

最新版

一级注册结构工程师执业资格考试 基础考试复习教程

(第五版·上册)



注册工程师考试复习用书编委会 编

本教程由北京市注册工程师考试辅导班的教师编写，本教程紧密结合考试实际，紧跟规范、规程的更新，自2003年初版以来深受考生欢迎。2009年3月住房和城乡建设部、人力资源和社会保障部共同批准了新版注册工程师资格考试《公共基础考试大纲》，较原大纲更详细、明确，增加、调整了许多内容。本教程现按新考试大纲进行全面修订，是注册结构工程师基础考试必备的辅导用书。



人民交通出版社
China Communications Press

最新版

一级注册结构工程师执业资格考试 基础考试复习教程

(第五版·上册)



注册工程师考试复习用书编委会 编

本教程由北京市注册工程师考试辅导班的教师编写，本教程紧密结合考试实际，紧跟规范、规程的更新，自2003年初版以来深受考生欢迎。2009年3月住房和城乡建设部、人力资源和社会保障部共同批准了新版注册工程师资格考试《公共基础考试大纲》，较原大纲更详细、明确，增加、调整了许多内容。本教程现按新考试大纲进行全面修订，是注册结构工程师基础考试必备的辅导用书。



人民交通出版社
China Communications Press

内 容 提 要

本书第一版和第二版由北京市注册工程师管理委员会(结构)组织编写、修订,2007年修订出版了第三版,现根据2009年新版考试大纲再次修订出版。

本书编写人员全部是多年从事注册结构工程师考试基础课培训工作的专家、教授。本书已作为培训教材使用多年,现根据培训反馈意见和以往的考试经验,以及新颁布的大纲、规范、标准,对教程进行全面修订,以满足应考和培训之用。

本版教程以最新考试大纲为依据,以现行规范、教材为基础进行编写,目的是为了指导考生复习,因此力求简明扼要,联系实际,着重于对概念和规范的理解运用,并注意突出重点。教程的每章后均附有参考习题,最后附一套模拟试题,可作为考生检验复习效果和准备考试之用。

由于本书规模较大,特分为上、下两册,以便于携带、翻阅。

本教程适合参加一级注册结构工程师基础考试的人员使用,同时由于一级考试内容覆盖了二级考试大纲的全部内容,因此亦可供参加二级注册结构工程师执业资格考试的人员备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

一级注册结构工程师执业资格考试基础考试复习教程/注册工程师考试复习用书编委会编.—5版.—北京:人民交通出版社,2011.1

ISBN 978-7-114-08808-7

I. ①一… II. ①注… III. ①建筑结构—工程师—资格考试—自学参考资料 IV. ①TU3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 248252 号

Yiji Zhuce Jiegou Gongchengshi Zhiye Zige Kaoshi Jichu Kaoshi Fuxi Jiaocheng

书 名:一级注册结构工程师执业资格考试基础考试复习教程(第五版)

著 作 者:注册工程师考试复习用书编委会

责任编辑:刘彩云

出版发行:人民交通出版社

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址:<http://www.ccpres.com.cn>

销售电话:(010)59757969,59757973

总 经 销:人民交通出版社发行部

经 销:各地新华书店

印 刷:北京市密东印刷有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:84.25

字 数:2111 千

版 次:2003年4月 第1版

2004年4月 第2版

2007年2月 第3版

2009年5月 第4版

2011年1月 第5版

印 次:2011年1月 第1次印刷 累计第6次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-08808-7

定 价:145.00元(含上、下两册)

(如有印刷、装订质量问题,由本社负责调换)

注册工程师考试复习用书

编 委 会

主任委员	赵知敬			
副主任委员	于春普			
主 编	曹纬浚			
编 委	(以姓氏笔画为序)			
	于春普	王 健	刘 燕	刘世奎
	刘宝生	冯 东	乔春生	许小重
	许怡生	孙惠镐	杨松林	李兆年
	李魁元	吴昌泽	吴景坤	陈向东
	范元玮	朋改非	赵知敬	钱民刚
	曹纬浚	程学平	谢亚勃	

第五版前言

原建设部(现住房和城乡建设部)和原人事部(现人力资源和社会保障部)从 1997 年起实施注册结构工程师执业资格考试制度。

本书前两版曾署名北京市注册工程师管理委员会(结构)编写,修订再版时根据《中华人民共和国行政许可法》,不再冠以注册工程师管理委员会的名义。

为了帮助考生们准备考试,本书的编写教师自 1997 年起就先后参加了北京市一、二级注册结构工程师基础考试的考前辅导培训工作,他们都是本专业有较深造诣的教授和高级工程师,分别来自北京建筑工程学院、北京工业大学、北京交通大学、北京工商大学和北京市建筑设计研究院。教师们根据多年教学实践经验和考生的回馈意见,依据考试大纲和现行的教材、规范,以多年辅导培训的教案为基础,编写了本考试复习教程,于 2003 年正式出版,深受考生欢迎。本教程的目的是为了指导复习,因此力求简明扼要,联系实际,着重对概念和规范的理解应用,并注意突出重点。本教程经多年的使用和不断修订完善,已经成为值得考生信赖的考前辅导和培训用书。

本教程严格按考试大纲编写,并在多年教学实践中不断加以改进。2007 年,我们在每章后均增加了一节“复习指导”,以帮助自学的考生更好地掌握教程的内容。为方便考生复习,本教程分上、下册出版,上册第一至第十一章为上午公共基础考试段内容,下册第十二至第十八章为下午专业基础考试段内容。

2009 年 3 月,住房和城乡建设部与人力资源和社会保障部共同批准了经过修订的《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》,新大纲较原上午段的考试大纲更加详细、明确,各科内容均有调整。局部调整较多的有“高等数学”中的“概率论与数理统计”,“普通化学”中的“有机化合物”,“理论力学”中的“动力学”。整个科目内容调整较大的有“计算机应用基础”、“电工电子技术”和“工程经济”。据了解,目前土木工程院校非信息专业大多未学习“电工电子技术”这门课程,教材在 2009 年对这一部分着重介绍概念和基本知识,2011 年专门增加了“信号和信息技术”一章。新大纲在上午段增加了“法律法规”试题,但同时保留了下午段“职业法规”的试题,因此我们在上册中增加了“法律法规”一章,为避免重复,我们取消了下册中“职业法规”一章,将“职业法规”的内容合并到“法律法规”一章中。请考生注意,上册中的第十一章“法律法规”中包含了下午段“职业法规”的考试内容。

参加本教材 2011 年版编写和修订工作的教师有:第一章第一至第八节

吴昌泽;第一章第九节范元玮;第二章程学平;第三章谢亚勃;第四章刘燕;第五章钱民刚;第六章李兆年;第七章、第八章许怡生;第九章许小重;第十章陈向东;第十一章李魁元;第十二章朋改非;第十三章杨松林;第十四章刘宝生;第十五章刘世奎;第十六章冯东;第十七章王健、张怀静;第十八章孙惠镐。

考生在复习本教程时,应结合阅读相应的教材、规范。本教程每章后均附有参考习题,另有配套的《一级注册结构工程师执业资格考试基础考试复习题集》,共编制参考试题 2 600 多道,绝大多数试题均附有提示和答案。建议考生在复习好教程的同时,多做习题,必将对考生巩固、检验复习效果和准备好考试大有帮助。

祝各位考生考试取得好成绩!

注册工程师考试复习用书编委会

2011 年 1 月

一、注册结构工程师在专业考试之前进行基础考试是和国外接轨的做法。通过基础考试并达到职业实践年限后就可以申请参加专业考试。基础考试是考大学中的基础课程,按考试大纲的安排,上午考试段考 10 门课程,120 道题,4 个小时,每题 1 分,共 120 分;下午考试段考 8 门课程,60 道题,4 个小时,每题 2 分,共 120 分;上、下午共 240 分。试题均为 4 选 1 的单选题,平均每题时间上午 2 分钟,下午 4 分钟,因此不会有复杂的论证和计算,主要是检验考生的基本概念和基本知识。考生在复习时不要偏重难度大或过于复杂的知识,而应将复习的主要注意力放在弄清基本概念和基本知识方面。

二、考生在复习本教程之前,应认真阅读“考试大纲”,清楚地了解考试的内容和范围,以便合理制订自己的复习计划。复习时一定要紧扣“考试大纲”的内容,将全面复习与突出重点相结合。着重对“考试大纲”要求掌握的基本概念、基本理论、基本计算方法、计算公式和步骤,以及基本知识的应用等内容有系统、有条理地重点掌握,明白其中的道理和关系,掌握分析问题的方法。同时还应会使用为减少计算工作量或简化、方便计算所制作的表格等。本教程中每章后均有一节“复习指导”,具体说明本章的复习重点、难点和复习中要注意的问题,建议考生认真阅读每章的“复习指导”,参考“复习指导”的意见进行复习。在对基本概念、基本原理和基本知识有一个整体把握的基础上,对每章节的重点、难点进行重点复习和重点掌握。

三、注册结构工程师基础考试上下午试卷共计 240 分,上下午不分段计算成绩,这几年及格线都是 55%,也就是说,上下午试卷总分达到 132 分就可以通过。因此,考生在准备考试时应注意扬长避短。从道理上讲自己较弱的科目更应该努力复习,但毕竟时间和精力有限。如今年新增加的“信号与信息技术”,据了解,土建非信息专业大多未学过,短时间内要掌握好比较困难,而“信号与信息技术”总共只有 6 道题,6 分,只占总分的 2.5%,也就是说,即使“信号与信息技术”一分未得,其他科目也还有 234 分,从 234 分中考 132 分是完全可以做到的。因此考生可以根据考试分科题量、分数分配和自己的具体情况,计划自己的复习重点和主要得分科目。当然一些主要得分科目是不能放松的,如“结构力学”15 题(下午段)30 分,“高等数学”24 题(上午段)24 分;“结构设计”12 题(下午段)24 分都是不能放松的;其他科目则可根据自己过去对课程的掌握情况有所侧重,争取在自己过去学得好的课程中多得分。

四、在考试拿到试卷时,建议考生不要顺着题序顺次往下做。因为有的题会比较难,有的题不很熟悉,耽误的时间会比较多,以致最后时间不

够,题做不完,有些题会做但时间来不及,这就太得不偿失了。建议考生将做题过程分为三遍:

1. 首先用 15~20 分钟将题从头到尾看一遍,一是首先解答自己很熟悉很有把握的题;二是将那些需要稍加思考估计能在平均答题时间里做出的题做个记号。这里说的平均答题时间,是指上午段 4 个小时考 120 道题,平均每小时 30 道题,每题 2 分钟;下午段 4 个小时考 60 道题,平均每小时 15 道题,每题 4 分钟,这个 2 分钟(上午)、4 分钟(下午)就是平均答题时间。将估计在这个时间里能做出来的题做上记号。

2. 第二遍做这些做了记号的题,这些题应该在考试时间里能做完,做完了这些题可以说就考出了你的基本水平,不管你基础如何,复习得怎么样,考得如何,至少不会因为题没做完而遗憾了。

3. 这些会做或基本会做的题做完以后,如果还有时间,就做那些需要稍多花费时间的题,能做几个算几个,并适当抽时间检查一下已答题的答案。

4. 考试时间将近时,比如还剩 5 分钟要收卷了,这时你就应看看还有多少道题没有答,这些题确实不会了,建议你也不要放弃。既然是单选,那也不妨估个答案,答对了也是有分的。建议你回头看看已答题目的答案,A、B、C、D 各有多少,虽然整个卷子四种答案的数量并不一定是平均的,但还是可以这样考虑,看看已答的题 A、B、C、D 中哪个答案最少,然后将不会做没有答的题按这个前边最少的答案通填,这样其中会有 $1/4$ 可能还会多于 $1/4$ 的题能得分,如果你前边答对的题离及格正好差几分,这样一补充就能及格了。

五、基础考试是不允许带书和资料的,考试时发给一本“考试手册”,考后收回。考试中需要用到的公式和图表手册上都有,但翻手册是需要时间的,因此,常用的公式和数据还是应该记住的。另外,也要善于翻手册,要能很快地找到需要的公式和图表,这样才能加快答题速度。

六、本教程每章后均附有参考习题及答案。另外,我们还专门为考生编写了一本《一级注册结构工程师执业资格考试基础考试复习题集》,编入习题 2 600 多道,绝大多数题提供了解题提示和答案。建议考生在复习好本教程内容的基础上,多做习题。多做习题能帮助巩固已学的概念、理论、方法和公式等,并能发现自己的不足,哪些地方理解得不正确,哪些地方没有掌握好;同时熟能生巧,多做题能提高解题速度。本教程在最后提供了一套模拟试题,建议考生在复习完本教程以后,集中时间,排除干扰,模拟考试气氛,将模拟试题全部做一遍,以接近实战地检验一下自己的复习效果。

相信这本教程和复习题集能帮助大家准备好考试。

最后,祝愿各位考生取得好成绩!

曹纬浚

2011 年 1 月

目 录

上 册

第一章 高等数学	1
第一节 空间解析几何与向量代数.....	1
第二节 一元函数微分学.....	9
第三节 一元函数积分学	25
第四节 多元函数微分学	40
第五节 多元函数积分学	48
第六节 级数	60
第七节 常微分方程	69
第八节 线性代数	75
第九节 概率论与数理统计.....	101
第十节 复习指导.....	120
参考习题.....	127
答案.....	141
第二章 普通物理	143
第一节 热学.....	143
第二节 波动学.....	153
第三节 光学.....	160
第四节 复习指导.....	172
参考习题.....	174
答案.....	179
第三章 普通化学	180
第一节 物质结构与物质状态.....	180
第二节 溶液.....	200
第三节 化学反应速率与化学平衡.....	208
第四节 氧化还原反应与电化学.....	221
第五节 有机化合物.....	229
第六节 复习指导.....	246
参考习题.....	249
答案.....	254
第四章 理论力学	255
第一节 静力学.....	255

第二节 运动学·····	269
第三节 动力学·····	279
第四节 复习指导·····	292
参考习题·····	295
答案·····	309
第五章 材料力学 ·····	310
第一节 概论·····	310
第二节 内力计算与内力图·····	316
第三节 应力计算与强度条件·····	321
第四节 变形计算与刚度条件·····	328
第五节 变形比较法解超静定问题·····	332
第六节 应力状态与强度理论·····	335
第七节 组合变形·····	341
第八节 压杆稳定·····	346
第九节 能量法简介·····	349
第十节 复习指导·····	351
参考习题·····	353
答案·····	373
第六章 流体力学 ·····	375
第一节 流体力学定义及连续介质假设·····	375
第二节 流体的主要物理性质·····	375
第三节 流体静力学·····	380
第四节 流体动力学·····	390
第五节 流动阻力和能量损失·····	404
第六节 孔口、管嘴及有压管流 ·····	416
第七节 明渠恒定流·····	428
第八节 渗流定律、井和集水廊道 ·····	436
第九节 量纲分析和相似原理·····	442
第十节 流体运动参数的测量·····	449
第十一节 复习指导·····	453
参考习题·····	455
答案·····	459
第七章 电工电子技术 ·····	460
第一节 电场与磁场·····	460
第二节 电路的基本概念和基本定律·····	464
第三节 直流电路的解题方法·····	470
第四节 正弦交流电路的解题方法·····	474
第五节 电路的暂态过程·····	486
第六节 变压器、电动机及继电器接触控制 ·····	489
第七节 二极管、稳压管 ·····	499

第八节 直流电源·····	501
第九节 三极管·····	504
第十节 基本放大电路·····	506
第十一节 集成运算放大器·····	514
第十二节 数字电路·····	521
第十三节 复习指导·····	533
参考习题·····	535
答案·····	544
第八章 信号与信息技术·····	546
第一节 基本概念·····	546
第二节 数字信号与信息·····	564
第三节 复习指导·····	576
参考习题·····	577
答案·····	580
第九章 计算机应用基础·····	581
第一节 计算机基础知识·····	581
第二节 计算机程序设计语言·····	586
第三节 信息表示·····	602
第四节 常用操作系统·····	604
第五节 计算机网络·····	606
第六节 复习指导·····	618
参考习题·····	621
答案·····	627
第十章 工程经济·····	628
第一节 资金的时间价值·····	628
第二节 财务效益与费用估算·····	635
第三节 资金来源与融资方案·····	644
第四节 财务分析·····	648
第五节 经济费用效益分析·····	658
第六节 不确定性分析·····	659
第七节 方案经济比选·····	662
第八节 改扩建项目的经济评价特点·····	664
第九节 价值工程·····	665
第十节 复习指导·····	668
参考习题·····	670
答案·····	674
第十一章 法律法规·····	675
第一节 我国法规的基本体系·····	675
第二节 中华人民共和国建筑法(摘要)·····	675
第三节 中华人民共和国安全生产法(摘要)·····	679

第四节	中华人民共和国招标投标法(摘要).....	683
第五节	中华人民共和国合同法(摘要).....	686
第六节	中华人民共和国行政许可法(摘要).....	690
第七节	中华人民共和国节约能源法(摘要).....	692
第八节	中华人民共和国环境保护法(摘要).....	697
第九节	建设工程勘察设计管理条例(摘要).....	699
第十节	建设工程质量管理条例(摘要).....	702
第十一节	建设工程安全生产管理条例(摘要).....	705
第十二节	设计文件编制的有关规定.....	709
第十三节	工程建设强制性标准的有关规定.....	710
第十四节	房地产开发程序.....	711
第十五节	工程监理的有关规定.....	714
第十六节	勘察设计行业职业道德准则.....	715
第十七节	复习指导.....	715
	参考习题.....	716
	答案.....	721

下 册

第十二章	土木工程材料	723
第一节	材料科学与物质结构基础知识.....	723
第二节	气硬性无机胶凝材料.....	731
第三节	水泥.....	734
第四节	混凝土.....	743
第五节	沥青及改性沥青.....	759
第六节	建筑钢材.....	765
第七节	木材.....	775
第八节	石材.....	777
第九节	粘土.....	778
第十节	复习指导.....	780
	参考习题.....	784
	答案.....	789
第十三章	工程测量	790
第一节	测量基本概念.....	790
第二节	水准测量.....	792
第三节	角度测量.....	796
第四节	距离测量及直线定向.....	800
第五节	测量误差的基本知识.....	805
第六节	控制测量.....	810
第七节	地形图测绘.....	817

第八节	地形图应用	819
第九节	建筑工程测量	821
第十节	全球定位系统(GPS)简介	826
第十一节	复习指导	827
	参考习题	829
	答案	839
第十四章	土木工程施工与管理	841
第一节	土石方工程与桩基础工程	841
第二节	钢筋混凝土工程与预应力混凝土工程	855
第三节	结构吊装工程与砌体工程	865
第四节	施工组织设计	873
第五节	流水施工原理	876
第六节	网络计划技术	881
第七节	施工管理	888
第八节	复习指导	892
	参考习题	895
	答案	899
第十五章	结构力学	900
第一节	平面体系的几何组成分析	900
第二节	静定结构的受力分析与特性	902
第三节	结构的位移计算	915
第四节	超静定结构的受力分析与特性	922
第五节	影响线及应用	941
第六节	结构的动力特性与动力反应	947
第七节	复习指导	956
	参考习题	980
	答案	998
第十六章	结构设计	1000
第一节	钢筋混凝土结构材料性能	1000
第二节	基本设计原则	1005
第三节	钢筋混凝土构件承载能力极限状态计算	1013
第四节	正常使用极限状态验算	1034
第五节	预应力混凝土	1037
第六节	构造要求	1051
第七节	钢筋混凝土梁板结构	1051
第八节	单层厂房	1057
第九节	钢筋混凝土多层及高层房屋	1061
第十节	抗震设计要点	1077
第十一节	钢结构钢材性能	1089
第十二节	钢结构基本构件	1092

第十三节	钢结构的连接设计计算	1098
第十四节	钢屋盖结构	1104
第十五节	砌体结构材料性能	1108
第十六节	砌体结构设计基本原则	1111
第十七节	砌体墙、柱的承载力计算	1112
第十八节	混合结构房屋设计	1117
第十九节	砌体结构房屋部件	1129
第二十节	砌体结构抗震设计要点	1137
第二十一节	复习指导	1142
	参考习题	1143
	答案	1153
第十七章	土力学与地基基础	1154
第一节	土的物理性质和工程分类	1154
第二节	地基中的应力	1161
第三节	地基变形	1165
第四节	土的抗剪强度和地基承载力	1171
第五节	土压力和边坡稳定	1175
第六节	地基勘察	1185
第七节	浅基础	1187
第八节	深基础	1207
第九节	地基处理	1218
第十节	复习指导	1224
	参考习题	1227
	答案	1232
第十八章	结构试验	1233
第一节	试件设计、荷载设计、观测设计与材料试验	1233
第二节	结构试验的加载设备和量测仪器	1239
第三节	结构静力(单调)加载试验	1248
第四节	结构低周反复加载试验	1254
第五节	结构动力试验	1258
第六节	模型试验	1261
第七节	结构试验的非破损检测技术	1265
第八节	复习指导	1271
	参考习题	1272
	答案	1278
	模拟试题	1279
附录一	勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲(上午段)	1305
附录二	注册结构工程师执业资格考试专业基础考试大纲(下午段)	1312
附录三	勘察设计注册工程师资格考试公共基础试题(上午段)配置说明	1316
附录四	注册结构工程师执业资格考试专业基础考试(下午段)配置说明	1317
附录五	注册结构工程师基础考试参考书目	1318

第一章 高等数学

第一节 空间解析几何与向量代数

一、空间直角坐标

(一) 坐标轴的平移

设旧坐标系为 $Oxyz$, 新坐标系为 $O'x'y'z'$, 新轴与旧轴平行, 点 O' 的旧坐标为 (a, b, c) , 点 M 的旧、新坐标依次为 (x, y, z) 及 (x', y', z') , 则

$$x = a + x', y = b + y', z = c + z' \quad (1-1)$$

(二) 两点间的距离

在空间直角坐标中, $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 与 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 之间的距离为

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

(三) 定比分点

设 $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$ 为两定点, 点 $M(x, y, z)$ 将 $\overline{M_1M_2}$ 分为两段 $\overline{M_1M}$ 、 $\overline{MM_2}$, 使 $\frac{M_1M}{MM_2} = \lambda, (\lambda \neq -1)$, 则

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda} \quad (1-2)$$

当 $\lambda = 1$ 时, M 为 $\overline{M_1M_2}$ 的中点, 则

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}, z = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (1-3)$$

(四) 空间方向的确定

设有一条有向直线 L , 它与三个坐标轴正向的夹角分别为 $\alpha, \beta, \gamma (0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq \pi)$, 称为直线 L 的方向角; $\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$ 称为直线 l 的方向余弦, 三个方向余弦有如下关系

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (1-4)$$

二、向量代数

(一) 向量的概念

空间具有一定长度和方向的线段称为向量。以 A 为起点, B 为终点的向量记作 $\overrightarrow{AB}$, 或简记作 $\vec{a}$ 。向量 $\vec{a}$ 的长记作 $|\vec{a}|$, 又称为向量 $\vec{a}$ 的模, 两向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 若满足: (1) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, (2) $\vec{a} \parallel \vec{b}$, (3) $\vec{a}, \vec{b}$ 指向同一侧, 则称 $\vec{a} = \vec{b}$ 。

(二) 向量的运算

1. 两向量的和

以 $\vec{a}, \vec{b}$ 为边的平行四边形的对角线所表示的向量 $\vec{c}$ 称向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的和, 记作

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \quad (1-5)$$

一般说, n 个向量 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ 的和可定义如下: 先作向量 $\vec{a}_1$, 再以 $\vec{a}_1$ 的终点为起点作向

量 $\vec{a}_2, \dots$, 最后以向量 $\vec{a}_{n-1}$ 的终点为起点作向量 $\vec{a}_n$, 则以向量 $\vec{a}_1$ 的起点为起点、以向量 $\vec{a}_n$ 的终点为终点的向量 $\vec{b}$ 称为 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ 的和, 即

$$\vec{b} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n \quad (1-6)$$

2. 两向量的差

设 $\vec{a}$ 为一向量, 与 $\vec{a}$ 的模相同, 而方向相反的向量叫做 $\vec{a}$ 的负向量, 记作 $-\vec{a}$, 规定两个向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的差为

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) \quad (1-7)$$

3. 向量与数的乘法

设 λ 是一个数, 向量 $\vec{a}$ 与 λ 的乘积 $\lambda\vec{a}$ 规定为:

当 $\lambda > 0$ 时, $\lambda\vec{a}$ 表示一个向量, 它的方向与 $\vec{a}$ 的方向相同, 它的模等于 $|\vec{a}|$ 的 λ 倍, 即 $|\lambda\vec{a}| = \lambda|\vec{a}|$;

当 $\lambda = 0$ 时, $\lambda\vec{a}$ 是零向量, 即 $\lambda\vec{a} = 0$;

当 $\lambda < 0$ 时, $\lambda\vec{a}$ 表示一个向量, 它的方向与 $\vec{a}$ 的方向相反, 模等于 $|\vec{a}|$ 的 $|\lambda|$ 倍, 即 $|\lambda\vec{a}| = |\lambda||\vec{a}|$ 。

4. 两向量的数量积

两向量的数量积为一数量, 表示为

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\angle a, b) \quad (1-8)$$

5. 两向量的向量积

两向量的向量积为一向量, 记作 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ 。

① $|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\angle \vec{a}, \vec{b})$, $|\vec{c}|$ 的几何意义为以 $\vec{a}, \vec{b}$ 为边作出的平行四边形的面积; ② $\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{c} \perp \vec{b}$; ③ $\vec{c}$ 的正向按右手规则四个手指从 $\vec{a}$ 以不超过 π 的角度转向 $\vec{b}$, 则大拇指的指向即为 $\vec{c}$ 的方向。

6. 三个向量的混合积

$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ 称为向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 的混合积, 记作 $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$, 模 $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$ 表示以 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为棱的平行六面体的体积。可推出, 当向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面时, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$ 。

(三) 向量运算的性质 ($\vec{a}, \vec{b}$ 为向量, λ, μ 为数量)

交换律:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}, \lambda\vec{a} = \vec{a}\lambda, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

结合律:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}), (\lambda\mu)\vec{a} = \lambda(\mu\vec{a}), \lambda(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\lambda\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\lambda\vec{b}), \lambda(\vec{a} \times \vec{b}) = (\lambda\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\lambda\vec{b})$$

分配律:

$$(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}, \lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}, (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}, (\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$$

(四) 向量在轴上的投影

给定向量 $\vec{AB}$ 及 u 轴, 过 A, B 点分别向 u 轴作垂直平面, 与 u 轴交于 A_1, B_1 , 则有向线段 $A_1\vec{B}_1$ 的值 A_1B_1 称为 $\vec{AB}$ 在 u 轴上的投影, 记作 $\text{Prj}_u \vec{AB}$, 向量的投影是一个数量。

设 $\vec{AB}$ 与 u 轴的夹角为 α , 则

$$\text{Prj}_u \vec{AB} = |\vec{AB}| \cos \alpha$$

n 个向量的和在 u 轴上的投影为

$$\text{Prj}_u (\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n) = \text{Prj}_u \vec{a}_1 + \text{Prj}_u \vec{a}_2 + \dots + \text{Prj}_u \vec{a}_n \quad (1-9)$$

(五)向量的投影表示

设 $\vec{a}$ 在 x, y, z 轴的投影依次为 a_x, a_y, a_z , $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 依次为与 x, y, z 轴正向一致的单位向量, 则

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad (1-10)$$

记作

$$\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\} \quad (1-11)$$

式(1-10)又称为向量 a 按基本单位向量的分解式, 式(1-11)又叫做向量 a 的坐标表示式。

(六)向量运算的坐标表示式

设 $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, $\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, $\vec{c} = \{c_x, c_y, c_z\}$, 则

$$\vec{a} \pm \vec{b} = \{a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z\}$$

$$\lambda \vec{a} = \{\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} \quad (1-12)$$

$$\begin{aligned} [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] &= (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \\ &= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_x & b_y \\ c_x & c_y \end{vmatrix} a_x - \begin{vmatrix} b_x & b_z \\ c_x & c_z \end{vmatrix} a_y + \begin{vmatrix} b_x & b_y \\ c_x & c_y \end{vmatrix} a_z \end{aligned}$$

向量的模和方向余弦的坐标表示式:

设 $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, α, β, γ 为 $\vec{a}$ 的方向角, $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$, 则

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{a_x}{|\vec{a}|} = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \\ \cos \beta &= \frac{a_y}{|\vec{a}|} = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \\ \cos \gamma &= \frac{a_z}{|\vec{a}|} = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \end{aligned} \quad (1-13)$$

(七)两向量的夹角、平行与垂直坐标表示

设 $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, $\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, 则

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{|a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z|}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}} \quad (1-14)$$

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$$

三、平面

(一)平面的一般方程

$$Ax + By + Cz + D = 0$$