



普通高等教育电子科学与技术类特色专业系列规划教材

激光原理

袁晓东 刘 肯 编著



科学出版社

普通高等教育电子科学与技术类特色专业系列规划教材

激 光 原 理

袁晓东 刘 肯 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书首先阐述激光与普通光的本质区别,使读者对于激光有一个总体认识;接下来讨论激光谐振腔、高斯光束和高斯光束的变换,读者可以了解激光谐振腔和激光光束的性质,掌握激光光束的变换规律和操控方法;通过激光器经典理论和半经典理论的学习,读者能够了解激光放大和振荡的基本规律;激光器模式控制和脉冲激光器部分则主要讲述如何对激光器进行操控来实现激光的高频率分辨或者高时间分辨;最后对于常见的典型激光器作了简单介绍,使读者对于不同类型激光器的特点有一个较全面的了解。

本书可作为高等工科院校本科生激光原理课程教材,也可供相关专业方向的高等院校师生及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

激光原理 / 袁晓东、刘肯编著. — 北京: 科学出版社, 2016.3

ISBN 978-7-03-047289-2

I. ①激… II. ①袁… ②刘… III. ①激光理论—高等学校—教材
IV. ①TN241

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 025495 号

责任编辑: 潘斯斯 李 清 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 徐晓晨 / 封面设计: 迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 3 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2016 年 3 月第一次印刷 印张: 16

字数: 415 000

定价: 45.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

自 20 世纪 60 年代世界上首台激光器问世,经历了半个多世纪的发展之后,现在激光已经渗透到生活、生产、军事和科研等各个方面,如激光指示器、激光 DVD、激光打印、激光通信、生产上的激光切割和焊接、激光测距,乃至军事上的激光制导、激光武器,科研方面的激光光谱、激光制冷及激光干涉引力波测量等,可以说没有激光,我们的世界将是另一番景象。随着激光应用的日益广泛,更多领域的学生和学者们希望从不同的角度对激光有一个更加深入的认识,我们有幸能够为不同专业的本科生介绍激光原理课程,包括光学专业、非光学专业,甚至非理工科的学生。在本书编写过程中我们力图讲述简明易懂,在不失逻辑严密性的同时尽量简化数学推导;为了便于读者跟随讲解思路,尽量使讨论内容连贯,减少跳跃;对于某些省略的推导和结论本书以附录的形式写出,供有兴趣的读者参考;针对书中的习题将参考答案附在书后以方便自学;总之希望能够使更多了解和认识激光的读者从本书的阅读和学习中受益。

本书在内容编排上共 7 个部分,每个部分之间相对独立,读者可以根据自身的兴趣和需求选择阅读和学习。

第一部分:第 1 章,讲述激光和普通光的本质区别,为此引入一些基本概念,如光波的纵向相干、横向相干、光波模式、模式密度、集光率等,使读者对于激光有一个初步但又重要的认识,通过例题了解激光与普通光的本质区别,以及在何种应用中使用激光和为什么必须使用激光。

第二部分:第 2、3、4 章,讨论激光谐振腔和谐振腔中的自再现光波场,激光谐振腔是激光器的重要组成部分,读者通过学习可以了解谐振腔在确定激光场分布和激光频率中的作用,从而掌握激光器谐振腔的设计方法,特别是通过学习高斯光束的传输变换理论有助于在实际工作中更好地掌握和运用激光束的操控和变换技术。

第三部分:第 5、6、7 章,引入受激辐射与光放大,它是激光产生的核心,光放大与谐振腔相结合即实现光波模式的有选择放大,构成激光器,这一部分内容完全建立在经典理论的基础上,具有一定的局限性。

第四部分:第 8 章,讨论激光器的半经典理论,由于使用了较多的数学和量子力学,建议学有余力的学生或者对于半经典理论有需求的读者阅读。

第五部分:第 9 章,介绍气体增益介质激光器,其中 9.1 节引入气体原子的多普勒效应,9.2 节定性讨论气体激光器的一些效应和现象,该节的学习有助于在第 9 章以后各节的学习中有效地把握数学推导过程中的物理思想,后续各节将这些效应和现象的经典理论建立在较为严密的数学演算基础上,学习内容的取舍可以由读者自行选择。

第六部分:第 10、11、12、13 章,其中第 10、11 章讨论如何对激光器进行操控来实现对激光参量的控制,如窄频率线宽激光和窄时间脉冲激光的实现。在学习激光的基本理论之后,第 12、13 章主要针对不同类型的激光器进行介绍,第 12 章介绍各种典型激光器;由于半导体激光器是目前应用越来越广泛的激光器,第 13 章专门对其进行介绍。

我们希望读者在了解激光器的工作原理后，通过第 12、13 章的学习能够对于各种激光器的具体构成有一个初步认识。

本书的第 13 章由刘肯编写，其余章节由袁晓东编写，全书由袁晓东统稿、定稿。

在编写过程中，暨南大学陈振强、陈哲教授，国防科学技术大学姜宗福、杨丽佳、胡绍民、王晓峰、周健、徐钢健等老师和同学提出了许多宝贵意见，在此谨表衷心感谢。

在本书的编写过程中，我们不断地学习前辈专家有关激光理论与技术的专著与教材，使我们受益匪浅，本书得以顺利完成，在此向他们表示诚挚的谢意。

由于作者水平有限，书中难免存在疏漏和不妥之处，望广大老师、学生和读者予以批评指正。

作 者

2015 年 10 月

目 录

前言

第 1 章 光波的相干性描述	1
1.1 激光的概念	1
1.2 光波的模式密度	2
1.3 光波的纵向相干性	4
1.4 横向相干性	8
1.5 集光率与辐射度	10
习题	15
第 2 章 光学谐振腔的一般性质	16
2.1 平行平面镜腔的光强透射率	16
2.2 谐振频率	17
2.3 模式频率宽度	19
2.4 光子寿命与品质因子	20
习题	24
第 3 章 高斯光束与激光谐振腔	25
3.1 对称共焦腔中的自再现模	25
3.2 高斯光束	27
3.3 薄透镜对高斯光束的变换	30
3.4 一般球面镜光学谐振腔中的高斯光束	32
3.5 高阶模	36
3.6 谐振腔的谐振频率	38
习题	41
第 4 章 高斯光束传输变换	42
4.1 高斯光束的聚焦	42
4.2 高斯光束的准直	44
4.3 光线光学的矩阵方法和高斯光束的传输变换	46
习题	54
第 5 章 受激辐射和光增益	56
5.1 受激辐射	56
5.2 自发辐射的经典谐振子模型	60

5.3	激光增益	66
5.4	增益截面	67
5.5	非辐射跃迁和量子效率	69
	习题	70
第 6 章	激光放大器	71
6.1	三能级系统与四能级系统的粒子数变化的速率方程	71
6.2	增益饱和	73
6.3	放大器增益	74
6.4	光纤放大器	77
	习题	79
第 7 章	连续波激光器	80
7.1	激光产生的条件	80
7.2	激光器稳态运转	82
	习题	87
第 8 章	激光器的半经典理论	89
8.1	密度矩阵	89
8.2	集居数矩阵	92
8.3	电磁场方程	93
8.4	激光器的单模运转和速率方程解	95
8.5	激光器的多模运转	100
8.6	两模运转和模竞争问题	104
8.7	三模运转和锁模	107
	习题	110
第 9 章	气体激光器	111
9.1	运动原子的多普勒效应	111
9.2	气体原子激光器振荡的定性讨论	113
9.3	气体原子辐射的频率分布	115
9.4	非均匀加宽增益介质的增益系数	118
9.5	气体介质激光器的输出光强	121
	习题	126
第 10 章	激光器模式控制	127
10.1	均匀加宽增益介质激光器	127
10.2	非均匀加宽增益介质激光器	130
10.3	激光器的稳频	135
	习题	138

第 11 章 脉冲激光器	140
11.1 Q 开关激光器理论	140
11.2 Q 开关激光器产生激光脉冲的过程	144
11.3 激光器 Q 开关实现方法	145
11.4 激光器锁模原理	153
11.5 激光器锁模的方法	158
习题	161
第 12 章 典型激光器简介	163
12.1 原子激光器	163
12.2 分子激光器	166
12.3 离子激光器和准分子激光器	169
12.4 固体激光器	171
12.5 光纤激光器	176
习题	188
第 13 章 半导体激光器	189
13.1 半导体材料的性质	189
13.2 半导体激光器的谐振腔	195
13.3 半导体激光器的工作原理	198
13.4 半导体激光器的速率方程	204
习题	210
附录 A 薄透镜对光束的变换性质	212
附录 B 方形球面镜谐振腔的谐振频率	215
附录 C 第 11 章式(11.45)的推导	218
附录 D 布拉格声光光栅的衍射效率与光纤光栅的反射率	220
附录 E 符号索引	224
附录 F 习题参考答案与解答	231
参考文献	248

第 1 章 光波的相干性描述

本书介绍的核心内容是激光，因此试图通过本章的讨论使读者能够了解激光与普通光的本质区别，这有益于大家更清楚地认识激光和更好地应用激光，为此本章将引入相干性、横向相干、纵向相干、集光率、光波模式等概念，这些概念的学习和掌握不仅有助于对本书的学习，而且对于很多光学现象的认识和光学理论的理解也是有益的。

1.1 激光的概念

激光的原意是受激辐射放大的光，句子简化就变成——激光是光，关于受激辐射放大将在第 5 章中讨论。严格地说激光是一种光，因此激光具有光的通性，光是电磁波，从量子理论来看，光波(电磁波)由大量光量子组成，光子不具有静止质量，并且具有下列物理性质。

(1) 光子具有能量：

$$E_{\text{photon}} = h\nu \quad (1.1)$$

式中， $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 为普朗克常量， ν 为光波频率。

(2) 光子具有质量：

$$m_{\text{photon}} = \frac{E_{\text{photon}}}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (1.2)$$

(3) 光子具有动量：

$$\vec{p} = m_{\text{photon}} c \cdot \hat{k} = \frac{h\nu}{c} \cdot \hat{k} = \hbar \vec{k} \quad (1.3)$$

式中， $\hat{k}$ 表示光传播方向的单位矢量， $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ， $\vec{k} = \frac{2\pi\nu}{c} \hat{k}$ 。

(4) 光子具有两种独立的偏振状态，对应于经典电磁场的电场振动方向或磁场振动方向。

(5) 光子自旋为 1，因此光子为玻色子，光子的分布状态不受泡利不相容原理的限制。

激光和普通光的本质都是光，激光和普通光的区别在于它们的相干性不同。什么是相干？下面通过生活例子来说明。

我们都有过观看国庆阅兵的经历，在阅兵中的各种方队中的官兵，迈着整齐的步伐阔步通过检阅台，因此如果想知道一个方队的战士们正在抬起左脚还是右脚，我们只需要观测其中一个战士的行为就可以了。如果你观测到这个战士迈起了左脚，而在没有观测其他战士的情况下，你知道这个方队所有的战士都在抬起左脚，这是一种可预测性，这种可预测性是因为战士的行为都是相互关联的，用光学理论的术语，称之为相干，相干性也就是可预测性。

现在再来观测步行商业街上来往的人群，你看到一个小伙子正在抬起他的左脚，现在完全没有能力预测另一个少女的行为，因此称这一群人的行为是不相干的，因为不同个体的行为是没有关联的。

用经典图像想象一个普通手电筒发出的光(图 1.1)，它由大量有限长度的电磁波列组成，每一个波列的电磁波具有固定的相位、偏振、频率和传播方向，不同的波列之间的上述参量都是孤立的，不相关联的，所以不能通过测量某一空间位置、某一时刻光波的参量，如相位、振幅、偏振等，预知其他时刻和其他位置光波的参量，就称这样的光波是不相干的。反之，对于激光，它有固定的偏振，固定的相位，固定的频率等，也就是说通过测量激光场某时刻某空间位置的光波信息，可以预知其他时刻和其他空间位置的光波参量，这种可预测性称为相干，因此激光区别于普通光的本质在于激光的相干性。如图 1.2 所示为激光波列的示意图，不同时刻和不同位置的光波具有相干性。



图 1.1 手电筒发出光波波列的示意图

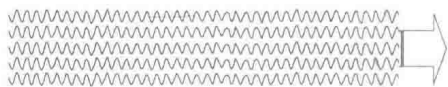


图 1.2 激光波列的示意图

用光量子的观点来看，如果两个光子的坐标和动量满足：

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta \mathcal{P}_x \Delta \mathcal{P}_y \Delta \mathcal{P}_z \approx h^3 \tag{1.4}$$

则根据量子力学海森堡测不准关系，这两个光子是不可区的，称这两个光子处于相同的量子态，并且它们是相干的。

1.2 光波的模式密度

对于由两个平面镜组成的一维光学谐振腔，光线沿光轴传播，如图 1.3 所示。

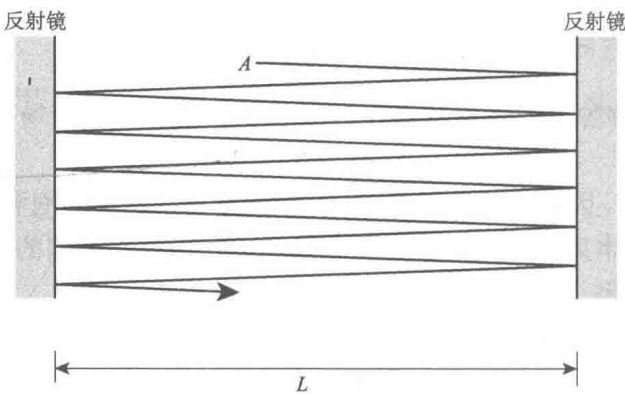


图 1.3 由两个平行平面镜组成的一维光学谐振腔

根据波的叠加原理，当光波在谐振腔中传播一个往返的相位差等于 2π 的整数倍时，光波在谐振腔中相干加强，满足谐振条件，这种光波能够在谐振腔中存在。由于光波在

谐振腔中传播一个往返的相位延迟是 $k_z(2L)$ (假设光轴沿 z 方向), 所以谐振条件的数学表示形式为

$$2k_zL = s \cdot 2\pi \tag{1.5}$$

式中, $s = 1, 2, 3, \dots$ 。或者:

$$k_z = s \cdot \pi / L \tag{1.6}$$

对于三维情况, 如图 1.4 所示, 光波被限制在边长为 L 的立方体空间中往返传播, 谐振条件要求光波在每个方向一个往返都满足相位差 2π 整数倍的条件, 即

$$k_x = s_x \frac{\pi}{L}, \quad k_y = s_y \frac{\pi}{L}, \quad k_z = s_z \frac{\pi}{L} \tag{1.7}$$

式中, $s_x, s_y, s_z = 0, 1, 2, \dots$ 。

上面看到只有特定的 $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$, 使电磁波解满足谐振条件, 把每一组这样的 (k_x, k_y, k_z) 对应的电磁场称为光波的一个模式, 同一个模式内的光波是相干的, 因为根据可预测性讨论, 只要测量到某一时刻某一空间位置的光波信息, 就可预知立方体内任意点、任意时刻该模式光波的信息。而属于不同模式的光波是不相干的, 因此一个光波模式又称一个相干态。

在 $\vec{k}$ 空间中, 每个模式由一个点表示, $(\pi/L)^3$ 的体积内只存在一个模式, 因此也可以说每个模式占据 $\vec{k}$ 空间的 $(\pi/L)^3$ 体积。

考虑 $\vec{k}$ 空间中的一个球壳, 如图 1.5 所示, 由于式 (1.7) 中 $k_x, k_y, k_z \geq 0$, 所以只考虑球壳的第一象限部分, 该球壳在 $\vec{k}$ 空间中的体积为

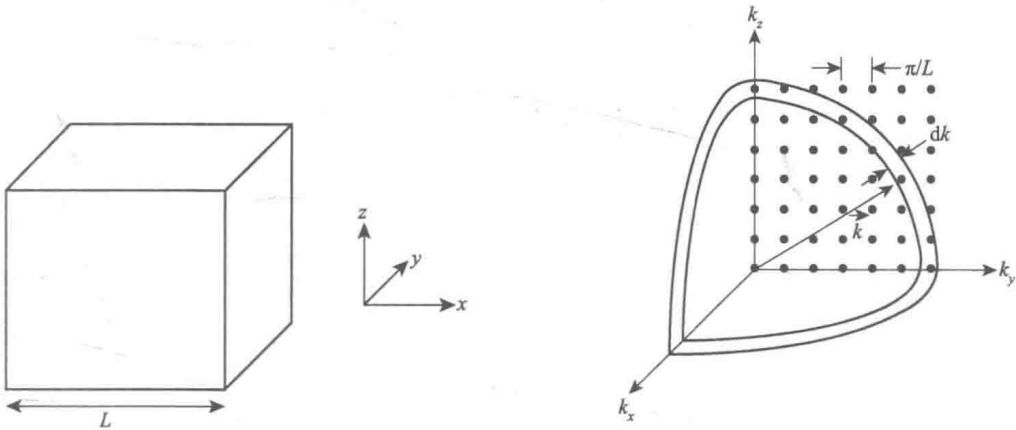


图 1.4 边长为 L 的立方体空间

图 1.5 $\vec{k}$ 空间中的模式图

$$dV_k = \frac{1}{2} \pi k^2 dk \tag{1.8}$$

式中, $k = |\vec{k}|$ 。每个模式在 $\vec{k}$ 空间中占据的体积为 $(\pi/L)^3$, 则上述球壳中的模式数目:

$$dN = \left[\frac{1}{2} \pi k^2 dk / (\pi/L)^3 \right] \times 2 \tag{1.9}$$

式中，最后的因子 2 来自于这样的事实，对于每一个光波模式有两个独立的偏振状态，不同的偏振态属于不同的模式。由于 $k = 2\pi\nu/c$, $dk = 2\pi d\nu/c$ ，在此认为介质折射率 $n=1$ 。对于介质折射率 $n \neq 1$ 的情形，只要作代换 $c \rightarrow c/n$ 就可以了。将 k 和 dk 的表示式代入式 (1.9)：

$$d\mathcal{N} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu \tag{1.10}$$

式中， $V=L^3$ 表示光波场在坐标空间的体积。

定义光波模式的谱密度 $\beta_\nu(\nu)$ 为单位频率间隔，单位体积内的模式数目，则由式 (1.10) 可知：

$$\beta_\nu(\nu) \equiv \frac{1}{V} \frac{d\mathcal{N}}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \tag{1.11}$$

式 (1.11) 为真空中光波场模式谱密度的表示式，对于折射率为 n 的均匀介质，式中的 c 应换成 c/n ，式 (1.11) 在讨论均匀介质中的光波场模式密度时会经常用到。

1.3 光波的纵向相干性

相干性是光波的重要特性，也是激光区别于普通光的重要特征。光波的相干性又可分为纵向相干性和横向相干性，如图 1.6 所示，如果通过测量 B 点光波的信息，可以预知 A 点光波的信息，就说 A 点和 B 点的光波是相干的，反之是不相干的，由于 A 和 B 是沿着光传播方向上的两点，这两点光波的相干性称为纵向相干性。由于 A 点的光波经历了 $t = \overline{AB}/c$ 的时间间隔之后传播到了 B 点， A 点和 B 点光波的相干性又是 B 点光波在不同时刻的相干性，因此纵向相干性又称为时间相干性。用同样的方法考察 B, C 两点光波的相干性，这两点的连线垂直于光传播方向，因此这两点间光波的相干性称为横向相干性，由于他们不能用时间相联系，所以又称为空间相干性，在这一小节中着重阐述纵向相干。

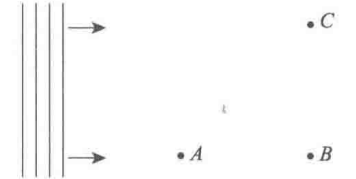


图 1.6 一系列从左向右传播的波

一系列沿着 z 方向传播的理想平面波电场矢量 $\vec{E}(z,t)$ 由如下数学形式表示：

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \cos(k_z z - \omega t + \varphi) \tag{1.12}$$

式中， $\vec{E}_0$ 、 k_z 、 ω 和 φ 分别表示光波的电场振幅、波矢、频率和相位。只要测量其在某一时刻 t_1 ，某一位置 z_1 光波信息 (包括波矢、振幅、频率、相位)，便可由式 (1.12) 得到该位置 z_1 在任意时刻 t 、或者该时刻 t_1 任意位置 z 的光波信息，因此，由上式描述的光波在纵向上是完全相干的。

但实际的情况并非如此，式 (1.12) 中光波的振幅、频率 (波矢的大小) 和相位均可以随时间发生随机变化，这种变化可以在一定的时间间隔 τ_c 之内完成，这种情况下，测量某点的光波信息，显然不能由此得到全部的光波场参量信息，如图 1.7 中举例所示，光波的相位经历时间 τ_c 后会发生随机跳变。

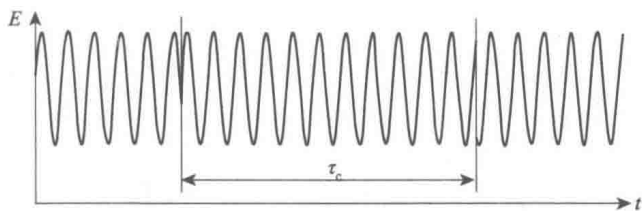


图 1.7 光波场相位发生变化的时间尺度 τ_c

虽然实际情况可能会更复杂，但是这种光波参量的变化一定是在某个时间间隔 τ_c 内完成，因此仍然可以通过测量某一时刻的光波参量，预知该时刻附近 τ_c 时间间隔内的光波信息，我们说光波在 τ_c 时间间隔内是相干的， τ_c 称作相干时间。也可以认为在某一时刻沿着光传播方向上

$$L_c = c \cdot \tau_c \quad (1.13)$$

的空间长度范围内光波是相干的， L_c 称为光波的纵向相干长度，纵向上空间距离超过此范围的两点间的光波是不相干的。事实上，没有一个实际的光源辐射是绝对相干的，他们都是在一定的时间范围内(或者说纵向上某个长度范围内)保持其相干性。

有了相干长度或相干时间的概念，就可以对不同光源辐射的纵向相干进行定量描述。表 1.1 列举了一些典型光源的相干长度。

表 1.1 不同光源辐射光波的纵向相干长度

光源	太阳	普通半导体激光器	未稳频氦氖激光器	稳频氦氖激光器	单同位素汞灯光源
波长	400~600nm	980nm	633nm	633nm	546nm
L_c	1.2 μ m	1mm	30cm	30km	1m

从表 1.1 可以看到，一般而言，激光光源的相干长度优于非激光光源，但并不总是如此，例如，单同位素汞灯光源，其纵向相干长度优于普通激光光源，所以仅仅用纵向相干性描述激光的特征是不够的。关于激光与普通光在横向相干性方面的差异，将在 1.4 节讨论。

实验上可以利用迈克耳孙干涉仪对光波的纵向相干长度进行测量。光源上发出的光经过透镜准直后变成平行光，用半透半反镜 BS 将入射光分成两束，这两束光分别被不同的反射镜反射后再次经过 BS 合成一束光发生干涉，此时两束光的光程差为 $2x$ ，其中 x 为干涉仪两臂的长度差，如图 1.8 所示。假设光源发出的光束的相干长度为 L_c ，则当 $2x < L_c$ 时，从干涉仪的两臂返回的光束是相干的，在观察屏上可以观察到干涉条纹，当 $2x \geq L_c$ 时，从干涉仪的两臂返回的光束是不相干的，在观察屏上观察不到干涉条纹，因此通过测量干涉条纹刚刚消失时的两个干涉臂的长度差，就可以测得光源发射光波的纵向相干长度。

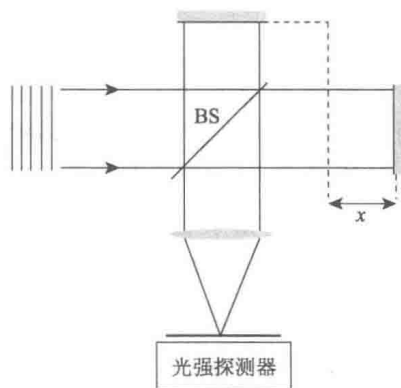


图 1.8 实验上可以利用迈克耳孙干涉仪测量纵向相干长度

设想有如下一列光波，它由大量有限长度 $L_c = c\tau_c$ 的波列组成，每个波列出现的时间是随机的，如图 1.9 所示。

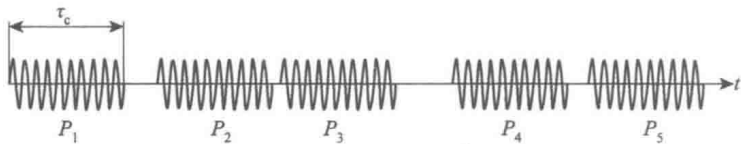


图 1.9 由一系列频率相同的随机波列组成的光波

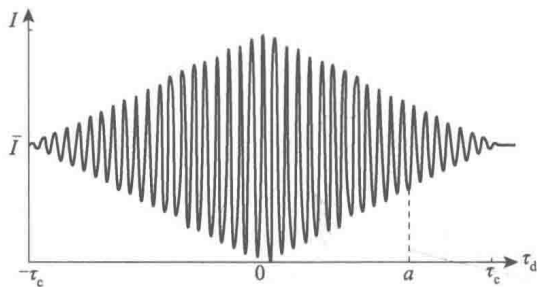


图 1.10 迈克耳孙干涉仪的干涉条纹随时间延迟 τ_d (也就是光程差 $2x/c$) 的变化

$\tau_c - \tau_d$ 部分重叠发生干涉，不重叠的部分在探测器上只贡献一个平均光强，对干涉条纹没有贡献，干涉条纹的对比度下降(图 1.10 中 a 点)。

用这样的一束光波做迈克耳孙干涉仪实验，如果两臂的光程差接近于 0，则观察点上的两束光来自于同一个波列，例如他们都来自于 P_1 、 P_2 或者 P_3 等，因为它们具有固定的相位差所以能够发生干涉，可以很清楚地观察到干涉条纹，如图 1.10 所示 $\tau_d = 0$ 附近的干涉条纹。

当 $0 < 2x = c\tau_d < L_c$ 时，如图 1.11 所示，同一个波列被分成两束光后通过干涉仪的两臂具有不同的时间延迟，时间延迟的差异为 τ_d ，两束光中的对应波列(如 P'_2 和 P''_2)只有

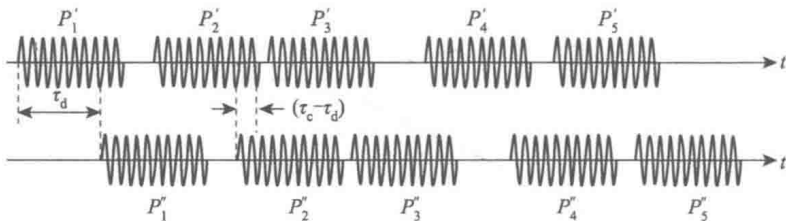


图 1.11 $(\tau_c - \tau_d)$ 时间间隔的光波与自身波列重叠发生干涉

如果 $2x = c\tau_d > L_c$ ，两束光的每一个波列都不能和与其对应的波列重叠发生干涉，而与其他波列的干涉不具有确定的相位差，他们不具有相干性，不相干的两束光叠加将其光强相加，在观察点无法观测到干涉条纹。 $2x = L_c$ 是干涉条纹刚刚消失的光程差， L_c 就是纵向相干长度，显然相干长度就是光束中每个波列的空间长度，相干时间为： $\tau_c = L_c/c$ ，接下来将通过一些推导得出相干时间与光波频率宽度的反比关系。

对于时间轴上的一个有限长度 τ_c 波列，取波列的起点为时间原点，则波列的电场强度随时间的变化为

$$E'(t) = E_0 \text{Rect}(t/\tau_c) e^{-i\omega_0 t} \tag{1.14}$$

式中， $\text{Rect}(x)$ 表示矩形函数：

$$\text{Rect}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x < 0, x > 1 \end{cases} \quad (1.15)$$

假设图 1.9 所示的光束由 $\mathcal{S}$ 个相同的波列组成, 但每个波列出现的时间 t_s 是随机的, 这样一束光波的电场强度随时间的变化为

$$\begin{aligned} E(t) &= \sum_{s=1}^{\mathcal{S}} E_0 \text{Rect}[(t-t_s)/\tau_c] e^{-i\omega_0(t-t_s)} \\ &= E_0 \int_{-\infty}^{\infty} \text{Rect}(t'/\tau_c) e^{-i\omega_0 t'} \sum_{s=1}^{\mathcal{S}} \delta(t-t_s-t') dt' \end{aligned} \quad (1.16)$$

式中, ω_0 表示每个波列的中心频率。为了分析 $E(t)$ 所表示光波的频率成分, 可以对 $E(t)$ 作傅里叶变换。在式 (1.16) 中把电场表示为矩形函数与大量随机 δ 函数的卷积, 因此式 (1.16) 中 $E(t)$ 的傅里叶变换等于矩形函数傅里叶变换与随机 δ 函数序列傅里叶变换的乘积:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\omega) &= \mathcal{E}'(\omega) \mathcal{F} \left[\sum_{s=1}^{\mathcal{S}} \delta(t-t_s) \right] \\ &= \mathcal{E}'(\omega) \sum_{s=1}^{\mathcal{S}} e^{i\omega t_s} \end{aligned} \quad (1.17)$$

式中,

$$\mathcal{E}'(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E'(t) e^{i\omega t} dt \quad (1.18)$$

式 (1.17) 中 $\mathcal{E}(\omega)$ 为电场振幅的频域表示。利用 t_s 的随机性可得光波光强的频谱分布 (光波光强正比于电场振幅的平方平均):

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(\omega) &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \left\langle |\mathcal{E}(\omega)|^2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c |\mathcal{E}'(\omega)|^2 \left\langle \left| \sum_{s=1}^{\mathcal{S}} e^{i\omega t_s} \right|^2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c |\mathcal{E}'(\omega)|^2 \cdot \mathcal{S} \end{aligned} \quad (1.19)$$

将式 (1.14) 代入式 (1.18) 积分可得

$$\mathcal{E}'(\omega) = E_0 \tau_c \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_c}{\frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_c} e^{i \frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_c} \quad (1.20)$$

将式 (1.20) 代入式 (1.19) 可得

$$\mathcal{I}(\omega) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c (E_0 \tau_c)^2 \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_c}{\frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_c} \right]^2 \cdot \mathcal{S} \quad (1.21)$$

式 (1.21) 表示光波光强的频谱分布, 将其用曲线表示如图 1.12 所示。

从图 1.12 可以看到, 当 $\omega - \omega_0 = 0$ 时, 函数 $\mathcal{J}(\omega)$ 取最大值, 当 $\omega - \omega_0 = 2\pi/\tau_c$ 时, $\mathcal{J}(\omega) = 0$, 即光波的能量集中在 ω_0 附近, 宽度约为

$$\delta\omega = 2\pi/\tau_c \tag{1.22}$$

的范围之内, 称 $\nu_0 = \omega_0/2\pi$ 为光波的中心频率,

$$\delta\nu = \delta\omega/2\pi = 1/\tau_c \tag{1.23}$$

为光波的频率带宽。根据前面的讨论, τ_c 是光波的相干时间, 因此得到结论: 光波的频率宽度与相干时间互为倒数。原来光波的相干时间与其频率带宽是相互联系的, 或者说相干时间是光波单色性的一种量度, 光波的单色性越好, 它的相干时间越长, 纵向相干长度越大。

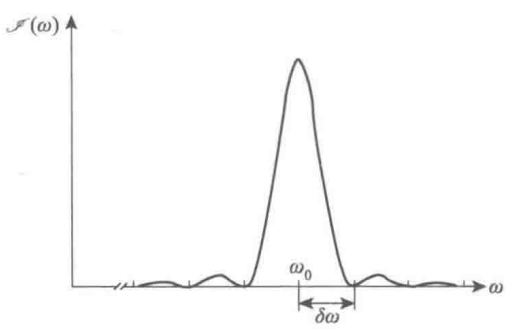


图 1.12 一个随机脉冲序列的傅里叶频谱

读者也许会问, 式 (1.22) 表示的 $\delta\omega$ 只是光波全部频率宽度的一半, 因此光波的频率宽度应该是 $2\delta\omega$, 实际上一个波包 (或一个脉冲) 的宽度总是定义最大值的二分之一的宽度为波包宽度, 而式 (1.22) 定义的 $\delta\omega$ 近似等于 $\mathcal{J}(\omega)$ 下降到最大值二分之一的包络宽度, 式 (1.23) 中频率宽度的含义也是如此。

例 1.1 计算表 1.1 中半导体激光器的波长范围。

解 根据公式 (1.23), 可得

$$\delta\nu = 1/\tau_c = c/L_c$$

所以

$$\delta\lambda = \lambda^2 \delta\nu / c = \lambda^2 / L_c$$

代入表 1.1 中数据计算得

$$\delta\lambda = (980 \times 10^{-9})^2 / 1 \times 10^{-3} \approx 1 \text{ nm}$$

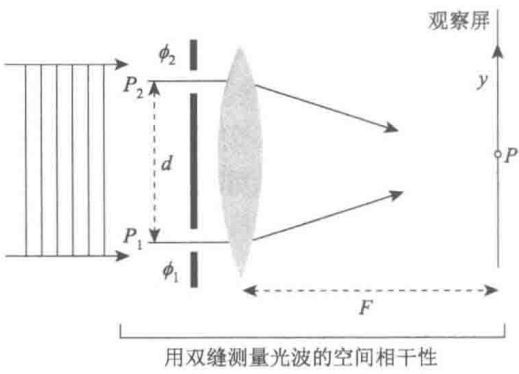
由此可得半导体激光器的波长范围:

$$\lambda \pm \frac{1}{2} \delta\lambda = 980 \pm 0.5 \text{ nm}$$

1.4 横向相干性

在 1.3 节中已经引入了横向相干的概念, 那么一束光在横向上是不是具有相干性, 可以用杨氏干涉实验进行检验。

如图 1.13 所示, 为了检测位置 P_1 和 P_2 光波的相干性, 让这两点的光波分别通过小孔 ϕ_1 和 ϕ_2 , 把通过小孔后的光用焦距为 F 的透镜汇聚在观察屏 P 上, 如果在屏上可以观察到稳定的干涉条纹, 称 P_1 和 P_2 两点的光波是相干的, 反之是不相干的。如果使小孔距离 d 从接近于



用双缝测量光波的空间相干性

图 1.13 杨氏干涉实验装置检测光波的横向相干性

0 开始增加, 当增加到某一值 d_c 时干涉条纹消失, 那么 d_c 就称为光波的横向相干尺度, 如果 $d_c = 0$, 也就是说横向上任意两点的光波都不具有相干性, 除非这两点重合, 这种光源称为横向完全非相干光源。

根据物理光学的理论, 一束平面波正入射通过双缝后出射角为 θ 的两个光线的光程差 $\Delta l = d \sin \theta$ (图 1.14), 对于 $\theta \ll 1$, 可以近似写成: $\Delta l = d \cdot \theta$, 当

$$\Delta l_s = d \cdot \theta_s = s \lambda \quad (s = \pm 1, \pm 2, \dots) \tag{1.24}$$

时, 在观察屏上得到光强极大值。

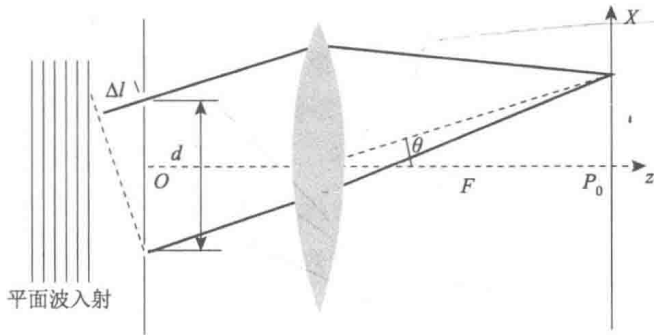


图 1.14 杨氏双缝实验装置

如果入射光波以与双缝平面法线成 θ_i 角度的方向入射, 则干涉极大条件变成(习题 1.3):

$$d(\theta_s - \theta_i) = s \lambda \tag{1.25}$$

这时干涉条纹相对于正入射 $\theta_i = 0$ 的情况有一个平移, 当 $\theta_i = \lambda/d$ 时, 此时的干涉条纹的 0 级极大刚好移动到正入射时干涉条纹的 +1 级极大位置。如果入射光波的发散角为

$$\Delta \theta = \lambda/d \tag{1.26}$$

也就是说入射光线充满 $\theta_i = 0 \sim \lambda/d$ 的任意方向, 那么不同入射光线的 0 级极大将填满正入射光线 0 级极大和 1 级极大之间的任意位置, 实际上已经观察不到干涉条纹, 认为来自两个狭缝的光波不再相干, 定义相干尺度:

$$d_c = \lambda/\Delta \theta \tag{1.27}$$

原来, 光波的横向相干尺度是由光束的发散角决定的, 由式(1.13)和式(1.23)可知, 光波的纵向相干尺度由光波的频率带宽确定, 因此光波的横向和纵向相干彼此是独立的, 它们是光波不同特征参量在干涉现象中的体现。

式(1.27)说明, 如果一束光的发散角为 $\Delta \theta$, 那么这束光的横向相干尺度为 $d_c = \lambda/\Delta \theta$, 反过来讲, 如果一束光的横向相干尺度为 d_c , 那么这束光的发散角为 $\Delta \theta = \lambda/d_c$, 根据物理光学的光衍射理论, 一束平面波通过一个边长为 D 的方孔, 则衍射光的发散角

$$\theta_D = \lambda/D \tag{1.28}$$