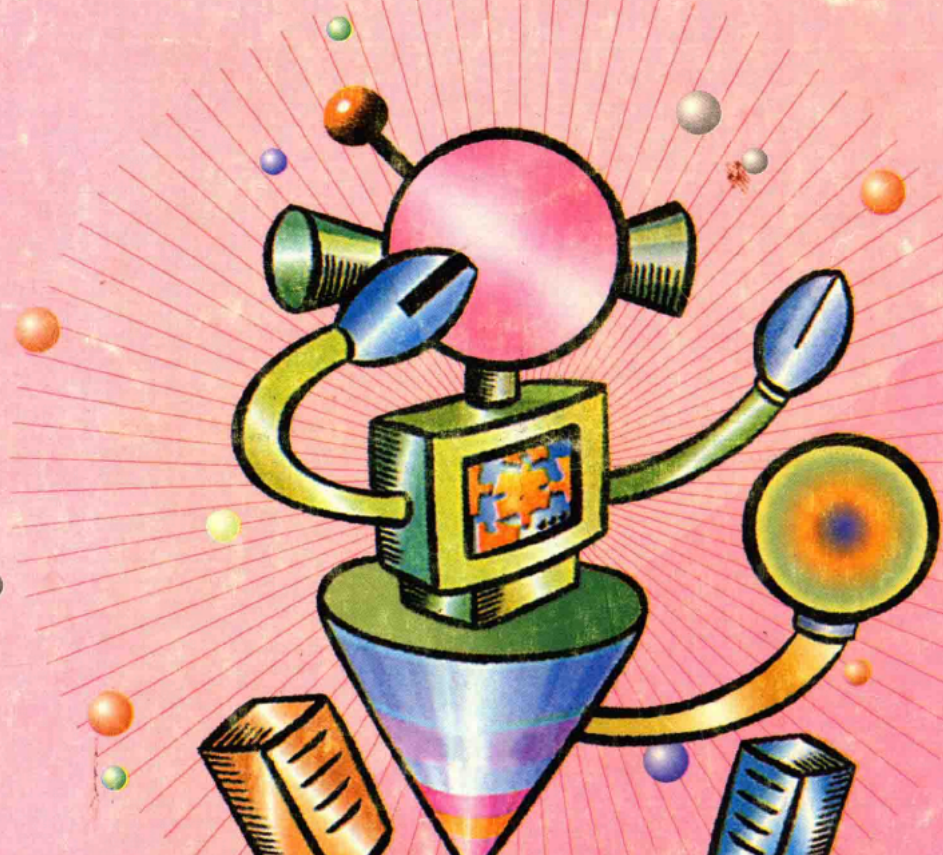
中学物理
开放题丛书

高中物理开放题

张主方 主编



上海教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

高中物理开放题 / 张主方，张越著. —上海：上海教育出版社，2003.3
ISBN 7-5320-8702-6

Ⅰ. 高... Ⅱ. ①张...②张... Ⅲ. 物理课－高中－习题 Ⅳ. G634.75

中国版本图书馆CIP数据核字（2003）第015772号

高中物理开放题

张主方 张越

上海世纪出版集团 上海教育出版社 出版发行
易文网：www.ewen.cc
（上海永福路123号 邮编：200031）
各地新华书店经销 上海曙光印刷厂印刷
开本 787×1092 1/16 印张 10.5 字数 247,000
2003年3月第1版 2003年3月第1次印刷
印数 1－8,100本
ISBN 7-5320-8702-6/G·8676 定价：13.00元

目　　录

1. 直 线 运 动

【案例 1】（情景开放，建模，位移，B 级）

有句谚语，谓："条条道路通罗马。"但通往罗马最近的路在哪里呢？有人会说，只要将出发的地点与罗马城口用直线连结起来，这段路径，即两点间的位移大小就是最近的路。

实际上，长途跋涉于两地间并不可能一直是平坦大道，有时要攀越坎坷不平的崎岖山路（如图 1－1），那么，此时应如何选择行走路线使之行程最短呢？

为了便于讨论，我们试建立一个模型，如图 1－2 所示。请你在图上画出从 A 处出发，越过正方体的顶面界线 CC'，$D'D$ 后到达 B 处的捷径。

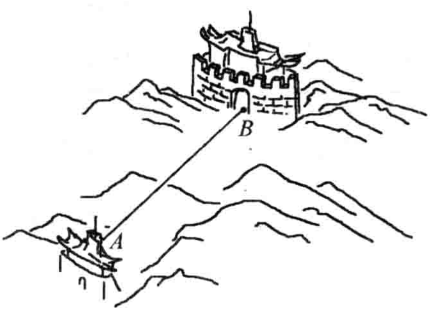


图 1－1

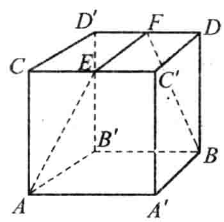


图 1－2

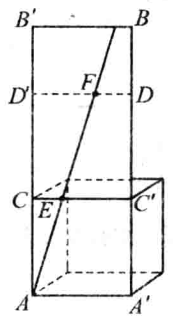


图 1－3

分析和解 按实际情况，由于 A、B 两地之间不能直接穿越，我们可以设想把行走时经过的三块平面 $AA'C'C$、$CC'DD'$、$BB'D'D$ 组成的主体摊成在同一平面上，如图 1－3 所示。这样连结 AB 所得到线段应是最短的。因此，当物体沿着图中 AB 与各面的交点 E、F 组成的直线路径 AE、EF、FB 运动时，路径最短。

说明 有时实际问题中的最短路程并不一定是两点间的位移大小，但可通过转化（空间分布转化成平面分布）和运用位移的概念来加以解决。这个方法在数学上称为《费尔马原理》。若设正方体的边长为 a，则其攀越的最短路径 $s=\sqrt{(3a)^2+a^2}=\sqrt{10}a$。

【案例 2】（条件开放，处理信息，平均速度，C 级）

下表是客运轮船在上海至武汉之间航班运行时刻表，最右边一列是自上海起的千米数。根据表中数据

(1) 估算武汉至九江间长江水的平均流速为________ km/h；

(2) 如果上海与武汉每天都有航班，那么这条航班至少需要________艘同样客轮。

分析和解 从运行时刻表提供的信息可知，轮船在武汉至九江段是下行（从上游→下游）的，启航时刻为 11:00，到达时刻为 22:00，历经时间为 11h，中途在鄂州、黄石、武穴三地停留的时间分别为 20min、30min、30min，共 $80\text{min}=1\frac{1}{3}\text{h}$，故轮船实际在水中下行的时

上　行	港　名	下　行	千米数	上　行	港　名	下　行	千米数
11:00	上　海	12:30	0	17:40 18:00	铜　陵	10:40 10:10	596
17:30 18:10	南　通	06:10 05:50	128	23:40 23:50	安　庆	05:30 05:00	692
21:00 21:20	江　阴	03:20 03:30	188	07:20 07:40	九　江	22:30 22:00	856
	泰　州	23:50 23:40	247	10:20 10:30	武　穴	20:00 19:30	906
	镇　江	22:20 22:00	205	14:20 14:30	黄　石	16:40 16:10	982
07:00 07:30	南　京	19:30 18:40	392		鄂　州	14:50 14:30	1 025
12:30 13:50	芜　湖	14:50 14:20	488	21:30	武　汉	11:00	1 125

间 $t_1=\left(11-1\frac{1}{3}\right)\text{h}=9\frac{2}{3}\text{h}$。同理，轮船在九江至武汉段是上行的，从 7:40 出发，当天21:30到达，历经时间为 $13\frac{5}{6}\text{h}$，扣除中途在武穴、黄石停留的时间 20min，实际上行时间为 $t_2=13\frac{1}{2}\text{h}$。

由运行表可推得武汉至九江的航行距离 $s=(1\,125-856)\text{km}=269\text{km}$。

近似地将轮船的航速 v 和水的流速 $\bar{v}_{水}$ 看作是匀速的，则有：

$$s_{下}=(v+\bar{v}_{水})t_1 \quad ①$$

和

$$s_{上}=(v-\bar{v}_{水})t_2。\quad ②$$

因上行与下行的航程相同，即 $s_{上}=s_{下}=s$。将已知数据代入①、②式，即可得 $v_{水}=3.95\text{ km/h}$。

说明　通过该题分析可知，求水的平均流速时，不能简单地把往返航班时间，算作实际航行时间，具体问题应具体分析。若该题是求船上行或下行的平均速度(航速)，就无需扣除船在各站停留的时间。

【案例 3】（过程开放，演绎，匀变速直线运动，C 级）

一辆小客车从静止出发作匀加速直线运动，第 4s 末的速度为 8m/s，那末，求它在第 4s 内的位移大小的解法可能有多少种？

分析和解　按题意，小客车的加速度 $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{8-0}{4}\text{m/s}^2=2\text{m/s}^2$。

方法 1：根据匀变速运动速度公式和位移公式，求出第 3s 末，即第 4s 初的即时速度 v_3 和第 4s 内的位移 s_{IV}，有

$$v_3=at_3=2\times3\text{m/s}=6\text{m/s},$$

$$s_{\mathrm{IV}} = v_3 t + \frac{1}{2}at^2 = \left(6 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2\right)\mathrm{m} = 7\mathrm{m}。$$

方法 2： 分别求出物体在前 4s 内和前 3s 内的位移 s_4、s_3，再相减即得

$$s_{\mathrm{IV}} = s_4 - s_3 = \frac{1}{2}at_4^2 - \frac{1}{2}at_3^2 = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3^3\right)\mathrm{m} = 7\mathrm{m}。$$

方法 3： 求出物体在第 1s 内的位移，然后根据做初速度为零的匀变速运动的物体，在相邻相等时间内的位移之比为 $s_{\mathrm{I}} : s_{\mathrm{II}} : s_{\mathrm{III}} : s_{\mathrm{IV}} : \cdots = 1:3:5:7:\cdots(2n-1)$ 这个特点，求出 s_{IV}。

$$s_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 = 1\mathrm{m}，\quad s_{\mathrm{IV}} = 7s_I = 7\mathrm{m}。$$

方法 4： 利用匀变速运动平均速度公式求出物体在第 4s 内的平均速度，再求出第 4s 内的位移。

$$S_{\mathrm{IV}} = \bar{v}t = \left(\frac{v_1 + v_4}{2}\right)t = \left(\frac{at_3 + at_4}{2}\right)t$$

$$= \frac{2 \times 3 + 2 \times 4}{2} \times 1\mathrm{m} = 7\mathrm{m}。$$

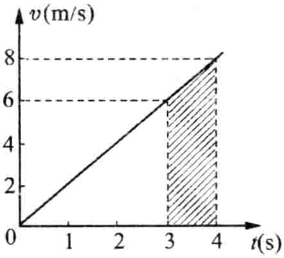


图 1-4

方法 5： 利用匀变速运动速度位移公式，即 $v_t^2 - v_0^2 = 2as$，推得

$$s_{\mathrm{IV}} = \frac{v_4^2 - v_3^2}{2a} = \left(\frac{8^2 - 6^2}{2 \times 2}\right)\mathrm{m} = 7\mathrm{m}。$$

方法 6： 利用速度图像中图线与坐标轴所围面积为位移大小，求出图中斜影线梯形的面积（图 1-4 所示），即是第 4s 内的位移。

$$s_{\mathrm{IV}} = \left(\frac{6 + 8}{2}\right) \times 1\mathrm{m} = 7\mathrm{m}。$$

【案例 4】（过程开放，准则评价，匀变速直线运动，C 级）

图 1-5 表示用打点计时器记录小车的运动情况，开始时小车在光滑水平玻璃板上运动，后来在薄布面上作匀减速运动，所打出的纸带如图所示（附有刻度尺），纸带上相邻两点对应的时间间隔为 0.02s。以下是两位同学根据纸带上的点迹确定小车作匀减速运动的初速度的两种解法，试评价这两种解法哪一种正确，并分析产生误差的原因。

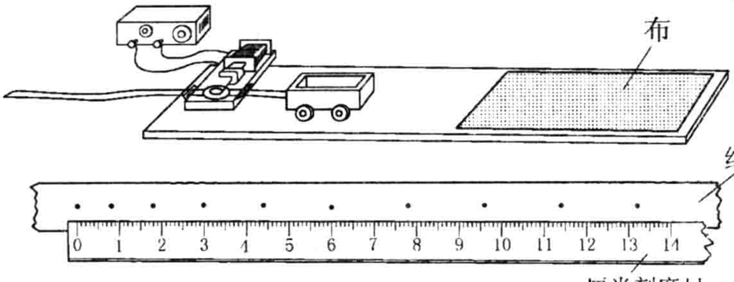


图 1-5

解法 1： 小车在薄布面上作匀减速运动的初速度就是小车在光滑玻璃板上作匀速运动的速度，由此根据纸带的点迹，量得从右向左 4 段间距的距离均为 1.8cm，时间间隔均为 0.02s，由此可得 $v_0 = \frac{s}{T} = \frac{1.8 \times 10^{-2}}{0.02}\mathrm{m/s} = 0.9\mathrm{m/s}$。

解法 2: 从纸带中给出的数据可以证明(略)小车从第 4 个间距末开始,从右向左作匀减速运动,用刻度尺测得相邻位移差 $\Delta s=(1.6-1.4)\mathrm{cm}=0.2\mathrm{cm}$。

解得小车的加速度大小 $a=\dfrac{\Delta s}{T^2}=\dfrac{0.2\times10^{-2}}{(0.02)^2}\mathrm{m/s^2}=5\mathrm{m/s^2}$。

根据 $s=v_0t-\dfrac{1}{2}at^2$,得

$$v_0=\frac{\left(s+\frac{1}{2}at^2\right)}{t}=\frac{\left(1.6\times10^{-2}+\frac{1}{2}\times5\times0.02^2\right)}{0.02}\mathrm{m/s}=0.85\mathrm{m/s}。$$

分析和解 上述两种解法中符合实际的应该是后者,即 $v_0=0.85\mathrm{m/s}$ 正确。这是因为在小车刚驶上粗糙的薄布面瞬间有一碰撞过程,动能有所减少,因此在薄布面上所作的匀减速运动的初速度不等于匀速运动的末速度,前者比后者略小些。

说明 上述初速度求解的另一种方法是先求出第 5、6 两个间距的平均速度

$$\bar{v}=\frac{s_5+s_6}{2T}=\frac{(1.6+1.4)\times10^{-2}}{2\times0.02}\mathrm{m/s}=0.75\mathrm{m/s},$$

又因为任意一段时间内的平均速度 $\bar{v}$ 等于其中间时刻的即时速度 $v_{中}$,故有

$$\bar{v}=v_{中}=v_0+aT,\quad v_0=\bar{v}+aT=(0.75+5\times0.02)\mathrm{m/s}=0.85\mathrm{m/s}。$$

【案例 5】(情景开放,比较,匀变速直线运动,D 级)

某市近郊,一辆小汽车正在平直的公路上以速度 v_A 匀速向东行驶,一位观光游客正快步由南向北从斑马线上穿过该公路。汽车司机在 A 处发现这一情况(游客正行进到 D 处),经 $t_0=0.5\mathrm{s}$ 作出反应才紧急刹车,但仍将恰好步行至 B 的游客撞伤,而汽车仍然保持匀减速直线运动至 C 点停下,整个事故过程以图 1-6 表示。

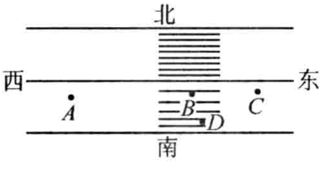


图 1-6

为了判断汽车司机是否超速行驶,警方用一性能完全相同的小汽车以法定最高速度 $v_0=12\mathrm{m/s}$ 行驶在这同一路段。由于事前有思想准备,司机在 A 处即紧急刹车,经 12m 停下。在事故现场测得 $AB=19.5\mathrm{m}$, $BC=6.75\mathrm{m}$, $BD=3.9\mathrm{m}$。

(1) 该肇事汽车刹车前的行驶速度 v_A 多大?是否超速?刹车后的加速度多大?

(2) 游客穿过公路的步行速度多大?

(3) 若汽车司机以法定最高速度 v_0 行驶,发现情况和作出反应条件不变,事故是否会发生?

分析和解 以警方小汽车为研究对象,得警方小汽车的加速度大小为

$$a=\frac{v_0^2}{2s}=\frac{12^2}{2\times12}\mathrm{m/s^2}=6\mathrm{m/s^2}。$$

(1) 由于条件、性能相同,肇事小汽车刹车后的加速度应与警方小汽车的加速度相同,由此对于肇事小车的运动,可列式

$$v_At_0+\frac{v_A^2}{2a}=AC,$$

即

$$0.5v_A+\frac{v_A^2}{2\times6}=26.25,$$

整理得 $$v_A^2 + 6v_A - 315 = 0,$$
解得 $v_A = 15\text{m/s} > v_0 = 12\text{m/s}$,属超速行驶。

(2) 肇事司机从 A 点到开始刹车经过的位移
$$s_1 = v_A t_0 = 15 \times 0.5\text{m} = 7.5\text{m},$$
则开始刹车到 B 点的时间为 t_1,有
$$v_A t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 = 19.5 - 7.5,$$
则 $$3t_1^2 - 15t_1 + 12 = 0,$$
可解得 $$t_1 = 1\text{s},\ t' = 4\text{s}(\text{舍去})。$$

那么游客的速度大小
$$v = \frac{BD}{t_0 + t_1} = \frac{3.9}{0.5 + 1}\text{m/s} = 2.6\text{m/s}。$$

(3) 若司机按规定速度行驶,条件不变,则有
$$AE = v_0 t_0 + \frac{v_0^2}{2a} = 12 \times 0.5\text{m} + \frac{12^2}{2 \times 6}\text{m} = 18\text{m} < AB,$$
故事故可避免。

说明 这道题与社会生活密切相关,问题中要推断事故的责任,关键是否超速,警方的等效模拟试验是解决问题的好方法。同时,也提醒人们应安全行车,加强自我保护和事故防范意识。

【案例 6】(过程开放,数学推理,运动的合成,D 级)

甲船从港口 P 出发,拦截正以速度 v_0 沿直线 MN 航行的乙船。港口 P 与乙船所在航线的垂直距离为 a,甲船起航时,乙船与港口 P 点的距离为 b,且 $b > a$,如图 1-7 所示。如果略去甲船起动时的加速过程,认为它一起航就作匀速运动,求甲船能拦到乙船所需的最小速率 v。

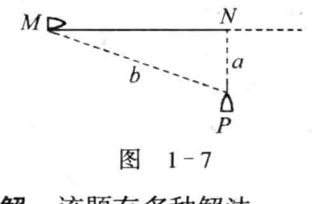


图 1-7

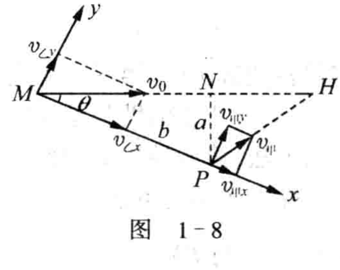


图 1-8

分析和解 该题有多种解法。

1. 用相对运动方法解

(1) 可用矢量正交分解方法。若沿 MP 方向和垂直 MP 方向建立坐标,如图 1-8 所示,并设经过一段时间后两船相遇于 H 点。将两船的速度正交分解,由图可见,要使两船相遇,它们在 y 方向的速度大小一定相同,即 $v_{甲y} = v_{乙y} = v_0\sin\theta = av_0/b$。要使甲船的速率最小,需 $v_{甲x} = 0$,所以甲船能拦到 B 船所需的最小速率为 $v = av_0/b$。

(2) 可用矢量三角形法求解。要使甲船能拦到乙船,即乙船相对于甲船的速度 $v_{乙甲}$应沿 MP 连线方向,因为 $v_{乙甲} = v_{乙地} - v_{甲地} = v_0 + (-v_{甲地})$,$v_0$ 是它的一个分速度,另一分速度

$-v_{甲地}=v'$（或 v''或 v'''）与甲船相对地的速度 $v_{甲地}$大小相等，方向相反。据此作出 $v_{乙甲}$的速度矢量图，如图 1－9 所示。由图可知，当两分速度相互垂直时，甲船相对乙地的速度最小，$v_{甲\min}=v''=v_0\sin\theta=av_0/b$。

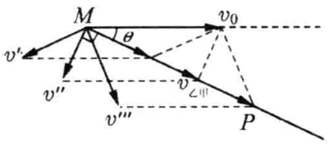


图　1－9

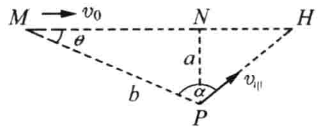


图　1－10

2．用解三角形法解

（1）运用假设和正弦定理。设经过时间 t 后两船相遇于某处 H，$v_甲$ 与 PM 间的夹角为 α，如图 1－10 所示。由正弦定理有：$\dfrac{v_0t}{\sin\alpha}=\dfrac{v_甲 t}{\sin\theta}$，解得 $v_甲=\dfrac{v_0\sin\theta}{\sin\alpha}$。由上式可知，当 $\alpha=90°$时，$v_甲$ 最小，$v_{甲\min}=v_0\sin\theta=av_0/b$。

（2）运用假设和相似三角形方法。设两船相遇于 H 点，乙船的位移 $s_乙=MH$，$s_甲=PH$，由时间相等得$\dfrac{s_甲}{v_甲}=\dfrac{s_乙}{v_乙}$。即 $v_甲=\dfrac{v_0s_甲}{s_乙}$。

① 若 HP 与 MP 不垂直，过 H 点作 MP 的垂线与 MP 的延长线交于 Q 点，如图 1－11 所示。则由图中几何关系得$\dfrac{s_甲}{s_乙}>\dfrac{HQ}{s_乙}=\dfrac{a}{b}$。

② 若 HP 与 MP 垂直时，则有$\dfrac{s_甲}{s_乙}=\dfrac{a}{b}$。可见，当 HP 与 MP 垂直时，$\dfrac{s_甲}{s_乙}$的值最小，最小为$\dfrac{a}{b}$，此时 $v_甲$ 也最小，$v_{甲\min}=av_0/b$。

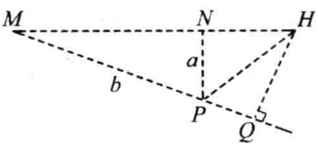


图　1－11

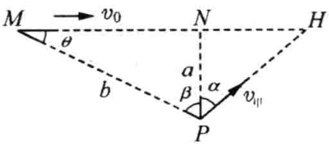


图　1－12

说明　该题各类解法中，第一种正交分解法较为简捷，但读者需要有一定想象和推理能力；第二种相对运动方法要借助矢量作图知识，在理解上有一定难度；第三种运用正弦定理求解是最简明的方法；第四种借助相似三角形和假设方法进行论证似乎是一种突破常规、创新求异的方法。除上述各类解法外，还可运用常规的解析方法求解。设两船相遇于 H 点，如图 1－12 所示，$v_甲$ 与 PN 间的夹角为 α，则甲船的位移 $s_甲=\dfrac{a}{\cos\alpha}$，乙船的位移 $s_乙=\sqrt{b^2-a^2}+a\mathrm{tg}\alpha$，因时间相等，故有$\dfrac{s_甲}{s_乙}=\dfrac{v_甲}{v_0}$，由以上各式化简后得

$$v_甲=\frac{av_0}{\sqrt{b^2-a^2}\cos\alpha+a\sin\alpha}=\frac{av_0}{b\left(\dfrac{\sqrt{b^2-a^2}}{b}\cos\alpha+\dfrac{a}{b}\sin\alpha\right)}。$$

令$\dfrac{a}{b}=\cos\beta$，则$\dfrac{\sqrt{b^2-a^2}}{b}=\sin\beta$，所以 $v_甲=\dfrac{av_0}{b\sin(\beta+\alpha)}$。当 $\alpha+\beta=90°$时，$v_甲$ 最小，$v_{甲\min}=av_0/b$。

开放题训练

1. 用一辆按实际比例为1/25的模型汽车和以1/25的比例模型山崖，来拍摄重为1.5 $\times 10^4$N的汽车从山崖上坠落的情景。设电影放映每秒的张数为一定，为了能把汽车坠落的情景放映得恰似拍摄实景时一样，应将拍摄过程作何处理？

2. 被固定的木板厚 $d = 0.1$m，子弹以 $v_1 = 500$m/s 的速度射入，以 $v_2 = 300$m/s 的速度穿出。设子弹在射穿木板的过程中做匀减速直线运动，试求穿越木块的时间和加速度的大小。（至少提供两种以上解法）

3. 图1－13(a)是在高速公路上用超声波测速仪测量车速的示意图，测速仪发出并接收超声波脉冲信号，根据发出和接收到信号间的时间差，测出被测物体的速度。图(b)中 p_1、p_2 是测速仪发出的超声波信号，n_1、n_2 分别是 p_1、p_2 由汽车反射回来的信号。设测速仪匀速扫描，p_1、p_2 之间的时间间隔 $\Delta t = 1.0$s，超声波在空气中传播的速度是 $v = 340$m/s。若汽车是匀速行驶的，则根据图(b)可知，汽车在接收到 p_1、p_2 两个信号之间的时间内前进的距离是________m，汽车的速度是________m/s。（提示：标尺间距离与扫描时间成正比）

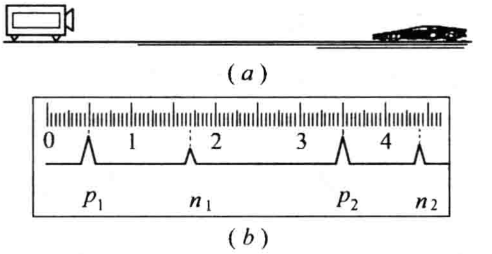


图 1－13

4. 一艘船在静水中的航行速度为 v_1，而河水的流动速度为 v_2。已知河的宽度为 d，河的两岸为平行直线，试求船过河的最短时间和最短距离。

答案

1. 汽车坠落过程可看作是做自由落体运动，运动过程中下落高度 $h = \frac{1}{2}gt^2$，即 $h \propto t^2$，当汽车沿山崖下落高度为实际的 $\frac{1}{25}$ 时，时间应是实际下落时间的 $\frac{1}{5}$。因此有两种解决办法：一种是当电影放映每秒的张数一定时，使每秒拍摄的胶卷的张数为原来的5倍；另一种是摄影机按原来的速度拍摄，放映时，每秒放映的张数为原来的 $\frac{1}{5}$。两种办法中，前者是实际可行的。

2. 方法1：

$$d = v_1 t - \frac{1}{2}at^2, \quad ①$$

$$v_2 = v_1 - at, \quad ②$$

得
$$a = 8 \times 10^5 \text{m/s}^2, \quad t = 2.5 \times 10^{-4}\text{s}。$$

方法2：

$$d = v_1 t - \frac{1}{2}at^2, \quad ①$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 2ad, \quad ②$$

得
$$a = 8 \times 10^5 \text{m/s}^2, \quad t = 2.5 \times 10^{-4}\text{s}。$$

方法3：
$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 400\text{m/s},$$

$$t = \frac{s}{v} = 2.5 \times 10^{-4}\text{s},$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = 8 \times 10^5 \mathrm{m/s^2}。$$

方法 4:

$$v_2 = v_1 - at, \qquad ①$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 2ad。\qquad ②$$

得 $$a = 8 \times 10^{-5} \mathrm{m/s^2},\ t = 2.5 \times 10^{-4} \mathrm{s}。$$

3. 图 1-13(b)中 p_1、p_2 之间的时间间隔 $\Delta t = 1.0\mathrm{s}$,在相应的标尺上移动 30 小格,相对扫描 1 格距离的时间是$\frac{1}{30}$s。从发出信号 p_1 到测速仪接收到反射信号 n_1 的时间 t_1 内,共扫过 12 小格,来回时间 $t_1 = \frac{12}{30}\mathrm{s} = \frac{2}{5}\mathrm{s}$;从发出信号 p_2 到测速仪接收到反射信号 n_1 的时间 t_1 内,共扫过 9 小格,来回时间 $t_2 = \frac{9}{30}$s。由此可得出超声波脉冲信号每次反射段所用时间分别为$\frac{t_1}{2}$和$\frac{t_2}{2}$,即$\frac{1}{5}$s 和$\frac{3}{20}$s,反射信号 n_1、n_2 在空气中传播的距离分别为 $s_1 = \frac{1}{5} \times 340\mathrm{m} = 68\mathrm{m}$ 和 $s_1 = \frac{3}{20} \times 340\mathrm{m} = 51\mathrm{m}$,由图 1-14 可知,这两段传播距离差 $\Delta s = s_2 - s_1 = 68\mathrm{m} - 51\mathrm{m} = 17\mathrm{m}$,$\Delta s$ 即是汽车在接收到 p_1、p_2 两个信号之间的时间内前进的距离。汽车运动的时间即是汽车在接收到 p_1、p_2 两个信号之间的时间差 Δt,这个时间差反映在图(b)中应是 p_1 与 n_1 的中点和 p_2 与 n_2 的中点间的扫描时间,即 $\Delta t = 1\mathrm{s} + \frac{3}{20}\mathrm{s} - \frac{1}{5}\mathrm{s} = \frac{19}{20}\mathrm{s}$。由此可得汽车的速度 $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = 17.9\mathrm{m/s}$。

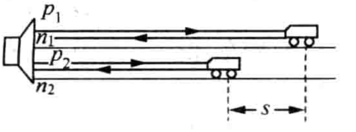


图 1-14

4. (1) 船过河的最短时间

如图 1-15 所示,当船头正对着河对岸,即 v_1 的方向与河岸垂直时,过河所需的时间为最短,为 $t_{\min} = \frac{d}{v_1}$。

此时船在正对岸的下游 $s = v_2 t_{\min} = \frac{v_2}{v_1} d$ 处到达对岸。

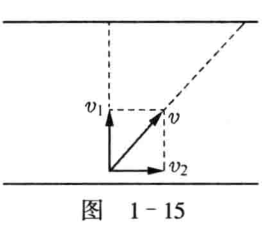


图 1-15

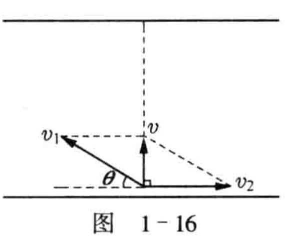


图 1-16

(2) 船过河的最短距离

因 v_1 和 v_2 大小未知,故因分开讨论。

① $v_1 > v_2$ 时

如图 1-16 所示,当 v_1 和 v_2 的合矢量 v 与河岸垂直时,过河的距离最短,等于 d。此时船头应偏向河的上游方向。

设此时 v_1 与上游方向河岸的夹角为 θ,有

$$\theta = \arccos\frac{v_2}{v_1},$$

过河需时 $$t = \frac{d}{v} = \frac{d}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}。$$

② $v_1 < v_2$ 时

$v_1 < v_2$ 时，v 的方向不可能取与河岸垂直，要使船过河时行驶的距离最短，就是要使船行驶时 v 与河岸的夹角尽可能最大，从图 1-17 的矢量三角形加法可知，只有 v 与 v_1 矢端轨迹相切时，α 最大。α 角最大，船过河的距离最短，此时合速度与 v 下游方向的河岸之间夹角为 α，则过河的最短距离为

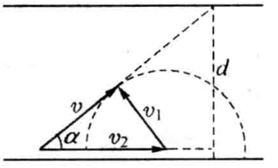


图 1-17

$$s = \frac{d}{\sin\alpha} = \frac{d}{v_1/v_2} = \frac{v_2}{v_1}d,$$

过河需时 $$t = \frac{s}{v} = \frac{\frac{v_2}{v_1}d}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} = \frac{v_2 d}{v_1\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}。$$

2．力　物体的平衡

【案例 1】（条件开放，建模、评价，共点力平衡，B 级）

在某高中物理课本中关于共点力作用下物体的平衡有这样一段叙述：“物体受几个共点力作用而平衡时，去掉任意一个力，这时其他力的合力必与这个力大小相等、方向相反、作用在同一直线上。”你认为该结论是否正确？请举例说明。

分析和解　理论上是正确的，其条件是撤去某一个力时，其他各个力仍保持不变，但实际情况并非一定如此，具体问题还得具体分析，将该结论教条地去处置各类实际问题，将会导致错误。

那末，当物体受到几个共点力作用而平衡时，去掉任意一个力的同时，其他几个力是否会发生变化？当平衡力中含有因相互接触而发生弹力作用或含有静摩擦力作用时，就有可能发生力的变化，从而使余下的其他力的合力不与去掉的力大小相等，方向相反。请看例证 1 和例证 2。

例证 1　一物体放在水平面上，受到一竖直向下的力 F 作用，处于静止状态。此时物体处于重力、支持力及 F 三力作用下平衡。当去掉 F 后，支持力和重力的合力并不等于 F，而是为零，且物体仍静止，如图 2－1 所示。

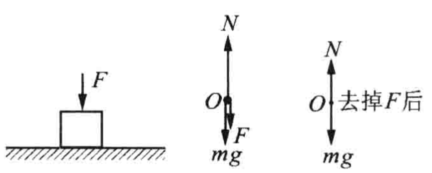


图　2－1

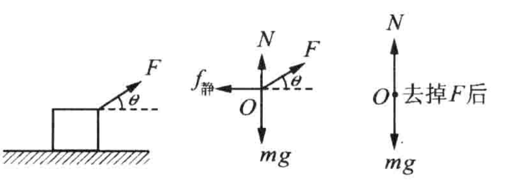


图　2－2

例证 2　放在水平面上的某物体受到一斜向上、与水平面成 θ 角的拉力 F 作用后处于静止状态。此时物体所受的重力、支持力、静摩擦力和拉力 F 四个力的合力为零，当去掉 F 后，静摩擦力亦随之不存在，余下的支持力和重力的合力大小为零，亦不等于 F，如图 2－2 所示。

说明　例证 2 中的静摩擦力虽然是在接触面间产生的，但当物体不作转动，仅是平动时，一般把摩擦力当作与重力、支持力共点来处理。

因此，在关于共点力作用下有关物体平衡叙述中如能强调当一个外力撤去后，其他几个力仍保持不变时，则其他力的合力必与这个力大小相等，方向相反。这样叙述才是正确的。

【案例 2】（过程开放，假设推断，力矩平衡，C 级）

如图 2－3 所示，均匀板可绕固定转轴 O 转动，O 点为板的中点。两辆电动玩具车 1、2 分别放在板上 A、B 两点时，板恰能水平静止，已知 $\overline{AO}=2\,\overline{BO}$。若两车在板上同时开始运动，速度和加速度的大小分别为 v_1、v_2 和 a_1、a_2。那么两车该作怎样的运动才能使板自始至终保持其原有状态？

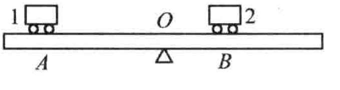


图　2－3

（A）相背作初速为零的匀加速运动，且 $a_1=2a_2$。

(B) 相向作初速为零的匀加速运动，且 $a_1 = 2a_2$。

(C) 相背作匀速运动，$v_1 = 2v_2$。

(D) 相向作匀速运动，$v_1 = v_2$。

分析和解 设两车的质量分别为 m_1、m_2，当车未动时，有

$$m_1 g\,\overline{AO} = m_2 g\,\overline{BO}。$$

因

$$\overline{AO} = 2\,\overline{BO},$$

得

$$m_2 = 2m_1。$$

两车同时运动，设它们运动的距离分别为 s_1、s_2，为保持匀均板水平静止则

$$m_1 g(\overline{AO} \pm s_1) = m_2 g(\overline{BO} \pm s_2),$$

可得

$$s_1 : s_2 = 2:1。$$

由此可知，题中能满足 $s_1 : s_2 = 2:1$ 的运动形式可能有两种：

1. 匀速运动 $s_1 : s_2 = v_1 : v_2 = 2:1$，$v_1 = 2v_2$；

2. 初速为零的匀加速直线运动 $s_1 : s_2 = a_1 : a_2$，即 $a_1 = 2a_2$。

从力矩平衡式可看出，两车相向或相背运动均可，但只能是以上两种运动，由此可推断选项(A)、(B)、(C)是正确的。

【案例 3】 (过程开放，实验设计，平衡，D 级)

试通过测量长度来测量压强。现有以下器材：光滑水平平台，固定夹若干(可将器材固定于平台上)，两个完全相同的弹簧，刻度直尺，三块形状、大小均相同的平板，其中一块平板的两侧各有一个小环、一块在其中央位置有一手柄，如图 2-4 所示。请你使用以上器材设计一个能测量压强的实验方案，说明需测量的物理量，列出压强的计算式。

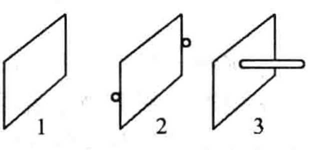


图 2-4

分析和解 实验方案如下：将平板 1 竖直固定于水平平台上，两根弹簧与平板 2 相连，两弹簧的另一端固定，平板 2 竖直放于平台上，且可在平台上滑动并始终与平板 1 保持平行。手握平板 3 的手柄向平板 2 施加向左的压力，使平板 1 和平板 2 间的距离发生小小的变化。整个实验只要测量两平板间距离的变化量 Δd、弹簧长度的变化量 Δx 即可。图 2-5 是这一装置的俯视图。

从图 2-6 中可以看出，平板 2 在力的作用下处于平衡状态，可利用力的平衡条件列出压强 p 的计算式。

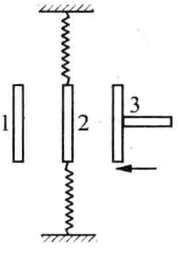


图 2-5

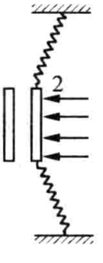


图 2-6

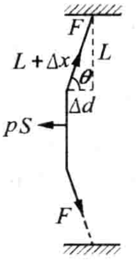


图 2-7

对平板 2 作受力分析，如图 2-7 所示。设平板面积为 S，弹簧自然长度为 L，劲度系数为 k，则有

$$pS = 2F\cos\theta, \quad \cos\theta = \frac{\Delta d}{\sqrt{L^2 + \Delta d^2}},$$

$$L + \Delta x = \sqrt{L^2 + \Delta d^2}, \quad \Delta x = \sqrt{L^2 + \Delta d^2} - L,$$

弹力

$$F = k\Delta x = k(\sqrt{L^2 + \Delta d^2} - L),$$

即

$$pS = 2k(\sqrt{L^2 + \Delta d^2} - L)\cdot\frac{\Delta d}{\sqrt{L^2 + \Delta d^2}},$$

由此得压强 p 的计算式

$$p = \frac{2k\Delta d(L^2 + \Delta d^2 - L\sqrt{L^2 + \Delta d^2})}{(L^2 + \Delta d^2)S}。$$

也可用力矩平衡得出压强 p 的计算式。

如图 2－8 所示，以 O 点为转轴，根据力矩平衡条件有

$$F(2L + 2a)\sin\varphi = pS(L + a)。$$

又因

$$\theta + \varphi = 90°,$$

可得

$$2F\cos\theta = pS。$$

后与用力的平衡法解相同，可得

$$p = \frac{2k\Delta d(L^2 + \Delta d^2 - L\sqrt{L^2 + \Delta d^2})}{(L^2 + \Delta d^2)S}。$$

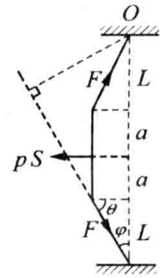


图 2－8

说明　本题的实验设计装置实际上起到了一个传感器的作用，达到了用长度 Δd 的大小来反映和测量物体表面所受压强 p 的大小，其函数关系为 $p = f(\Delta d)$，而 Δd 的大小在实验装置示意图中可用平板 1 与平板 2 的间距变化直接反映。由表达式可知，该装置与弹簧的劲度系数 k、自然长度 L 以及平板的面积 S 有关。

【案例 4】（条件开放，建模，力矩平衡，C 级）

如图 2－9 所示的装置，一个长为 L 的木钉，从木钉上端分别向左右斜伸出长为 l 的两细木杆，在木杆末端装有质量均为 m 的小重球 A、B。忽略木钉及木杆的质量，木杆与木钉间夹角为 α，此装置放在硬质木柱上。L、l、α 间应满足什么关系和条件才能使木钉由垂直位置向左（或右）稍微偏斜后，此装置还能以 O 点为支点左右摆动而不至倾倒？

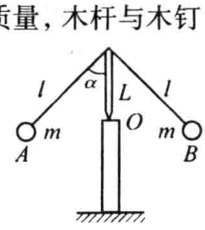


图 2－9

分析和解　从图 2－10 中可看出当木钉由垂直位置稍微向左偏斜 θ 角后，两个小重球对 O 点的力矩大小不等，它们的合力矩使系统趋向平衡位置，所以本题实际上是讨论使该系统的运动趋于平衡位置的条件。

设系统从平衡位置向左偏转 θ 角，如图 2－10 所示。将小球看成质点，则 A 球对 O 点的力矩为

$$M_A = mg[l\sin(\alpha - \theta) + L\sin\theta],$$

B 球对 O 的力矩为

$$M_B = mg[l\sin(\alpha + \theta) - L\sin\theta]。$$

由图可知,若 $M_A < M_B$,则合力矩将有可能使系统的运动趋向平衡位置。

$$l\sin(\alpha-\theta)+L\sin\theta<l\sin(\alpha+\theta)-L\sin\theta,$$

$$l\sin\alpha\cos\theta-l\cos\alpha\sin\theta+L\sin\theta<l\sin\alpha\cos\theta+l\cos\alpha\sin\theta-L\sin\theta,$$

解得 $L<l\cos\alpha$。L, $l\cos\alpha$ 可取满足这个关系式的任何值,该装置就能保证平衡,即外界扰动使它稍微向左(或右)偏斜后系统的重心始终在支点之下,是一种稳定平衡。

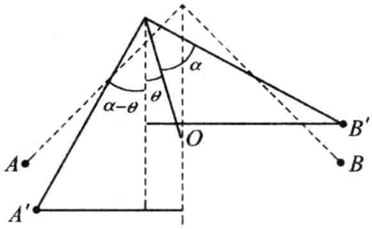


图 2-10

【案例 5】(条件、结果开放,建模,平衡,D 级)

电工爬上高高的水泥电线杆时,只要在脚上套上水泥杆脚扣就能轻松自如,而且可以随意停在电线杆上不会滑落下来。脚扣实际上也是利用了力学的平衡原理。如图 2-11 所示,脚扣上 A、B 两处皆为与水泥杆接触的橡皮块,若橡皮块与水泥杆间的(静)摩擦因数 $\mu=0.6$,且在 A、B 处的摩擦力均达到最大值,A、B 两处的垂直高度差 $h=10$cm,脚的作用力 P(单脚时为人体重)离开杆中心线距离 $x=20$cm,G 为脚扣受到的重力,脚扣的重心离开杆中心线的距离为 s,水泥杆直径 $D=30$cm。请你证明只有满足何种条件时,才能使电工安全地停在水泥杆上而不滑落下来。

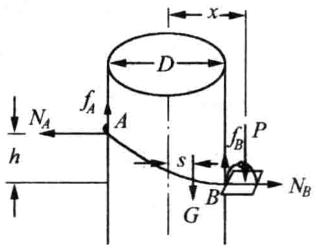


图 2-11

分析和解 脚扣的受力情况已在图 2-11 中标出,f_A、f_B 为脚扣受到的静摩擦力,N_A、N_B 分别为水泥杆对脚扣 A、B 的弹力。

解平衡问题,通常用平衡条件"合外力等于零,外力对任何一点的力矩代数和等于零"来解。根据平衡条件可列出三个方程:

$$\Sigma F_x=0,\ N_B-N_A=0, \qquad ①$$

$$\Sigma F_y=0,\ f_A+f_B-P-G=0, \qquad ②$$

$\Sigma M=0$, 以 A 为支点有

$$N_Bh+f_BD-G\left(\frac{D}{2}+s\right)-P\left(\frac{D}{2}+x\right)=0。 \qquad ③$$

在上述三个方程中,有四个未知数 f_A、f_B、N_A、N_B,因此没有唯一确定的解,而是不定解。

我们先讨论临界状态,即在问题中 f_A、f_B 都大到是最大静摩擦力时的情况。这时方程②、③可改写成:

$$f_{A\max}+f_{B\max}-P-G=0, \qquad ④$$

$$N_Bh+f_{B\max}D-G\left(\frac{D}{2}+s\right)-P\left(\frac{D}{2}+x\right)=0, \qquad ⑤$$

且 $$f_{A\max}=\mu N_A,\ f_{B\max}=\mu N_B。$$

由①可得 $$N_A=N_B,$$

进而得 $$f_{A\max}=f_{B\max}。$$

由④ $$f_{A\max}+f_{B\max}-P-G=2f_{B\max}-P-G=0,\ f_{B\max}=\frac{P-G}{2},\tag{⑥}$$

把⑥式代入⑤式得

$$N_Bh+\frac{P+G}{2}D-G\left(\frac{D}{2}+s\right)-P\left(\frac{D}{2}+x\right)=0,\ N_B=\frac{Gs+Px}{h},\tag{⑦}$$

将⑥、⑦式代入 $f_{B\max}=\mu N_B$，有

$$\frac{P+G}{2}=\mu\frac{Gs+Px}{h},$$

当人不踩在脚扣上时，$P=0$，整理后得

$$\mu=\frac{h}{2s}。\tag{⑧}$$

也就是说，满足 $\mu=\frac{h}{2s}$ 时，脚扣放在杆上还能保持平衡，不滑下来。考虑非临界状态，则 $\mu'>\frac{h}{2s}$ 时，脚扣放在杆上都能平衡。

一般来说 $\mu<1$，因此当 h 尽可能小(选脚扣与杆的直径尽可能适配)，s 尽可能大(脚扣重心应尽可能靠近踏脚板)，脚扣越容易放到杆上。

如果空脚扣就满足 $\mu>\frac{h}{2s}$ 条件，那么，无论电工的体重有多大，电工踩在脚扣上时，都不会发生滑动。

这是因为我们把人和脚扣看成一个整体，人踩到脚扣上时，相当于 s 变大的缘故。

【案例 6】 (条件开放，分析、综合，力矩平衡，D 级)

杆秤是利用在平行力的作用下，按固定转动轴物体的平衡原理制成的一种测量工具，使用方便。秤杆的粗细是不均匀的，秤钩一端较粗，向秤尾方向逐渐变细，刻度均匀。从制作工艺来看，粗细均匀的秤杆制作比粗细不均匀的秤杆简单些，那么为什么要把秤杆做成一端粗另一端细呢？

分析和解 现实中的秤杆是秤钩处粗、杆尾细，人们舍简而求繁必定有其道理，而要想明白个中原由，只有对秤杆进行分析。

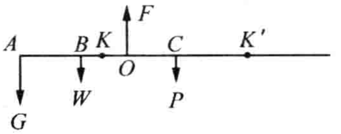


图 2-12

图 2-12 是秤杆粗细均匀的杆秤受力示意图。C 是杆秤的重心位置，P 为秤杆自身的重量，A 是秤钩位置，O 是提钮位置。当秤钩上不挂重物，应将秤砣移至 B 点，W 为秤砣对秤杆的作用力。取 O 点为转动点，则

$$OB\cdot W=OC\cdot P,\ OB=\frac{P}{W}\cdot OC,$$

B 点为刻度的起点，即定盘星。

当秤钩 A 上悬挂重为 G 的物体，且 $OA\cdot G<OC\cdot P$ 时，就需移动秤砣至 K 点，则

$$OA\cdot G+OK\cdot W=OC\cdot P=OB\cdot W,$$

可得 $$BK=OB-OK=\frac{G}{W}OA。\tag{①}$$

若 $OA\cdot G>OC\cdot P$ 时，悬挂秤砣的位置就必须移到提钮 O 的右边 K'，同理可得

$$OA\cdot G=OK'\cdot W+OC\cdot P=OK'\cdot W+OB\cdot W=BK'\cdot W,$$