

21世纪

ZISHIJI

GAOZHONG

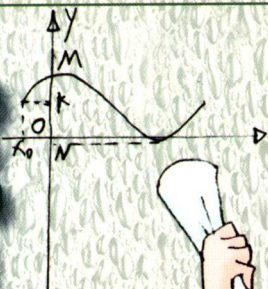
SHUXUE JINGBIAN

高中数学

第二册(上)

(高二第一学期用)

精编



浙江教育出版社

21

21 世纪高中数学精编

GAOZHONG SHUXUE JINGBIAN

第二册(上)

人民教育出版社数学室审阅

主 编 岑 申(特级教师) 王而冶(特级教师)
 副 主 编 金才华(特级教师) 许芬英
 编 写 者 陈守礼(特级教师) 冯 斌 戴三红

G7634.603 / 2: 2(1)

B

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

21世纪高中数学精编·第2册·上 / 岑申, 王而治主编. —杭州: 浙江教育出版社, 2001.7

ISBN 7-5338-4004-6

I. 2... II. ①岑...②王... III. 数学课—高中—
教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 26404 号

责任编辑 赵际南

美术编辑 韩波

21世纪高中数学精编 第二册(上)

主 编: 岑 申 王而治
审 阅: 人民教育出版社数学室
出版发行: 浙江教育出版社
印 刷: 浙江印刷集团公司
开 本: 850 × 1168 1/32
印 张: 9.25
字 数: 185000
版 次: 2001年7月第1版
印 次: 2001年7月第1次印刷
书 号: ISBN-7-5338-4004-6/G · 3974
定 价: 10.50元

版权所有 翻印必究

●●●第六章 不等式	1
学习导引	1
基础例说·基本训练	3
6.1 不等式的性质	3
6.2 算术平均数与几何平均数	12
6.3 不等式的证明	18
6.4 不等式的解法举例	27
6.5 含有绝对值的不等式	33
应用·拓展·综合训练	40
自我评估	53
●●●第七章 直线和圆的方程	59
学习导引	59
基础例说·基本训练	63
7.1 直线的倾斜角和斜率	63
7.2 直线的方程	67
7.3 两条直线的位置关系	77
7.4 简单的线性规划	90
7.5 研究性课题与实习作业:线性规划 的实际应用	94
7.6 曲线和方程	98
7.7 圆的方程	109
应用·拓展·综合训练	115
自我评估	123
●●●第八章 圆锥曲线方程	128



学习导引	128
基础例说·基本训练	132
8.1 椭圆及其标准方程	132
8.2 椭圆的简单几何性质	141
8.3 双曲线及其标准方程	154
8.4 双曲线的简单几何性质	162
8.5 抛物线及其标准方程	172
8.6 抛物线的简单几何性质	183
应用·拓展·综合训练	192
自我评估	205

学习导引

本章的主要内容有：不等式的性质、不等式的证明和解不等式。

由于人们在生活和生产实践中经常会遇到许多不相等关系，所以不等关系是一个十分重要的方面，不等式在中学数学教学中占有很重要的地位，也是我们进一步学习数学和其他学科的基础和工具。

学习本章的目标是：

1. 理解不等式的性质及其证明。
2. 掌握两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数的定理，并学会简单的应用。
3. 掌握用分析法、综合法和比较法证明简单的不等式。
4. 掌握某些简单绝对值不等式和分式不等式的解法。
5. 理解含绝对值不等式的性质定理：

$$|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|.$$

6. 通过不等式的一些应用，理解在现实世界中量的不等与相等是对立统一的两个方面，在一定条件下它们可以互相转化。

不等式的证明和解不等式是本章的重点。不等式的证明和含绝对值不等式的性质及其应用是本章的难点。掌握不等式的性质是学好这一章的关键。应用广泛、变换灵活是本章的特点。学习本章应注意：

1. 要联系以前学过的一元一次不等式、一元二次不等式、方程、函数等知识，使对不等式知识有较完整的认识。

2. 不等式的证明既要重视逻辑推理的严密性，又要发展思维的灵活性和创造性。比较法是一种最基本、最主要的方法，一定要

熟练掌握. 在探求证明方法时, 要结合运用分析与综合的两种思考方式.

3. 解不等式的主要数学思想是转化思想. 特别要注意转化过程必须是等价的.

4. 在运用公式“ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ”求函数的最大、最小值时, 要搞清公式的适用条件, 尤其是等号成立的条件.

本章的主要概念、定理和公式:

1. 实数的大小顺序与运算性质之间的关系:

$$a > b \Leftrightarrow a - b > 0$$

$$a = b \Leftrightarrow a - b = 0$$

$$a < b \Leftrightarrow a - b < 0$$

2. 不等式的主要性质:

$$(1) a > b \Leftrightarrow b < a$$

$$(2) a > b, b > c \Rightarrow a > c$$

$$c < b, b < a \Rightarrow c < a$$

$$(3) a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

$$a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$$

$$(4) a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc$$

$$a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$$

$$a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd$$

$$a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n \quad (n \in \mathbf{N}, \text{且 } n > 1)$$

$$(5) a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \quad (n \in \mathbf{N}, \text{且 } n > 1)$$

$$(6) |a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|a_1 + a_2 + a_3| \leq |a_1| + |a_2| + |a_3|$$

$$|a| - |b| \leq |a - b| \leq |a| + |b|$$

$$(7) a^2 + b^2 \geq 2ab \quad (a, b \in \mathbf{R})$$

$$(8) \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (a > 0, b > 0)$$

基础例说·基本训练

6.1 不等式的性质

【例说】

例1 已知 $a > b > c$, 比较 $a^2b + b^2c + c^2a$ 与 $ab^2 + bc^2 + ca^2$ 的大小.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & (a^2b + b^2c + c^2a) - (ab^2 + bc^2 + ca^2) \\ &= ab(a-b) - c(a^2 - b^2) + c^2(a-b) \\ &= (a-b)[ab - c(a+b) + c^2] \\ &= (a-b)[a(b-c) - c(b-c)] \\ &= (a-b)(b-c)(a-c). \end{aligned}$$

$$\because a > b > c, \therefore a-b > 0, b-c > 0, a-c > 0.$$

$$\therefore (a-b)(b-c)(a-c) > 0.$$

$$\therefore a^2b + b^2c + c^2a > ab^2 + bc^2 + ca^2.$$

注意 比较两个代数式的大小, 最基本的方法是作差与零比较. 基本步骤是: (1) 作差; (2) 变形; (3) 判断符号. 关键是变形, 其中因式分解、配方、分子(分母)有理化都是相当重要的变形方法, 判断所作差的符号时应注意代数式字母的取值范围.

例2 已知 $A = \log_{1999} \frac{2\,000^{1111} + 1}{2\,000^{2222} + 1}$, $B = \log_{1999} \frac{2\,000^{2222} + 1}{2\,000^{3333} + 1}$, 试比较 A 与 B 的大小.

解 令 $2\,000^{1111} = x$, 则

$$\frac{2\,000^{1111} + 1}{2\,000^{2222} + 1} = \frac{x + 1}{x^2 + 1} = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$$

$$= \frac{x^4 + x + x^3 + 1 - x^4 - 2x^2 - 1}{(x^2 + 1)(x^3 + 1)} = \frac{x(x-1)^2}{(x^2 + 1)(x^3 + 1)} > 0,$$

$$\therefore \frac{2\,000^{1111} + 1}{2\,000^{2222} + 1} > \frac{2\,000^{2222} + 1}{2\,000^{3333} + 1}.$$

$$\therefore 1\,999 > 1,$$

$$\therefore A > B.$$

注意 比较大小也可以根据所属函数的增减性来进行. 如本例就是根据 $y = \log_a x$, 当 $a > 1$ 时函数单调递增的性质, 把问题转化为比较 A, B 的两个真数的大小. 当要比较的两个代数式比较繁时, 可考虑能否作局部代换. 如本例“令 $2\,000^{1111} = x$ ”, 将代数式化简.

例 3 已知 a, b, x, y 都是正数, 且 $x + y = 1$, 比较 $\sqrt{ax + by}$ 与 $x\sqrt{a} + y\sqrt{b}$ 的大小.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \because & (\sqrt{ax + by})^2 - (x\sqrt{a} + y\sqrt{b})^2 \\ &= ax + by - ax^2 - 2xy\sqrt{ab} - by^2 \\ &= ax(1-x) + by(1-y) - 2xy\sqrt{ab} \\ &= axy + bxy - 2xy\sqrt{ab} \\ &= xy(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \text{ (当且仅当 } a = b \text{ 时, 取“=”号),} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{当 } a = b \text{ 时, } \sqrt{ax + by} = x\sqrt{a} + y\sqrt{b}; \text{ 当 } a \neq b \text{ 时, } \sqrt{ax + by} > x\sqrt{a} + y\sqrt{b}.$$

注意 当直接作差后变形与零比较有困难时, 可考虑在等价的前提下, 转换成其他代数式的比较. 如本例因为要比较的两个代数式非负, 就转换成比较它们的平方.

例 4 若 $a > b > 0, c < d < 0, e < 0$, 求证 $\frac{e}{(a-c)^2} >$

$$\frac{e}{(b-d)^2}.$$

证明 $\because c < d < 0, \therefore -c > -d > 0.$

$\because a > b > 0, \therefore a - c > b - d > 0.$

$\therefore (a - c)^2 > (b - d)^2 > 0,$

$\therefore \frac{1}{(b - d)^2} > \frac{1}{(a - c)^2}.$

又 $e < 0,$

$\therefore \frac{e}{(b - d)^2} < \frac{e}{(a - c)^2},$

即 $\frac{e}{(a - c)^2} > \frac{e}{(b - d)^2}.$

注意 1. 两个同向不等式可相加(定理3的推论),且可推广到任意有限个同向不等式的两边分别相加,所得不等式与原不等式同向.但两个同向不等式不可以相乘,即命题“如果 $a > b, c > d$,那么 $ac > bd$ ”是假命题,只有当所有的字母 a, b, c, d 都表示正数时,才成为真命题.

2. 两个异向不等式不能进行加、乘运算,必须先化为同向不等式,再运用不等式的性质.

3. 定理4的推论2必须有 $a > b > 0$ 的条件.但当 n 为正奇数时,则只须满足 $a > b$ 的条件,也就是:如果 $a > b$,那么 $a^{2n-1} > b^{2n-1}$ ($n \in \mathbf{N}$, 且 $n > 1$).证明如下:(i)若 $a \geq 0, b < 0$ 或 $a > 0, b \leq 0$,显然有 $a^{2n-1} > b^{2n-1}$;(ii)若 $a > b > 0$,则由推论2,得 $a^{2n-1} > b^{2n-1}$;(iii)若 $0 > a > b$,则 $0 < -a < -b$,由推论2,得 $(-a)^{2n-1} < (-b)^{2n-1}$. $\because n \in \mathbf{N}$, 且 $n > 1, \therefore -a^{2n-1} < -b^{2n-1}, \therefore a^{2n-1} > b^{2n-1}.$

4. 由定理4的推论2和定理5可得到:如果 $a > b > 0$,那么 $a^s > b^s$ (s 为正有理数).

例5 设 $A = a + d, B = b + c, a, b, c, d \in \mathbf{R}^*$ 且 $ad = bc, a$ 是 a, b, c, d 中最大的一个,试比较 A 与 B 的大小.

$$\text{解 } \because ad=bc, \therefore \frac{c}{d}=\frac{a}{b}.$$

$$\because a>b>0, \therefore \frac{c}{d}=\frac{a}{b}>1.$$

$$\text{又 } d>0, \therefore c>d.$$

同理可得证： $b>d$ 。

$$\therefore A-B=(a+d)-(b+c)$$

$$=\frac{bc}{d}+d-b-c$$

$$=\left(\frac{bc}{d}-b\right)+(d-c)$$

$$=b\left(\frac{c}{d}-1\right)+(d-c)$$

$$=\frac{1}{d}(c-d)(b-d)>0,$$

$$\therefore A>B.$$

注意 当题设中含有“相等”和“不等”的诸多条件时，我们要充分利用这些相等和不等关系，推出一些新的相等和不等关系式，为最后作差比较时提供依据。如本例由 $ad=bc, a>b>0, d>0$ ，推出 $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}, c>d, b>d$ 等。

例 6 已知 $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，求 $\alpha + \beta, \alpha - \beta, \frac{\alpha}{\beta}$ 的取值范围。

解 由已知可得

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \frac{\pi}{2} < \beta < \pi, -\pi < -\beta < -\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\pi} < \frac{1}{\beta} < \frac{2}{\pi}.$$

$$\therefore \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} < \alpha + \beta < \pi + \pi, \text{ 即 } \pi < \alpha + \beta < 2\pi;$$

$$\frac{\pi}{2} - \pi < \alpha - \beta < \pi - \frac{\pi}{2}, \text{ 即 } -\frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{2};$$

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\pi} < \frac{\alpha}{\beta} < \pi \cdot \frac{2}{\pi}, \text{ 即 } \frac{1}{2} < \frac{\alpha}{\beta} < 2.$$

注意 本例求 $\alpha + \beta, \alpha - \beta, \frac{\alpha}{\beta}$ 的范围, 所采用的方法是依据不等式的性质, 将两个不等式同向相加或相乘. 将两个不等式同向相加或相乘, 所得的不等式必定成立, 这是毫无疑问的, 但能否保证 $\alpha + \beta, \alpha - \beta, \frac{\alpha}{\beta}$ 取遍求得的范围的所有值呢? 对此, 以 $\alpha + \beta$ 为例, 作如下说明: 由 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ①, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ②, ①+②, 得 $\pi < \alpha + \beta < 2\pi$ ③, 同样依据不等式性质, 由③和①能推出②, 由③和②能推出①, 这就是说对于区间 $(\pi, 2\pi)$ 内的任何一个值, 只要在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 内任取一 α 值, 必定可以在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 取得一个适当的 β 值, 使得 $\alpha + \beta$ 等于区间 $(\pi, 2\pi)$ 内任取的这个值. 当然也可先在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 内任取一个 β 值, 再取适当 α 值. 这样就说明 $\alpha + \beta$ 能取遍区间 $(\pi, 2\pi)$ 内的所有值, 对 $\frac{\alpha}{\beta}$ 也可以用同样的方法来说明. 因此本例所采用的方法是可靠的.

但在有另外附加条件的情况下, 运用上述的方法就可能产生问题. 如增加 $\alpha < \beta$ 这一条件, 根据原题的条件同样得 $-\frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{2}$, 但 $\alpha - \beta$ 就不可能取遍区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 内的所有值, 这是因为在附加新条件下, $\alpha - \beta < 0$, 因此所求的取值范围应是 $-\frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < 0$. 这

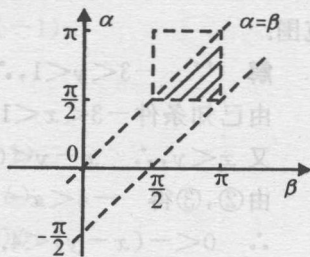


图 6-1

是值得我们十分注意的问题. 对此我们还可以作出直观几何解释:

设 $\alpha - \beta = b$, 则 $\alpha = \beta + b$, 这样问题转化为, 在平面区域 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \pi$ (如图 6-1) 内, 求平面直线系 $\alpha = \beta + b$ 的截距 b 的范围. 由图 6-1 得 $-\frac{\pi}{2} < b < 0$, 即 $-\frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < 0$.

例 7 设 $p: \begin{cases} x_1 > 3, \\ x_2 > 3, \end{cases} \quad q: \begin{cases} x_1 + x_2 > 6, \\ x_1 \cdot x_2 > 9, \end{cases}$ 那么 p 是 q 成立的什么条件?

解 由 $p \Rightarrow q$, 即 $\begin{cases} x_1 > 3 \\ x_2 > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 6 \\ x_1 \cdot x_2 > 9, \end{cases}$ 知 p 是 q 的充分条件; 但 $q \not\Rightarrow p$, 例如取 $x_1 = 10, x_2 = 1$, 显然满足 $\begin{cases} x_1 + x_2 > 6, \\ x_1 \cdot x_2 > 9, \end{cases}$ 但不满足 $x_2 > 3$, 故 p 是 q 成立的充分非必要条件.

注意 $\begin{cases} x_1 > 3 \\ x_2 > 3 \end{cases}$ 的充要条件应当是

$$\begin{cases} (x_1 - 3) + (x_2 - 3) > 0, \\ (x_1 - 3)(x_2 - 3) > 0. \end{cases}$$

例 8 已知 $-3 < x < y < 1, -4 < z < 0$, 求 $(x - y)z$ 的取值范围.

解 $\because -3 < y < 1, \therefore -1 < -y < 3. \quad \textcircled{1}$

由已知条件 $-3 < x < 1$ 及 $\textcircled{1}$ 得 $-4 < x - y < 4. \quad \textcircled{2}$

又 $x < y, \therefore x - y < 0. \quad \textcircled{3}$

由 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 得 $-4 < x - y < 0, \quad \textcircled{4}$

$\therefore 0 < -(x - y) < 4. \quad \textcircled{5}$

又 $-4 < z < 0$, 得 $0 < -z < 4, \quad \textcircled{6}$

由 $\textcircled{5}, \textcircled{6}$ 得 $0 < (x - y)z < 16.$

注意 由于 $\begin{cases} 0 < (x-y)z < 16 \\ -4 < x-y < 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < -z < 4$, 这说明

$(x-y)z$ 能取遍 $(0, 16)$ 内的所有值.

例 9 设 $f(x)$ 是不含常数项的二次函数, 且 $1 \leq f(-1) \leq 2$, $2 \leq f(1) \leq 4$, 求 $f(2)$ 的取值范围.

分析 本题的一种错误解法是:

设 $f(x) = ax^2 + bx$, 由已知得

$$1 \leq a - b \leq 2, \quad ① \quad 2 \leq a + b \leq 4. \quad ②$$

$$\text{由 } ①, ② \text{ 得 } \frac{3}{2} \leq a \leq 3, 0 \leq b \leq \frac{3}{2}. \quad ③$$

$\therefore f(2) = 4a + 2b$, 结合 ③, 得

$$6 \leq f(2) \leq 15.$$

其错误的原因在于: 由 ①, ② 可得 ③, 但由 ③ 不能得 ①, ②, 即 ③ 是 ①, ② 的必要不充分条件. 正确的解法是: 先将 $f(2)$ 表示成 $f(-1), f(1)$ 的函数式, 再由 $f(-1), f(1)$ 的范围结合不等式的性质求出 $f(2)$ 的取值范围.

解法 1 设 $f(x) = ax^2 + bx$.

$$\therefore \begin{cases} f(-1) = a - b, \\ f(1) = a + b, \end{cases} \therefore \begin{cases} a = \frac{1}{2}[f(1) + f(-1)], \\ b = \frac{1}{2}[f(1) - f(-1)]. \end{cases} \quad (1)$$

$$\therefore f(2) = 4a + 2b = 3f(1) + f(-1).$$

$$\text{又 } 6 \leq 3f(1) \leq 12, 1 \leq f(-1) \leq 2,$$

$$\therefore 7 \leq f(2) \leq 14.$$

解法 2 设 $f(2) = \alpha f(1) + \beta f(-1)$,

$$\therefore 4a + 2b = \alpha(a + b) + \beta(a - b),$$

$$\text{即 } 4a + 2b = (\alpha + \beta)a + (\alpha - \beta)b,$$

$$\therefore \begin{cases} 4 = \alpha + \beta, \\ 2 = \alpha - \beta, \end{cases} \therefore \begin{cases} \alpha = 3, \\ \beta = 1, \end{cases} \text{以下同解法 1.}$$

注意 由于 $\left. \begin{array}{l} 7 \leq f(2) \leq 14 \\ 2 \leq f(1) \leq 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \leq f(-1) \leq 2$, 也就是说 $f(2)$ 能取遍 $[7, 14]$ 内的所有值.

【训练】

1. 比较 $(x+5)(x-1)$ 与 $(x+2)^2$ 的大小.
2. 设 $n \in \mathbf{N}^*$, 试比较 $n+1$ 与 $\frac{81}{4n+4}$ 的大小.
3. 已知 $a > b$, 试比较 $\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 的大小.
4. 若 $P = \sqrt{x+2} + \sqrt{x+5}$, $Q = \sqrt{x+3} + \sqrt{x+4}$ ($x \geq -2$), 试比较 P 与 Q 的大小.
5. 已知 $ab > 0$, 比较 $\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b}$ 与 $a+b$ 的大小.
6. 设 $x \in (0, 1)$, $a > 0, a \neq 1$, 比较 $|\log_a(1-x)|$ 与 $|\log_a(1+x)|$ 的大小.

7. 判断下列各命题的真假, 并说明理由:

(1) $a+c > b+c \Rightarrow a > b$;

(2) $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$;

(3) $a > b, a, b \neq 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;

(4) $a > b \Rightarrow a^3 > b^3$;

(5) $\frac{x}{y} > \frac{u}{v} \Rightarrow xv > yu$;

(6) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0 \Rightarrow ab < b^2$;

(7) $ac^2 > bc^2$ 是 $a > b$ 的充分非必要条件.

8. 若 $a > b, x > y$, 则下列不等式中正确的是()

(A) $a-x > b-y$ (B) $ax > by$

(C) $\frac{a}{y} > \frac{b}{x}$ (D) $x-b > y-a$

9. 若 a, b 是任意实数, 且 $a > b$, 则()

(A) $a^2 > b^2$ (B) $\frac{b}{a} < 1$

(C) $\lg(a-b) > 0$ (D) $\left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$

10. 求证:

(1) 如果 $a > b, c > d$, 那么 $c-3b > d-3a$;

(2) 如果 $a < b, ab < 0$, 那么 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;

(3) 如果 $a > b > 0, c < d < 0$, 那么 $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$.

11. 已知 $a > b > 0, c < d < 0, e < 0$, 求证 $\frac{e}{a-c} > \frac{e}{b-d}$.12. 设 $60 < x < 84, 28 < y < 32$, 求 $x+y, x-\frac{1}{4}y$ 及 $\frac{x}{y}$ 的取值范围.13. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则下列命题中真命题是()

(A) 若 $|a| > b$, 则 $a^2 > b^2$

(B) 若 $a < b < 0$, 则 $b^2 > a^2$

(C) 若 $a > |b|$, 则 $a^2 > b^2$

(D) 若 $a > b$, 则 $\left(\frac{1}{2}\right)^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$

14. $x > 2$ 是 $\frac{2}{x} < 1$ 的()

(A) 充分必要条件 (B) 充分非必要条件

(C) 必要非充分条件 (D) 既非充分也非必要条件

15. $a, b \in \mathbf{R}$, 两个不等式 $a > b, \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 同时成立的充要条件是 _____.
16. $\begin{cases} 1 < x + y < 3, \\ 0 < xy < 2 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} 0 < x < 1, \\ 1 < y < 2 \end{cases}$ 的 _____ 条件.
17. a, b 为实数, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 成立的一个充分非必要条件是 ()
 (A) $b < a < 0$ (B) $a < b$
 (C) $b(a - b) > 0$ (D) $a > b$
18. 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \pi$, 求 $\alpha + \beta, \alpha - \beta, \frac{\alpha}{\beta}$ 的取值范围.
19. 已知 $f(x) = ax^2 - c$, 且 $-4 \leq f(1) \leq -1, -1 \leq f(2) \leq 5$, 求 $f(3)$ 的取值范围.
20. 某商厦计划出售 A 型多功能电子琴和 B 型洗衣机, 商厦根据实际情况和市场需求, 得到有关数据如下表:

资金(百元)	电子琴资金	洗衣机资金	月资金供应量
单位进价	30	20	3 000
单位工资支出	5	10	1 100
单位利润	6	8	

问应如何确定两种货物的月供应量, 可以使得总利润达到最大? 最大利润是多少?

6.2 算术平均数与几何平均数

【例说】

例 1 已知 $a > 1, 0 < b < 1$, 求证 $\log_a b + \log_b a \leq -2$.

证明 $\because a > 1, 0 < b < 1$,

$\therefore \log_a b < 0, \log_b a < 0$,