

御製厯象考成

第一冊

御製厯象考成上編卷二

弧三角形上

弧三角形總論

弧三角形綱領

弧三角形凡例

正弧三角形論

正弧三角形圖說

正弧三角形入線勾股比例圖說

正弧三角形用次形圖說

正弧三角形邊角相求法

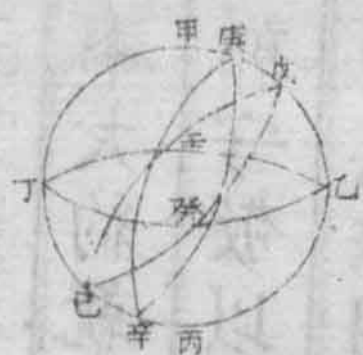
正弧三角形設例七則

弧三角形總論

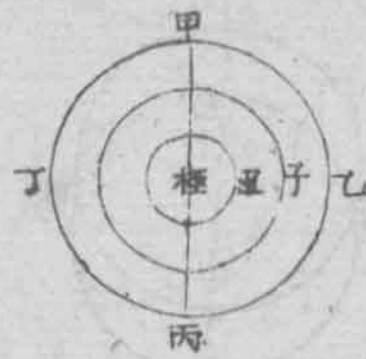
弧三角形者。球面弧線所成也。古厓家有黃赤相準之率。大約就渾儀度之。僅得大槩。未能形諸算術。惟元郭守敬以弧矢命算。黃赤相求。始有定率。視古爲密。但其法用三乘方。取數甚難。自西人利瑪竇湯若望等翻譯厓書。始有曲線三角形之法。三弧度相交成三角形。其三弧三角各有相應之八線。弧與弧相交。卽線與線相遇。而勾股比例生焉。於是乎有黃道可以知赤道。有赤道可以知黃道。有經可以知緯。有

緯可以知經。厯象之法。至此而備。勾股之用。至此而極矣。

弧三角形綱領

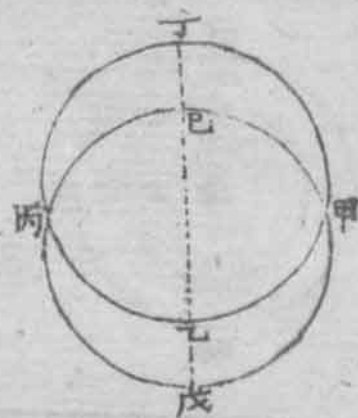


凡弧三角形。皆在球面。球面之腰圍一線。謂之大圈。如甲乙丙丁爲子午規。戊己爲赤道。庚辛爲黃道。壬乙癸丁爲地平規。如此之類。皆爲大圈。其周度皆相等。故可以相爲比例。凡圈皆有極。極距圈皆九十度。如赤道則有南北極。黃道



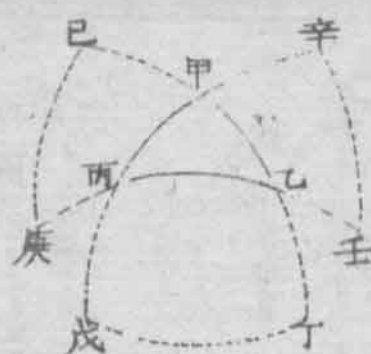
則有黃極。若圈不相等。則爲距等圈。如子丑二圈。其四圍之距大圈皆相等。而與大圈平行。雖亦爲三百六十度。其分則小於大圈。距大圈愈遠。距極愈近。則其圈愈小。至極一點而止。不能與大圈爲比例。故弧三角形之角度。邊度皆大圈之度也。

凡兩弧相交所成角。相距皆半周一百八十度。名其角度。則必取其兩弧各足



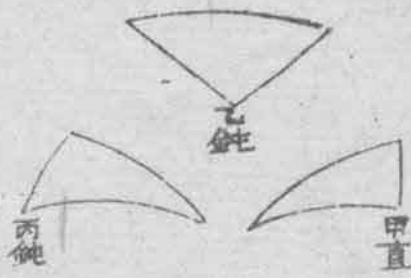
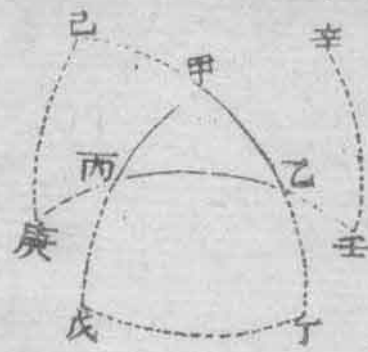
象限九十度其對角之弧卽爲本角之
度如甲乙丙丁爲黃道甲戊丙己爲赤
道甲丙二處相交相距各半周一百八
十度卽如春秋分試於甲丙弧之各平
分九十度處作丁己乙戊垂弧凡言垂
弧皆曲
線畫圖於平面不能顯
出故作虛線以別之則丁己弧爲甲

丁己三角形之甲角度亦爲丙丁己三
角形之丙角度其乙戊弧爲甲乙戊三
角形之甲角度亦爲丙乙戊三角形之



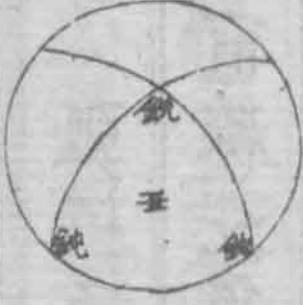
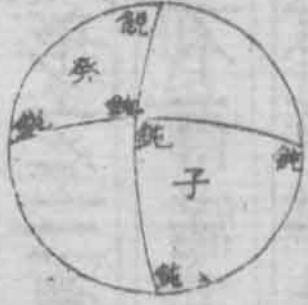
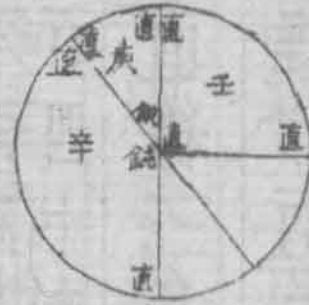
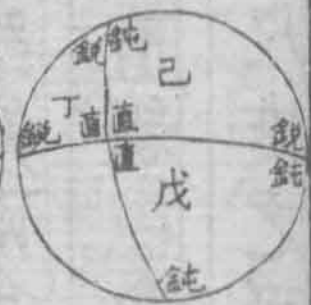
丙角度卽如冬夏至之大距爲春秋分
之角度蓋甲丙爲極則丁己乙戊爲腰
圈所謂大圈者是也

凡弧三角形之三弧不足九十度者必
引長至九十度其對角之弧方爲本角
之度如甲乙丙弧三角形三弧皆不足
九十度則將甲乙弧引長至丁甲丙弧
引長至戊作丁戊弧其丁戊弧之度卽
甲角之度也又將乙甲弧引長至己乙



丙弧引長至庚作己庚弧其己庚弧之
度卽乙角之度也又將丙甲弧引長至
辛丙乙弧引長至壬作辛壬弧其辛壬
弧之度卽丙角之度也

凡弧三角形其角適足九十度者爲直
角爲正弧三角形甲圖是也大於九十
度者爲鈍角不及九十度者爲銳角俱
爲斜弧三角形乙圖丙圖是也因三邊
皆弧故與直線三角形不同直線三角



形。有一直角。或一鈍角。餘二角必銳。弧

三角形。則有一直角二銳角者。如丁形。

有一直角二鈍角者。如戊形。有一直角

一鈍角一銳角者。如己形。有二直角一

銳角者。如庚形。有二直角一鈍角者。如

辛形。有三角俱直者。如壬形。有一鈍角

二銳角者。如癸形。有三角俱鈍者。如子

形。有一銳角二鈍角者。如丑形。而弧三

角之形勢。大槩盡於此數端矣。

弧三角形凡例

一直線三角形之三角相加。成一百八十度。弧三角形之三角相加。最小者亦必大於一百八十度。但不得滿五百四十度。因其有三鈍角。每一鈍角不得滿一百八十度。故三鈍角不得滿五百四十度。

一直線三角形。知兩角。卽知其所餘一角。弧三角形。雖知兩角。其餘一角。非算不知。

一直線三角形之邊。小則咫尺。大則千百萬里。實有尺度之可量。弧三角形之邊。俱係弧度。必在半周。

一百八十度之內。但合三邊不得滿三百六十度。
蓋三百六十度則成全圖。而不得成角矣。

一直線三角形之入線。惟用於角。弧三角形之入線。
并用於邊。角之入線。與邊之入線相求。仍以勾股
爲比例也。

一直線三角形。兩形之三邊各相等者。爲相等形。兩
形之三角各相等者。爲同式形。弧三角形。則但有
相等形。而無同式形。蓋以兩形之三角同。其三邊
必各相同也。

一直線三角形。可以三邊求角。不可以三角求邊。而
弧三角形。既可以三邊求角。又可以三角求邊。
一弧三角形。三角三弧共六件。知三件可求其餘。理
與直線三角形同。

一正弧三角形。除直角外。二角三弧共五件。知二件
可求其餘。理與直線三角形同。

一斜弧三角形。作垂弧。分爲兩正弧三角形。與直線
三角形作中垂線之理同。

一弧三角形。所知之三件。有弧角相對者。即用弧角

爲比例。理與直線三角形同。

一正弧三角形。弧角不相對者。則用次形法。

一斜弧三角形。知三邊求角者。用總較法。知三角求邊者。先用次形法。將角易爲邊。邊易爲角。然後用總較法。

一斜弧三角形。知兩邊一角。而角在兩邊之間者。用總擊法。或用垂弧法。知兩角一邊。而邊在兩角之間者。先用次形法。將角易爲邊。邊易爲角。然後用總較法。或用垂弧法。

正弧三角形論

正弧三角形必有一直角者。蓋因南北二極爲赤道之樞紐。皆距赤道九十度。故凡過南北二極經圈與赤道相交所成之角。俱爲直角。其相當之弧皆九十度。又凡有一圈。卽有兩極。其過兩極經圈與本圈相交。亦必爲直角。其所成三角形。必皆爲正弧三角形。夫正弧三角形。所知之三件。弧角相對者。用弧角之入線所成勾股爲比例。而弧角不相對者。則用次形。蓋以弧角之入線所成勾股比例。不生於本形。而生

於次形而次形者。乃以本形與象限相減之餘度所
成。故用本形之餘弦餘切。卽用次形之正弦正切也。
其法可易弧爲角。易角爲弧。若斜弧三角形。可易大
邊爲小形。易大邊爲小
邊易鈍角
成銳角。邊與角雖不相對。可易爲相對。且知三角
卽可以求邊。其理實一以貫之也。今以黃道赤道與
過極經圈所成之三角形設例。而正弧三角形比例
推算之法。無不統於是矣。

正弧三角形圖說

設黃赤大距二
十三度三十分

如甲乙丙丁爲赤道。甲戊