



瞿葆奎 主 编

吕 达 副主编

# 教育科学分支学科丛书

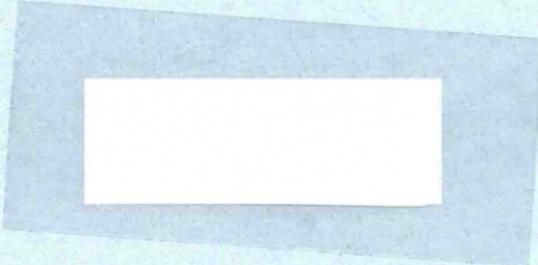
JIAOYU KEXUE FENZHI XUEKE CONGSHU

13

## 教育统计学

JIAOYU TONGJIXUE

冯伯麟 ◎著



PEOPLES  
EDUCATION  
PRESS

人民教育出版社



## 教育科学分支学科丛书

JIAOYU KEXUE FENZHI XUEKE CONGSHU

- |          |          |
|----------|----------|
| 1 教育哲学   | 11 教育技术学 |
| 2 教育逻辑学  | 12 教育测量学 |
| 3 教育社会学  | 13 教育统计学 |
| 4 教育政治学  | 14 教育评价学 |
| 5 教育经济学  | 15 教育心理学 |
| 6 教育文化学  | 16 教育史学  |
| 7 教育生态学  | 17 教育实验学 |
| 8 教育卫生学  | 18 教学论   |
| 9 教育行政学  | 19 比较教育学 |
| 10 教育信息学 | 20 元教育学  |

ISBN 978-7-107-25965-4

9 787107 259654 >



瞿葆奎 主 编  
吕 达 副主编

# 教育科学分支学科丛书

JIAOYU KEXUE FENZHI XUEKE CONGSHU

13

## 教育统计学

JIAOYU TONGJIXUE

冯伯麟◎著



PEOPLES EDUCATION PRESS 人民教育出版社  
·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

教育统计学/冯伯麟著. —北京: 人民教育出版社, 2014. 4

(教育科学分支学科丛书: 函装典藏版/瞿葆奎主编)

ISBN 978 - 7 - 107 - 25965 - 4

I. ①教… II. ①冯… III. ①教育统计学 IV. ①G40 - 051

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 051299 号

人民教育出版社 出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京天宇星印刷厂印装 全国新华书店经销

2014 年 4 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张: 11.625 字数: 298 千字

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与本社出版科联系调换。

(联系地址: 北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

## 目 录

|                            |             |
|----------------------------|-------------|
| 引 言.....                   | (1)         |
| <b>第一章 数据的频数分布.....</b>    | <b>(5)</b>  |
| 第一节 数据的类型.....             | (5)         |
| 一、按变量的特征分类.....            | (5)         |
| 二、按测量水平分类.....             | (6)         |
| 第二节 频数分布表.....             | (9)         |
| 一、频数(及频率)分布表.....          | (9)         |
| 二、累积频数(及频率)分布表 .....       | (13)        |
| 第三节 频数分布图 .....            | (16)        |
| 一、直方图 .....                | (16)        |
| 二、频数多边形 .....              | (18)        |
| 三、累积频数分布图 .....            | (19)        |
| 四、圆形图 .....                | (19)        |
| 五、茎叶图 .....                | (20)        |
| <b>第二章 数据分布的数字特征 .....</b> | <b>(22)</b> |
| 第一节 数据的代表值 .....           | (22)        |
| 一、平均值 .....                | (23)        |
| 二、中位数 .....                | (29)        |
| 三、中位数与平均值的比较 .....         | (32)        |

|                            |             |
|----------------------------|-------------|
| 第二节 数据的变异值 .....           | (33)        |
| 一、标准差 .....                | (34)        |
| 二、四分位差 .....               | (39)        |
| 三、数据的其他变异值 .....           | (42)        |
| 第三节 频数分布的偏度与峰度 .....       | (43)        |
| 一、偏斜系数 .....               | (44)        |
| 二、峰度系数 .....               | (45)        |
| 第四节 数据的转换 .....            | (46)        |
| 一、什么是数据的转换 .....           | (46)        |
| 二、数据转换的作用 .....            | (47)        |
| 三、百分等级转换 .....             | (48)        |
| 四、Z分数转换 .....              | (52)        |
| <b>第三章 随机变量的概率分布 .....</b> | <b>(56)</b> |
| 第一节 概率 .....               | (56)        |
| 一、随机现象与随机事件 .....          | (56)        |
| 二、概率定义 .....               | (59)        |
| 三、概率运算的基本法则 .....          | (62)        |
| 第二节 概率分布 .....             | (66)        |
| 一、随机变量 .....               | (66)        |
| 二、概率分布 .....               | (68)        |
| 三、随机变量的数字特征 .....          | (71)        |
| 第三节 二项分布与泊松分布 .....        | (74)        |
| 一、二项分布 .....               | (74)        |
| 二、泊松分布 .....               | (79)        |
| 第四节 正态分布 .....             | (83)        |
| 一、正态分布的一般形式 .....          | (83)        |
| 二、标准正态分布 .....             | (86)        |

---

|  |       |
|--|-------|
| 第四章 参数的统计估计 .....                            | (92)  |
| 第一节 抽样分布 .....                               | (92)  |
| 一、基本概念 .....                                 | (92)  |
| 二、样本平均数的抽样分布 .....                           | (97)  |
| 三、样本比例的抽样分布 .....                            | (99)  |
| 四、 $t$ 分布 .....                              | (99)  |
| 第二节 参数的点估计与区间估计.....                         | (102) |
| 一、点估计.....                                   | (102) |
| 二、区间估计.....                                  | (104) |
| 第三节 总体均值的区间估计.....                           | (106) |
| 一、总体正态分布且总体方差已知.....                         | (107) |
| 二、总体正态分布但总体方差未知.....                         | (108) |
| 三、总体非正态分布.....                               | (109) |
| 第四节 总体比例的区间估计.....                           | (112) |
| 一、当 $nP \geq 5$ 且 $nQ \geq 5$ 时利用正态分布表 ..... | (112) |
| 二、当 $nP < 5$ 时利用泊松分布表 .....                  | (113) |
| 三、考试中由选择题的卷面分数对真分数的<br>区间估计.....             | (114) |
| 第五节 随机抽样及样本容量的确定.....                        | (120) |
| 一、随机抽样的方法.....                               | (120) |
| 二、参数估计时样本容量的确定.....                          | (125) |
| 第五章 参数的假设检验.....                             | (131) |
| 第一节 假设检验的基本原理.....                           | (131) |
| 一、统计假设与小概率事件原理.....                          | (131) |
| 二、假设检验中的两类错误.....                            | (135) |
| 三、单侧检验与双侧检验.....                             | (137) |

---

|                            |       |
|----------------------------|-------|
| 第二节 单总体均值的检验.....          | (139) |
| 一、总体正态分布且总体方差已知.....       | (139) |
| 二、总体正态分布但总体方差未知.....       | (140) |
| 三、总体非正态分布.....             | (142) |
| 四、小结.....                  | (143) |
| 第三节 两个总体均值差异的检验.....       | (145) |
| 一、两个总体都服从正态分布且总体方差都已知..... | (145) |
| 二、两个总体都服从正态分布但总体方差都未知..... | (147) |
| 三、两个总体非正态分布.....           | (152) |
| 四、成对数据的均值检验.....           | (152) |
| 第四节 假设检验的效能.....           | (155) |
| 一、如何评价参数的差异.....           | (155) |
| 二、假设检验的效能及其影响因素.....       | (161) |
| 三、检验效能的估算与样本容量的确定.....     | (164) |
| 第五节 其他总体参数的检验.....         | (170) |
| 一、总体比例的检验.....             | (170) |
| 二、正态总体方差的检验.....           | (173) |
| 三、偏斜系数与峰度系数的检验.....        | (179) |
| 四、异常数据的检验.....             | (181) |
| 第六章 方差分析.....              | (184) |
| 第一节 方差分析的基本原理.....         | (184) |
| 一、多重 $t$ 检验的问题 .....       | (184) |
| 二、方差分析的逻辑基础.....           | (185) |
| 三、方差分析的基本条件.....           | (189) |
| 第二节 单因素方差分析.....           | (190) |

---

|                                     |              |
|-------------------------------------|--------------|
| 一、完全随机设计的方差分析.....                  | (190)        |
| 二、随机区组设计的方差分析.....                  | (195)        |
| 第三节 方差分析中的多重比较.....                 | (201)        |
| 一、Tukey 法 .....                     | (201)        |
| 二、N-K 法 (Newman-Keuls method) ..... | (203)        |
| 第四节 多因素方差分析简介.....                  | (205)        |
| 一、两因素设计的一般特点.....                   | (205)        |
| 二、两因素完全随机设计.....                    | (207)        |
| 三、两因素随机区组设计.....                    | (215)        |
| 四、关于多因素设计的几个问题.....                 | (216)        |
| <b>第七章 相关分析.....</b>                | <b>(219)</b> |
| 第一节 相关系数及其含义.....                   | (219)        |
| 一、相关.....                           | (219)        |
| 二、相关系数.....                         | (219)        |
| 三、相关分析在教育研究中的意义.....                | (221)        |
| 第二节 积差相关.....                       | (222)        |
| 一、积差相关的概念及其适用条件.....                | (222)        |
| 二、积差相关系数的计算.....                    | (223)        |
| 三、积差相关系数的统计推断.....                  | (225)        |
| 第三节 其他相关系数.....                     | (227)        |
| 一、斯皮尔曼等级相关.....                     | (227)        |
| 二、肯德尔 W 系数 .....                    | (231)        |
| 三、点二列相关.....                        | (233)        |
| 四、二列相关.....                         | (235)        |
| 五、偏相关.....                          | (239)        |

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| 第八章 回归分析.....             | (241) |
| 第一节 一元线性回归.....           | (241) |
| 一、一元线性回归方程的建立.....        | (242) |
| 二、一元线性回归方程的检验.....        | (245) |
| 三、一元线性回归方程的应用.....        | (248) |
| 四、可以化为线性回归的问题.....        | (253) |
| 第二节 多元线性回归.....           | (256) |
| 一、多元线性回归方程的建立.....        | (256) |
| 二、多元线性回归方程的检验.....        | (259) |
| 第九章 因素分析.....             | (263) |
| 第一节 探索性因素分析.....          | (263) |
| 一、探索性因素分析的基本原理.....       | (264) |
| 二、探索性因素分析的基本过程.....       | (268) |
| 三、应用举例.....               | (274) |
| 第二节 验证性因素分析.....          | (277) |
| 一、验证性因素分析的数学模型.....       | (278) |
| 二、验证性因素分析的步骤.....         | (279) |
| 三、验证性因素分析的应用.....         | (287) |
| 第十章 $\chi^2$ 检验 .....     | (290) |
| 第一节 $\chi^2$ 分布及其特点 ..... | (290) |
| 一、 $\chi^2$ 分布 .....      | (290) |
| 二、 $\chi^2$ 检验 .....      | (291) |
| 第二节 适合度检验.....            | (292) |
| 一、检验实际的频数是否符合某一假设.....    | (293) |
| 二、检验实际的频数分布是否符合理论分布.....  | (294) |

---

|                        |       |
|------------------------|-------|
| 第三节 独立性检验.....         | (297) |
| 一、独立性检验的主要步骤.....      | (297) |
| 二、列联系数.....            | (301) |
| 第十一章 元分析.....          | (304) |
| 第一节 实验研究结果的元分析.....    | (305) |
| 一、效果量的整合.....          | (305) |
| 二、考虑测量误差时对效果量的整合.....  | (308) |
| 三、 $t$ 检验结果的整合 .....   | (309) |
| 第二节 相关研究结果的元分析.....    | (313) |
| 一、相关系数的整合.....         | (313) |
| 二、考虑测量误差时对相关系数的整合..... | (316) |
| 附 统计用表.....            | (321) |
| 主要参考文献.....            | (357) |
| 后 记.....               | (359) |

## 引言

统计是一种古老的计量手段。如果把收集和整理资料的活动都纳入统计学发展的历史中，则这门学科源远流长。它起源于国家状态的描述，英文“statistics”一词可追溯到拉丁文“status”（状态或国家）。公元前三千年古代的巴比伦、中国、埃及为了征兵、征税而进行过人口调查。后来这种对各国状态的描述和比较被称为“政治算术”。它是统计学早期发展中的重要组成部分。

数理统计学则是随着社会生产的发展、概率论的建立而形成的近代学科。它的任务在于如何从对象的种种变异性与不确定性中发现其规律性。变异（或称差异）是社会和自然界的一种基本事实，人口调查的原始资料反映人与人之间年龄、性别、职业等多方面的变异；对同一对象的多次测量，由于测量误差的存在，其结果也存在变异。从集中、离散、分布等方面的特征来分析描述这种变异性，会发现其变异是有某种规律的。不确定性或者说偶然性也是普遍存在的现象。同一台机器出来的产品质量有好有坏，具体到某一个成品出来之前到底是正品还是次品，是不确定的；在抽奖活动中，每次抽取是否能中，事前是不确定的；最典型的例子是投掷硬币，每次投掷前是不能确定其正面还是反面朝上的，但是从多次投掷的结果看，它是有规律的。同样，成品的多次检验以及随着抽奖次数的增多，它们同样也有规律。

数理统计学主要由描述统计学与推断统计学组成。描述统计学主要研究如何以图表、表示数据集中或离散程度的特征值以及分布形态来约简、概括、描述一组数据，从而使杂乱无章的数字更好地

显示出某些特征或规律。推断统计学则主要研究如何通过局部数据（样本）所提供的信息，对整体（总体）的性质作出某种判断和推论。

教育统计学是数理统计学在教育领域的应用。从学科体系来讲，教育统计学属于教育科学体系的方法论分支；就学科性质而言，教育统计学又属于数理统计学的一个应用分支。

在教育领域，各种各样的数据资料需要管理部门或科研单位进行处理，如学校的规模、设备的投资、师资与学生人数、考试的分数，等等。为了直观地反映数据的全貌，常常以统计图表进行数据的整理；为了进一步研究，常常用一些统计量来代表数据的集中、离散以及分布等特征；有时还要对两种或两种以上现象的内在联系进行定量描述。这些都离不开教育统计学。

由局部的结果对总体状况进行统计推断，在教育调查和实验中被广泛应用。首先，对调查的样本如何随机抽取、样本容量怎样确定以及抽样分布的分析、误差的估计，等等，这些统计内容被称作参数估计。其次，在大量的教育实验中，常常要对两种事物或现象进行比较，对其差异进行分析，从而对总体是否也存在差异进行推断。例如，一次考试后两个班平均分的差异，能否说明两班学生真实水平的差异？实验班经过一段时间后，优秀率高于控制班，能否说明其结果不是偶然，进而证明实验的有效性？这种由样本统计值的差异对总体参数的差异进行统计推断，称为假设检验。此外，在实验设计中对被试的分组、对变量的分析与控制，同样是教育统计学研究的内容。

因此，教育统计学是现代教育管理必需的知识，是教育、教学、科研的有利工具。

一般认为，教育统计学形成于 20 世纪初。随着统计学本身的发展以及教育科学的进步，教育统计学开始了它的初级阶段——描述统计阶段。到了 20 世纪 40 年代以后，人们逐渐认识到教育领域

中很多属于随机现象，因而不再仅仅满足于统计描述，开始根据小样本理论，从样本的数据推断总体的某些性质，使教育统计进入了推断统计阶段。而 60 年代以后，由于计算机发展与应用，人们从多方位、多角度、多维度、多变量研究问题，处理数据的繁复计算已不再是统计发展的障碍，从而教育统计也发展到它的实质性阶段——多元分析阶段。

本书的重点在于推断统计，力求在介绍推断方法时突出统计推断的逻辑思想。全书共十一章：第一、二章的内容属于描述统计，即利用图表及统计值对数据进行统计描述；第三章是向推断统计过渡的重要基础知识，介绍了随机变量以及随机变量的概率分布；第四章至第十章基本上是常用的统计推断方法，包括参数估计及各种假设检验，其中第九章因素分析已属于多元分析的内容，由于它常用于教育研究，因此本书做了简介。全书在密切联系教育科研的实际方面做了较大努力。例如，在第二章中介绍了数据转换的意义与应用；在第四章中涉及考试的选择题分数统计；在第五章中增加了异常数据的检验，同时对统计检验的效能做了分析；为了进一步提高广大教育科研工作者综合分析文献的统计能力，对元分析方法单独列章（第十一章）加以介绍。

我国教育统计学的发展，在初期与欧美国家的差距并不突出，对有关教育统计学著作的引进与翻译，几乎与欧美教育统计学的发展同步。早在 20 世纪 20 年代就出版了不止一本教育统计学的著作或译著。50 年代以后尤其是“文化大革命”期间处于停顿状态，甚至被迫取消了有关教育统计学的研究与教学。改革开放以来，随着国际学术交流的扩大、教育科学的客观需要，我国教育统计学迅速地发展并取得了显著成就。它突出地体现在与教育测量学的密切结合、相互促进方面。

教育统计学与教育测量学自诞生之日起就有着紧密的联系。测量的结果离不开数据，测量的技术需要信度、效度等量化指标，这

些数据的分析、指标的计算与解释，都要应用教育统计学的理论与方法，尤其是测量理论的数学模型，其本身就是统计模型。近年来我国教育统计学者与教育测量学者协同合作，在经典测量理论的应用及现代测量理论（如项目反应理论、概化理论）的引进研究与应用方面都取得了长足的进步。我国高等学校入学考试、国家人事考试等大规模考试改革的实践，为这两门学科的结合与进展提供了契机。我国考试的科学化、标准化改革的一系列进展，如题库的建设、题目分析技术的应用、误差的控制、考试分数的标准分转换与等值研究等，都是教育统计学与教育测量学研究成果的具体实践。

我国教育统计学的进展必将进一步促进我国教育管理、教育研究水平的提高。而我国教育管理、教育研究水平的不断提高，也一定会对教育统计学的发展提出更新更高的要求。

# 第一章 数据的频数分布

教育科学的定量研究与其他领域的科学研究一样，面对各种各样的变量。所谓变量，是相对于常量而言的、可以取各种不同值的量，它代表着观测对象的某些特征。而对这些特征以观察、实验、测量等方式所收集到的具体数值结果，一般称作数据（data）。

本章将介绍数据的类型以及对数据进行初步统计整理的方法。

## 第一节 数据的类型

### 一、按变量的特征分类

变量一般分为数值变量与文字变量。前者表示研究对象的属性在“量”上的差异，可以用数值单位来度量，由此得到的数据称作定量数据；后者反映研究对象的属性在“质”上的不同，虽不能在数量上求其精确，但能按一定的标准分类，由此得到的数据称作定性数据。

#### （一）定量数据

表示教育投资、在校生人数、学生身高、入学考试成绩等方面的数据都可以叫作定量数据。定量数据还可分为离散数据与连续数据两种。离散数据在数轴上是以点呈现的，10与11彼此间断，其间不能再有数值。而连续数据在数轴上是以区间呈现的，在理论上任何一个区间内都可以取任意多个数值。在实际应用中，两者在形式上不易严格区分。例如人数、次数都是离散数据，但在统计分析

时也常常出现例如平均 10.3 人、平均 9.8 次的情况；而连续数据本来只能用区间表示，但为了方便，常用这个区间的中点表示：60 千克代表 59.5~60.4 千克这个区间。

## （二）定性数据

定性数据是对事物特征分类的结果，为了统计方便，往往对这种分类结果赋予数字，因而习惯上也称其为数据。例如性别变量的结果以男、女表示，而在统计时常标定为 1, 0，这时的 1, 0 虽为数字，却只起符号作用，不具有“量”的意义。定性（即分类）的标准有时是对象本身的客观特征，如性别、职业等等；有时是对象在定量基础上的特征，如及格、不及格，它是按考试成绩是否高于 60 分来分类的，这种数据形式上是定性，但含有定量的成分。

## 二、按测量水平分类

测量可以认为是用数值按一定的标准或规则来描述对象特征的过程。不同的标准或规则反映不同层次水平的测量。例如学生的考试，它是对学生的知识及能力的测量。如果我们的规则是“顺序”，则用第一与第二等数字形式来描述学生的知识或能力，这时作为测量结果的这些数值只提供学生彼此之间的名次顺序，而彼此之间的差距具体是多少分却无从知晓；假若我们的规则不但包括顺序还需比较差距，则需用试卷的分数作为测量结果。显然，后一个规则比前一个规则能提供更多的信息。换言之，后一个测量水平比前一个测量水平高。

测量水平不同，得到的作为测量结果的数据也具有不同的功能。

### （一）分类数据

按事物属性分类的结果称作分类数据。分类是最低层次（水平）的测量。例如将学生分为男生、女生是按性别分类，分为汉族、少数民族是按民族分类。分类具有互斥性，即同一个体不能出