家自然科学基金重点项目“儿童认知能力的发展和促进的研究”研究成果

现代小学数学思维训练

解题策略

主 编 张天孝

副主编 朱乐平 唐彩斌

编 写 任敏龙 张浩强

陈 敏 张天孝



第9册

五年级上册

浙江大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

现代小学数学思维训练解题策略. 第9册, 五年级.
上 / 张天孝主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2005. 6
ISBN 7-308-04253-7

I. 现... II. 张... III. 数学课—小学—解题
IV. G624. 505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 063873 号

责任编辑 冯社宁 杨晓鸣

封面设计 徐 宋(艺林设计)

出版发行 浙江大学出版社
(杭州浙大路38号 邮政编码310027)
(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 浙江大学印刷厂

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 6

字 数 100千

版 次 2005年6月第1版 2006年9月第2次印刷

印 数 10001-15000

书 号 ISBN 7-308-04253-7/G·891

定 价 10.00元

编者的话

一个民族要想站在科学的最高峰，就一刻也不能没有理论思维。培养学生的思维能力在学校教育中占据着突出的地位。通过数学学习，不仅可以使学生掌握基本的数学知识和技能，更主要的是可以训练他们的思维，增强分析问题和解决问题的能力。揭示数学思维过程，培养学生的思维能力，是数学教育的核心目标和首要任务。

培养学生数学思维能力的主渠道，是在课堂教学中组织富有成效的数学学习活动。配合课堂教学有计划、有目的地进行数学思维能力专项训练，也是促进学生数学思维能力发展的重要渠道。数学思维能力专项训练，是从学生已有的知识出发，选择适当的训练材料，围绕一个项目进行训练。训练的目的不是为了求出一个结果，引出一个结论，而是突出训练中的思维过程，即分析的过程、概括的过程、推理的过程和化归的过程。

20 世纪 80 年代，我们开展了小学数学思维训练的研究，1998—2002 年此项研究又作为国家自然科学基金重点项目“儿童认知能力的发展和促进的研究”的一个课题。在不断的实践和研究过程中，《小学数学思维训练》逐步完善。

数学思维训练的有效度，取决于科学的教学指导。为此，我们编写了《现代小学数学思维训练解题策略》，为学生提供全面而科学的指导，供学生学习时参考。

限于本书编写时间仓促和编者水平有限，编写中定有不当，欢迎广大师生批评指正。对于不同题目不同的解法，也欢迎参与积极讨论。

2004 年 9 月

目 录

一、图形的剪拼

..... (1)

二、格点与面积

..... (6)

三、不规则图形面积

..... (11)

四、平面图形的密铺

..... (16)

五、分解素因数

..... (21)

六、公因数问题

..... (26)

七、公倍数问题

..... (31)

八、余数问题

..... (35)

九、物不知其数

..... (40)

十、拆数中的和与积

..... (45)

十一、探索规律

..... (50)

十二、判断和推理

..... (56)

十三、分数大小比较

..... (62)

十四、骰子游戏

..... (68)

十五、取胜的策略

..... (73)

十六、抽屉里的数学

..... (77)

十七、解决问题(一)

..... (82)

十八、解决问题(二)

..... (87)

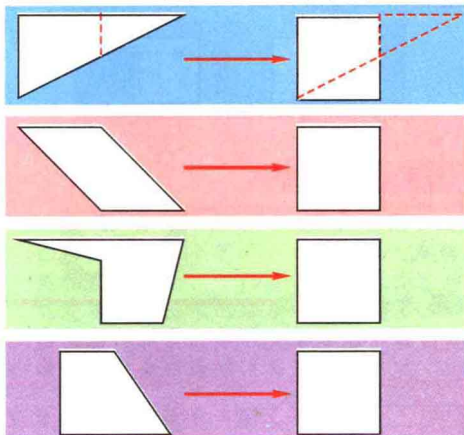


一、图形的剪拼

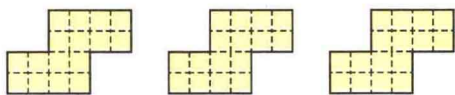


剪一刀，拼一拼

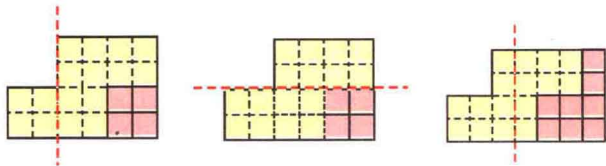
1. 把左面的图形剪一刀，然后分别拼成正方形，在左图中画出剪法，右图中用虚线表示拼法。



2. 观察下面图形，想一想，怎样剪一刀拼成长方形？怎样剪一刀拼成正方形？怎样剪一刀拼成平行四边形？你能想出几种不同的剪法吗？在下面图中表示出各种剪法、拼法。



有 16 个格子，所以拼成的正方形必然是“4×4”型的。

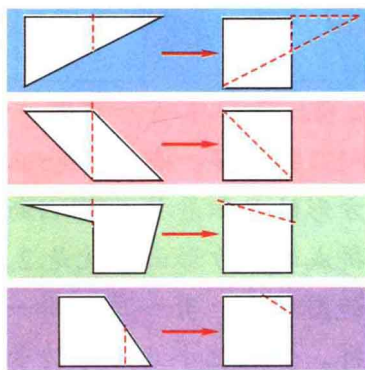


解题策略

剪一刀，拼一拼

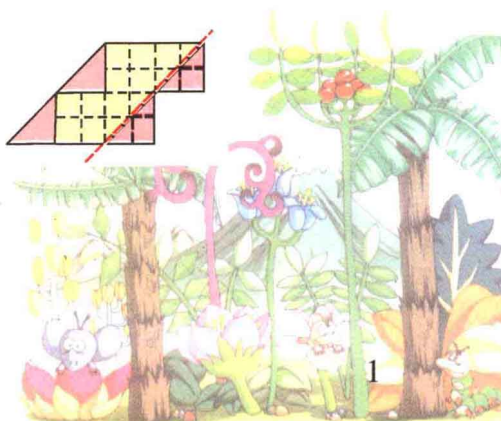
剪一刀，拼一拼

第 1 题，你是这样拼的吗？



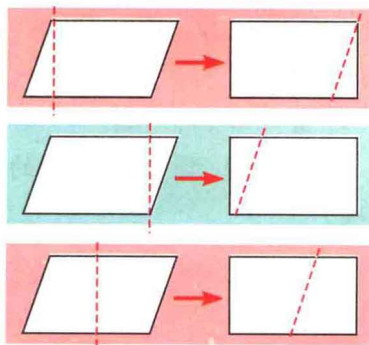
想一想，正方形可以分成哪两个基本图形？

第 2 题，以拼正方形和平行四边形为例。一共

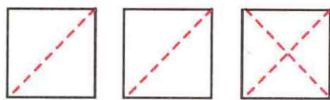




第3题,长方形的四个角都是直角,可以这样剪拼。

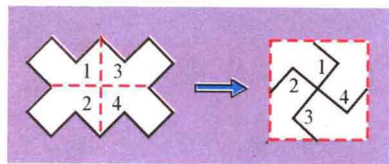
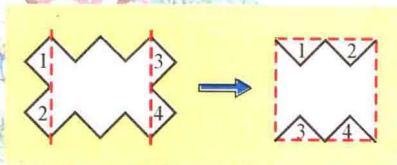


第4题,把一个小正方形的面积看作1,那么新拼成的正方形面积就是2。如图所示,剪一剪,拼一拼。如果把小正方形边长看作1,拼成的正方形对角线长就是2。

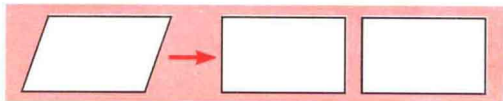


剪两刀,拼一拼

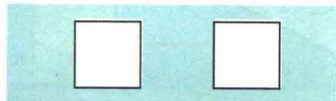
第1题,图中有8个小正方形。如果每个小正方形边长是1,拼成的正方形对角线长是4。图中箭头所示的长度相等,就是新正方形的边长。



3. 把下图剪一刀,拼成长方形,你能想出几种剪拼的方法?请在右图中表示出剪拼的方法。



4. 有两块面积相等的正方形纸片,各剪一刀,然后把4小块重新拼成一个正方形。

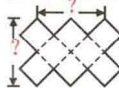


剪两刀,拼一拼

1. 把右图剪两刀,拼成一正方形。

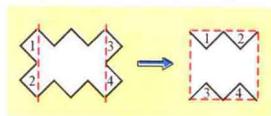


思考和交流

- (1) 这个图形含几个小正方形?能用这几个完整的小正方形拼成一个大正方形吗?
- (2)  量一量箭头所示的长度,你发现了什么?
- (3) 能把这个图形分成形状相同、大小相同的4块吗?

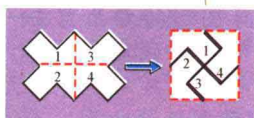


剪下左右两边4个角再拼。





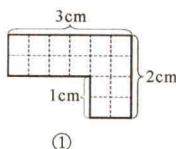
解题策略



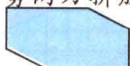
画两条垂线，沿垂线剪下分成形状相同的4块，再拼。



2. 下面有三个图形，请把①号图形剪两刀，拼成②号图形；把②号图形剪两刀拼成③号图形。



①



②

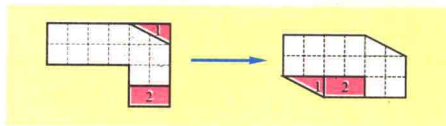
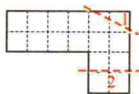


③

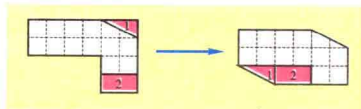
思考和交流

- (1) ①号、②号两个图形左、右两条边的距离相同吗？上、下两条边的距离呢？你能发现两个图形的联系和区别吗？
- (2) ③号图形四条边的长度相等吗？与②号图形有什么联系和区别？

在①号图形的右上方剪去一个底是1厘米高是0.5厘米的直角三角形；右下方剪去一个长1厘米，宽0.5厘米的长方形；分成三块后再拼成②号图形。

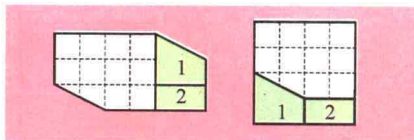


第2题，比较图形①和图形②的相同点与不同点，我们发现：如果把每一个正方形格子边长看作1，在①号图形的右上角剪去一个底是2，高是1的直角三角形，右下方剪去一个 2×1 的长方形，分成三块后，就可以拼成②号图形了。



从②号图形到③号图形，又有哪些变化呢？在②号图形的右边剪去一个上底是2，下底是3，高是2的梯形，再从这个梯形中

剪去一个 2×1 的长方形，使图形分成三块。你能拼出③号图形吗？



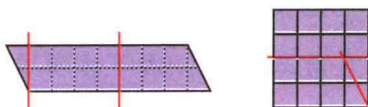
看来在剪裁问题中图形的面积是一条非常重要的线索。



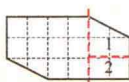
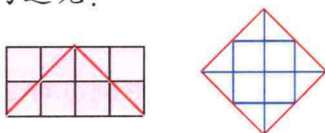


解题策略

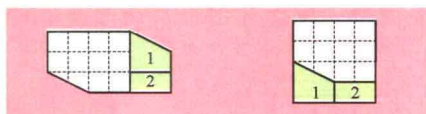
第3题, 打上小方格 (面积设为1) 就可以知道新拼成的正方形面积是16, 那么边长就是4, 怎么剪呢?



第4题, 现在对你来说应该是很简单了吧? 面积是8, 对角线长是4, 以谁为边呢?



在②号图形的右面剪去一个上底是1厘米, 下底是1.5厘米, 高是1厘米的梯形; 再从这个梯形里剪去一个长1厘米宽0.5厘米的长方形; 分成三块后再拼成③号图形。



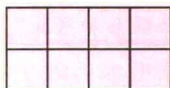
3. 把下面的图形剪两刀, 拼成一个正方形, 你会剪、拼吗?



如果打上小方格, 你能很快找出剪、拼的方法吗?



4. 把下面的图形剪两刀, 拼成一个正方形。

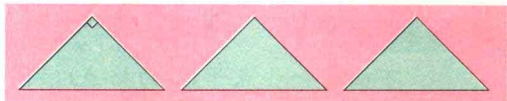


思考和交流

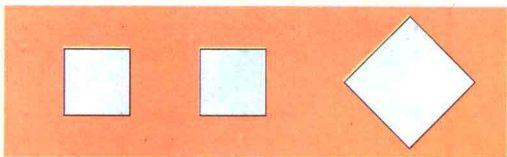
- (1) 用这几个完整的小正方形能拼成一个大正方形吗?
- (2) 能否将这个图形分成形状相同、大小相等的4块, 然后拼成一个大正方形?



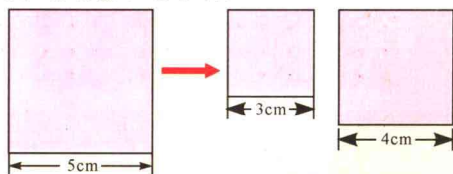
5. 把左面的直角三角形剪两刀，拼成一个长方形。你能想出不同的剪、拼方法吗？请在右图中画出不同的剪、拼方法。



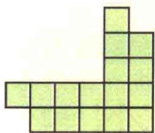
6. 有两块面积相等的正方形纸片，将其中一块剪两刀，然后把剪成的小块与另一块重新拼成一个正方形。



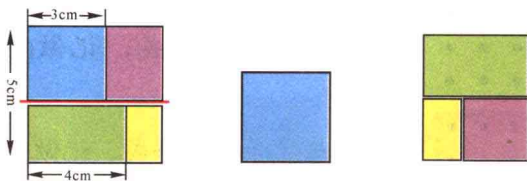
7. 把一个边长5厘米的正方形剪成4块，然后拼成一个边长3厘米和一个边长4厘米的正方形。想一想，怎样剪？怎样拼？



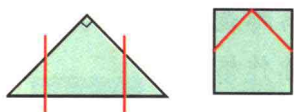
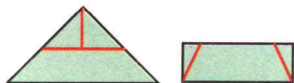
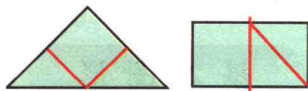
8. 把右图剪两刀，拼成一个大正方形。



把 5×5 的正方形分成 3×5 和 2×5 的两个长方形。然后从中剪出 3×3 和 4×2 的图形。

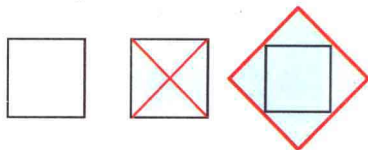


第5题，长方形的四个角都是直角。

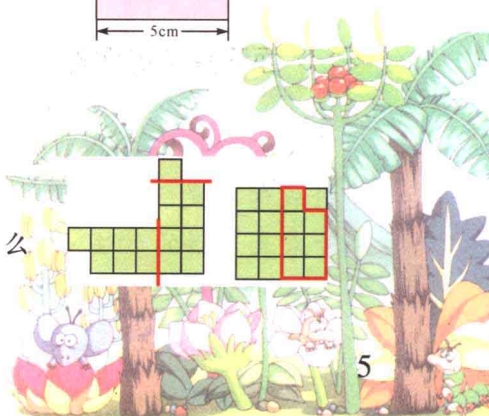
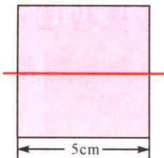


还有别的剪拼方法吗？

第6题，假设一个小正方形面积为1，拼成的正方形面积是2，所以它的边长应该是小正方形对角线的长：



第7题，根据要求，先



第8题，先考虑大正方形的边长， $16 = 4 \times 4$ ，你看怎么剪呢？



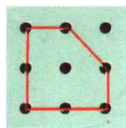
解题策略

基本图形

书上画的点子，横行和竖列相邻两个点之间的距离都是1，这样的点子我们称作格点。

第1题，你能计算这些图形的面积吗？有不一样的方法吗？比如可以这样算：

$$2 \times 2 - 0.5 = 3.5$$



第2题，题中给出了一些面积是1或0.5的基本图形，利用这些图形，就能比较容易地构造出各种形状各种面积的图形。

面积是2的图形

第1题，在各点上用基本图形拼成面积是2的图形。可以用序号来表示拼的方法，如：



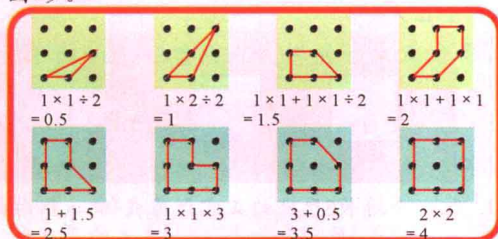
二、格点与面积



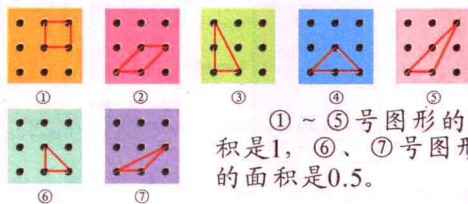
基本图形

下面的一些点子(称为格点)，横行和竖列相邻两个点之间的距离都是1。

1. 以格点连线为边，在格点上画出面积不同的图形。



2. 面积是1或0.5的基本图形有哪些？



①~⑤号图形的面积是1，⑥、⑦号图形的面积是0.5。



面积是2的图形

1. 在格点上用基本图形拼成面积是2的图形。



由2个②号图形拼成，记做(②，②)。



由2个②号图形拼成，记做(②，②)。



由②号与③号图形拼成，记做(②，③)。



由①号、⑥号、⑦号图形拼成，记做(①，⑥，⑦)。

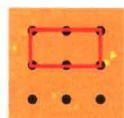
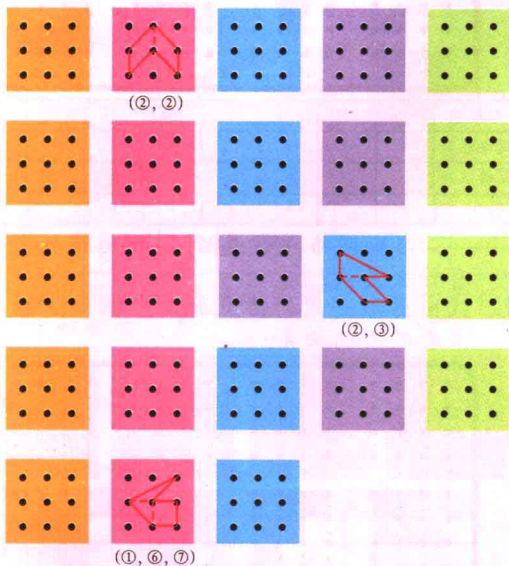


由②号与③号图形拼成，记做(②, ③)。

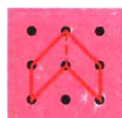


由①号、⑥号、⑦号图形拼成，记做(①, ⑥, ⑦)。

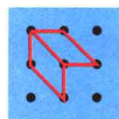
2. 用7个基本图形按顺序拼接，排除相同的图形，可以拼出23个面积是2的图形，请在格点图上画一画。



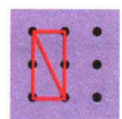
(①, ①)



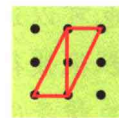
(②, ②)



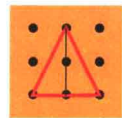
(②, ②)



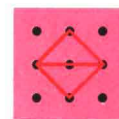
(③, ③)



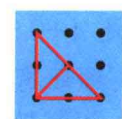
(④, ④)



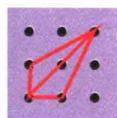
(③, ③)



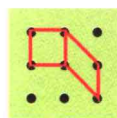
(④, ④)



(④, ④)



(⑤, ⑤)



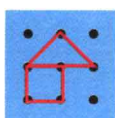
(①, ②)



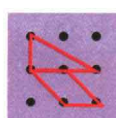
(①, ③)



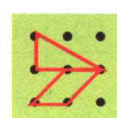
(①, ③)



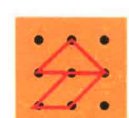
(①, ④)



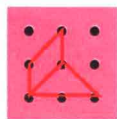
(②, ③)



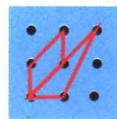
(②, ③)



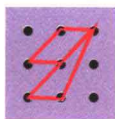
(②, ④)



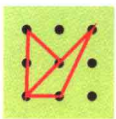
(②, ④)



(②, ⑤)



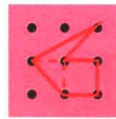
(②, ⑤)



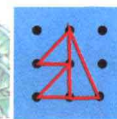
(④, ⑤)



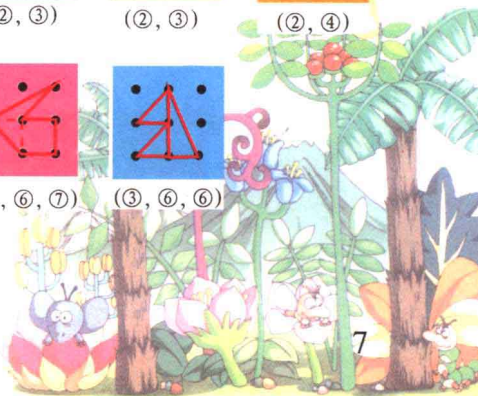
(④, ⑤)



(①, ⑥, ⑦)



(③, ⑥, ⑥)





格点数与面积

第1题,都是由基本图形组成的,可以很快得出它们的面积。

图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
一周格点数	4	6	8	10	4	6	8	14
中间格点数	0	0	0	0	0	0	0	0
面积	1	2	3	4	1	2	3	6

当中间格点数是0时,一周格点数与面积的关系是:

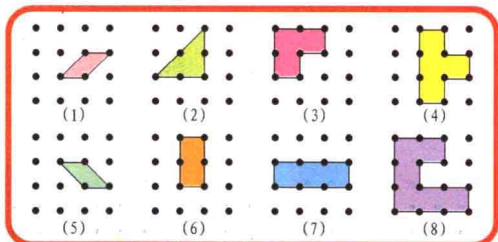
$$\text{面积} = \text{一周格点数} \div 2 - 1$$

第2题,也可以通过基本图形的面积很快得出结果。如图(1),就是(③, ③)组合,所以面积是2;图(5)是 $4+0.5$;图(7)是 $4-0.5$ 。你还有哪些巧妙的算法呢?



格点数与面积

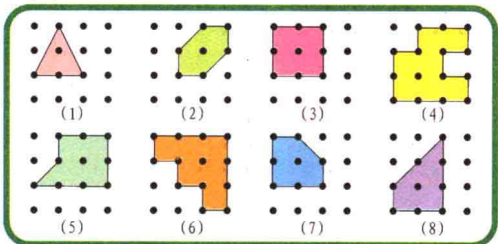
1. 下列每一个图形一周的格点数是多少? 每个图形的面积是多少?



图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
一周格点数	4	6	8	10	4	6	8	14
中间格点数	0	0	0	0	0	0	0	0
面积	1	2	3	4	1	2	3	6

当中间格点数是0时,一周格点数与面积有什么关系?

2. 找出图形一周的格点数、中间格点数与面积三者之间的关系。



图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
一周格点数	4	6	8	14	9	12	7	8
中间格点数	1	1	1	1	1	1	1	1
面积	2	3	4	7	4.5	6	3.5	4

显然, $\text{面积} = \text{一周格点数} \div 2$ 。

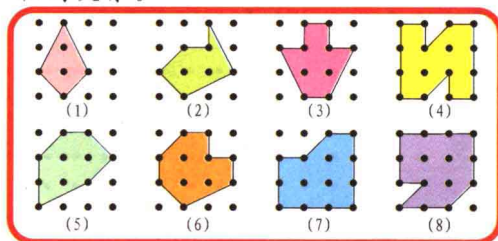


解题策略

图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
一周格点数								
中间格点数								
面积								

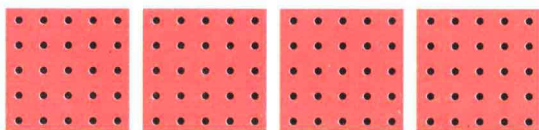
当中间有1个格点时，一周格点数与面积有什么关系？

3. 研究中间格点数是2或3时，一周格点数和面积的关系。



图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
一周格点数								
中间格点数								
面积								

4. 画出中间有4个格点的图形，研究一周格点数与面积的关系。



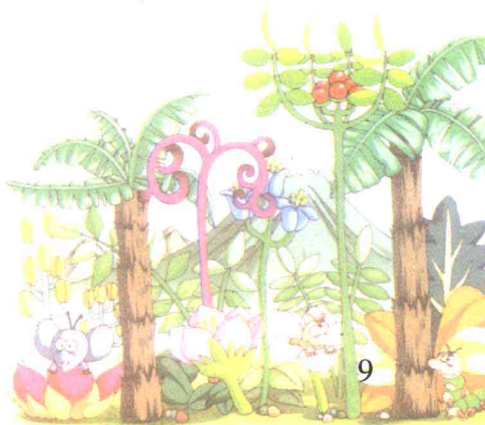
图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	...	
一周格点数						n
中间格点数	4	4	4	4	4	4
面积						

第3题，仍然可以利用基本图形的面积来求所给图形的面积。如图(1)，是(③, ③, ④)的组合，所以面积是3。又如图(4)，可以这样算： $9-1=8$ 。当中间有2个格点时：面积=一周格点数 $\div 2+1$

当中间格点数是3时呢？

第4题，画几个中间有4个格点的图形。它们的面积是否都等于一周格点数 $\div 2+3$ ？

面积和一周格点数之间究竟有什么样的关系？





解题策略

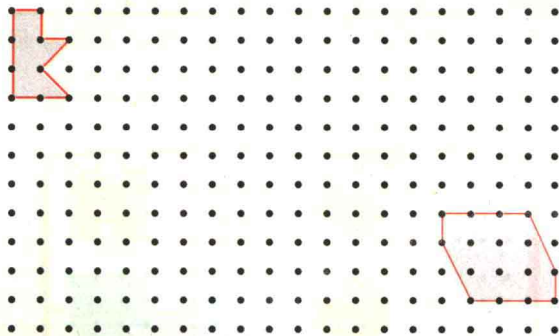
第5题,一周格点数都是10,面积随中间格点数的增加而增加,见表1。

第6题,看下表,归纳出一周格点数、中间格点数与面积的关系。

中间格点数	面积与一周格点数的关系
0	面积=一周 $\div$ 2-1
1	面积=一周 $\div$ 2
2	面积=一周 $\div$ 2+1
3	面积=一周 $\div$ 2+2
4	面积=一周 $\div$ 2+3
...	

面积=一周格点数 $\div$ 2+(中间格点数-1)。

5. 画出一周都是10个点,中间的点数分别是0、1、2、3、4、5、6的图形,研究点子数与面积的关系。



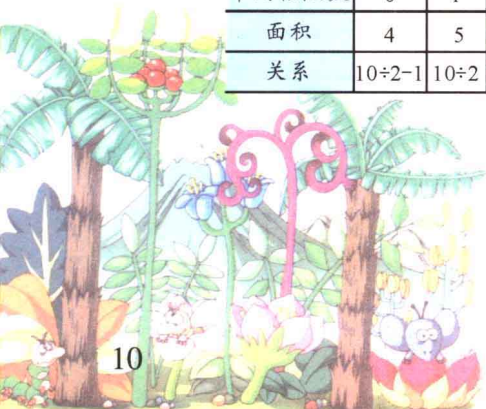
一周格点数	10						
中间格点数	0	1	2	3	4	5	6
面积	4						10
关系	$10 \div 2 - 1$						$10 \div 2 + (6 - 1)$

6. 你能归纳出一周格点数、中间格点数与面积的关系吗?

中间格点数	面积与一周格点数的关系
0	面积 =
1	面积 =
2	面积 =
3	面积 =
4	面积 =
面积 =	

表1

一周格点数	10						
中间格点数	0	1	2	3	4	5	6
面积	4	5	6	7	8	9	10
关系	$10 \div 2 - 1$	$10 \div 2$	$10 \div 2 + (2 - 1)$	$10 \div 2 + (3 - 1)$	$10 \div 2 + (4 - 1)$	$10 \div 2 + (5 - 1)$	$10 \div 2 + (6 - 1)$



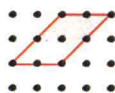


三、不规则图形面积



格点中的图形

1. 应用公式计算下面各基本图形(规则图形)的面积(横行和竖列相邻两点的距离都是1),再用格点数和面积之间的关系进行验证。

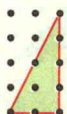
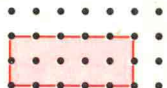
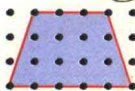


底=2, 高=2
面积=2×2=4

一周格点数=8
中间格点数=1
面积=8÷2=4

上底=3, 下底=5,
高=3
面积=(3+5)×3÷2
=12

一周格点数=10
中间格点数=8
面积=10÷2+(8-1)
=12



有一些图形是由一些基本图形组合而成,它的面积无法用基本图形公式直接计算,一般我们称这样的图形为不规则图形。

2. 下面的格点中横行、竖列相邻两点的距离是1,计算不规则图形的面积。



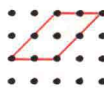
根据面积和格点数之间的关系计算:
 $S = 6 \div 2 + (3 - 1)$
 $= 5$



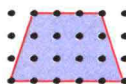
解题策略

格点中的图形

第1题,利用基本图形公式可以很快算出各个图形的面积:



$$2 \times 2 = 4$$



$$(3+5) \times 3 \div 2 = 12$$



$$3 \times 3 = 9$$

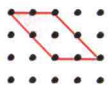


$$5 \times 2 = 10$$

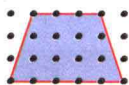


$$2 \times 4 \div 2 = 4$$

然后用格点数和面积之间的关系进行验证:



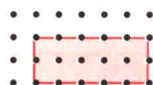
$$8 \div 2 = 4$$



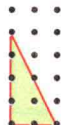
$$10 \div 2 + 7 = 12$$



$$12 \div 2 + 3 = 9$$



$$14 \div 2 + 3 = 10$$



$$8 \div 2 = 4$$

第2题,让我们讨论不规则图形的面积计算。

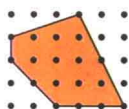


用格点算: $6 \div 2 + 2 = 5$



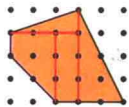
分割图形: $(1+3) \times 1 \div 2 + 3 \times 2 \div 2 = 5$





用格点算:

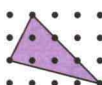
$$9 \div 2 + 8 = 12.5$$



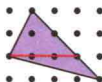
分割:

$$1.5 + 4 + 3 + 4 = 12.5$$

其余几个呢?



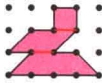
$$5 \div 2 + 2 = 4.5$$



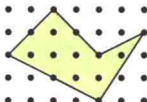
$$3 + 1.5 = 4.5$$



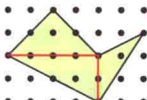
$$14 \div 2 + 1 = 6$$



$$1 + 2 + 3 = 6$$



$$8 \div 2 + 6 = 10$$



$$4 + 4 + 2 = 10$$

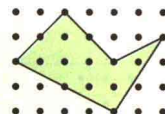
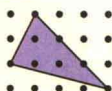
分割成 和 两个基本图形计算。
 $S_1 = (1+3) \times 1 \div 2 = 2$ $S_2 = 3 \times 2 \div 2 = 3$
 $S = 2 + 3 = 5$



一周格点数是9,
中间格点数也是9, 面
积是....

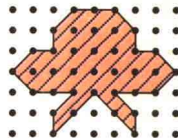
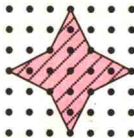


分割成 四个基本图形计算。



上面的格点中, 如果横行、竖列相邻两点的距离是2、3、4... 怎样计算图形的面积?

3. 计算下面不规则图形的面积(每个小正方形的面积都是1)。



第3题, 用分割图形计

算比较复杂, 用格点计数的方法算比较方便。

图形	一周格点数	中间格点数	面积
	8	9	$8 \div 2 + 8 = 12$
	24	13	$24 \div 2 + 12 = 24$
	25	6	$25 \div 2 + 5 = 17.5$