



应用型本科院校“十二五”规划教材/物理类

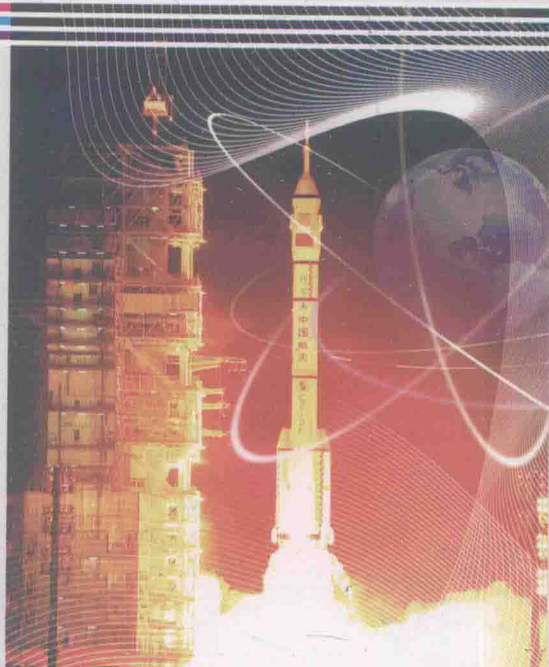
主编 赵学阳

大学物理学习指导

(第2版)

University Physics Learning Guidance

- 适用面广
- 应用性强
- 促进教学
- 面向就业



業大學出版社



应用型本科院校“十二五”规划教材/物理类

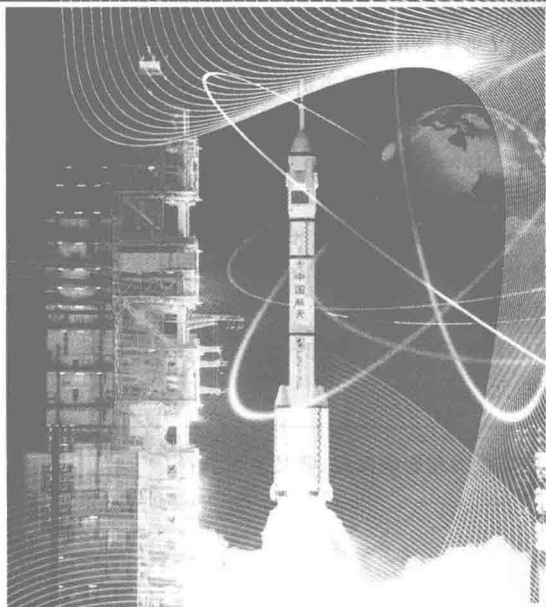
主 编 赵学阳

副主编 高 辉 牛 犇 杨 爽

大学物理学习指导

(第2版)

University Physics Learning Guidance



哈尔滨工业大学出版社

内容简介

本书是一本针对“面向 21 世纪”大学物理教材的辅助性教材,符合教育部工科“物理课程教学基本要求”,覆盖了大学物理全部内容。本书共分 17 章,每章以基本要求、基本概念及规律、解题指导为主要内容,并配备了一定数量的练习题。通过对 200 多个典型例题的解答、分析和讨论,指导学生掌握正确的解题思路和方法,精选了 500 多个习题供学生学习和课后训练。选题难易层次分明,能够满足不同程度的学生需求。

本书可作为应用型本科院校学生学习《物理学》的参考书,也是一本很好的自学辅助教材,同时又可为大学物理教师提供教学参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导/赵学阳主编. —2 版. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2016.1
应用型本科院校“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5603-5823-9

I. ①大… II. ①赵… III. ①物理学—高等学校—
教学参考资料 IV. ①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 318757 号

策划编辑 杜 燕
责任编辑 李长波
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 肇东市一兴印刷有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 16.5 字数 380 千字
版 次 2012 年 2 月第 1 版 2016 年 1 月第 2 版
2016 年 1 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-5823-9
定 价 29.80 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

《应用型本科院校“十二五”规划教材》编委会

主 任 修朋月 竺培国

副主任 王玉文 吕其诚 线恒录 李敬来

委 员 (按姓氏笔画排序)

丁福庆 于长福 马志民 王庄严 王建华

王德章 刘金祺 刘宝华 刘通学 刘福荣

关晓冬 李云波 杨玉顺 吴知丰 张幸刚

陈江波 林 艳 林文华 周方圆 姜思政

庾 莉 韩毓洁 臧玉英

序

哈尔滨工业大学出版社策划的《应用型本科院校“十二五”规划教材》即将付梓,诚可贺也。

该系列教材卷帙浩繁,凡百余种,涉及众多学科门类,定位准确,内容新颖,体系完整,实用性强,突出实践能力培养。不仅便于教师教学和学生学

习,而且满足就业市场对应用型人才的需求。应用型本科院校的培养目标是面对现代社会生产、建设、管理、服务等一线岗位,培养能直接从事实际工作、解决具体问题、维持工作有效运行的高等应用型人才。应用型本科与研究型本科和高职高专院校在人才培养上有着明显的区别,其培养的人才特征是:①就业导向与社会需求高度吻合;②扎实的理论基础和过硬的实践能力紧密结合;③具备良好的人文素质和科学技术素质;④富于面对职业应用的创新精神。因此,应用型本科院校只有着力培养“进入角色快、业务水平高、动手能力强、综合素质好”的人才,才能在激烈的就业市场竞争中站稳脚跟。

目前国内应用型本科院校所采用的教材往往只是对理论性较强的本科院校教材的简单删减,针对性、应用性不够突出,因材施教的目的难以达到。因此亟须既有一定的理论深度又注重实践能力培养的系列教材,以满足应用型本科院校教学目标、培养方向和办学特色的需要。

哈尔滨工业大学出版社出版的《应用型本科院校“十二五”规划教材》,在选题设计思路上认真贯彻教育部关于培养适应地方、区域经济和社会发展的需要

的“本科应用型高级专门人才”精神,根据黑龙江省委书

及与之相适应的教学特点,精心设计写作体例,科学安排知识内容,围绕应用讲授理论,做到“基础知识够用、实践技能实用、专业理论管用”。同时注意适当融入新理论、新技术、新工艺、新成果,并且制作了与本书配套的PPT多媒体教学课件,形成立体化教材,供教师参考使用。

《应用型本科院校“十二五”规划教材》的编辑出版,是适应“科教兴国”战略对复合型、应用型人才的需求,是推动相对滞后的应用型本科院校教材建设的一种有益尝试,在应用型创新人才培养方面是一件具有开创意义的工作,为应用型人才的培养提供了及时、可靠、坚实的保证。

希望本系列教材在使用过程中,通过编者、作者和读者的共同努力,厚积薄发、推陈出新、细上加细、精益求精,不断丰富、不断完善、不断创新,力争成为同类教材中的精品。

马长利

第2版前言

物理学是工科院校本科教学中一门重要的基础课,对培养和提高学生的科学素质起着其他课程不能替代的特殊作用。其重要性随着科学技术的发展日益提高,许多边缘学科以及高新技术都是以物理规律为基础而发展起来的。因此,工科学生必须打好物理学基础,才有可能在以后的专业课学习及科研新领域开拓工作中取得较高的成就。为了适应形势的发展和人才培养的需要,哈尔滨石油学院较早地采用了面向21世纪的物理教材。为保证物理教学质量,使学生更好地掌握物理学的基本知识和理论,编写一本针对“21世纪”物理教材的辅助性教材是十分必要的,符合教育部物理课程指导委员会制定的“工科物理课程教学基本要求”,对工科大学生在学习大学物理课程时普遍感到的概念和规律多、题目难、抓不住重点等问题有较好的启发和引导作用。能够帮助学生搞清大学物理的基本概念和基本规律,通过指导解题方法,提高学生分析问题、解决问题的能力,加深对教学内容的理解。

本书共分17章,覆盖了大学物理的全部内容。各章以基本要求、基本概念及规律、解题指导为主要内容,并配备了一定数量的练习题。在基本要求中明确了教学要求,指出各部分知识的掌握程度;在基本概念及规律中总结了各章的基本概念和基本规律;在解题指导中精选了典型例题进行解答并进行必要的分析和讨论;在习题中以选择题、填空题、计算题为主,题目的分量与教学要求吻合,可供学生课后练习和训练。选题难易程度层次分明,能够满足不同程度学生的需要。

本书的第1~4章由赵学阳老师编写,第5,6,16,17章由牛犇老师编写,第7~11章及第14章由杨爽老师编写,第12,13,15章由高辉老师编写。赵学阳老师负责统稿,宋立然老师负责审稿。本书的编写得到了哈尔滨石油学院理事长及院领导的大力支持,在此表示诚挚的感谢。

由于时间仓促,水平有限,疏漏之处在所难免,恳请广大师生提出宝贵意见以便我们今后进一步改进。

编者

2015年12月

目 录

第 1 章 质点运动学	1
一、基本要求	1
二、基本概念及规律	1
三、解题指导	2
四、习 题	7
五、习题答案	9
第 2 章 牛顿定律	10
一、基本要求	10
二、基本概念及规律	10
三、解题指导	11
四、习 题	17
五、习题答案	19
第 3 章 动量守恒定律和能量守恒定律	21
一、基本要求	21
二、基本概念及规律	21
三、解题指导	22
四、习 题	27
五、习题答案	31
第 4 章 刚体的转动	33
一、基本要求	33
二、基本概念及规律	33
三、解题指导	34
四、习 题	41
五、习题答案	45
第 5 章 热力学基础	47
一、基本要求	47
二、基本概念及规律	47
三、解题指导	49
四、习 题	64

五、习题答案·····	75
第 6 章 气体动理论 ·····	78
一、基本要求·····	78
二、基本概念及规律·····	78
三、解题指导·····	79
四、习 题·····	87
五、习题答案·····	94
第 7 章 静电场 ·····	96
一、基本要求·····	96
二、基本概念及规律·····	96
三、解题指导·····	97
四、习 题 ·····	103
五、习题答案 ·····	109
第 8 章 静电场中的导体与电介质 ·····	111
一、基本要求 ·····	111
二、基本概念及规律 ·····	111
三、解题指导 ·····	112
四、习 题 ·····	115
五、习题答案 ·····	118
第 9 章 稳恒磁场 ·····	120
一、基本要求 ·····	120
二、基本概念及规律 ·····	120
三、解题指导 ·····	121
四、习 题 ·····	128
五、习题答案 ·····	135
第 10 章 磁场中的磁介质 ·····	137
一、基本要求 ·····	137
二、基本概念及规律 ·····	137
三、习 题 ·····	137
四、习题答案 ·····	139
第 11 章 电磁感应 ·····	140
一、基本要求 ·····	140
二、基本概念及规律 ·····	140
三、解题指导 ·····	141

四、习 题	148
五、习题答案	154
第 12 章 机械振动	156
一、基本要求	156
二、基本概念及规律	156
三、解题指导	158
四、习 题	173
五、习题答案	176
第 13 章 机械波	177
一、基本要求	177
二、基本概念及规律	177
三、解题指导	179
四、习 题	191
五、习题答案	198
第 14 章 电磁场普遍规律	200
一、基本要求	200
二、基本概念及规律	200
三、解题指导	201
四、习 题	201
五、习题答案	203
第 15 章 波动光学	204
一、基本要求	204
二、基本概念及规律	204
三、解题指导	206
四、习 题	214
五、习题答案	221
第 16 章 相对论	224
一、基本要求	224
二、基本概念及规律	224
三、解题指导	225
四、习 题	236
五、习题答案	238
第 17 章 量子物理	240
一、基本要求	240

二、基本概念及规律	240
三、解题指导	245
四、习 题	248
五、习题答案	251

一、基本要求

1. 掌握位置矢量、位移、速度、加速度等描述质点运动及运动变化的物理量。理解这些物理量的矢量性、瞬时性和相对性。
2. 理解运动方程的物理意义及作用。掌握运用运动方程确定质点的位置、位移、速度和加速度的方法,以及已知质点运动的加速度和初始条件,求速度、运动方程的方法。
3. 掌握并计算质点在平面内运动时的速度和加速度,以及质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。了解一般曲线运动中的加速度。
4. 明确位移和路程、速度和速率,以及运动方程和轨道方程的区别。
5. 理解伽利略速度变换式,并会求解简单的质点相对运动问题。

二、基本概念及规律

1. 矢量及运动方程

位置矢量:用来确定质点位置的矢量, $\mathbf{r}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ 。

运动方程:位置矢量随时间变化的关系式, $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$ 。

位移矢量:质点在一段时间 Δt 内的位置矢量的改变, $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$ 。

其中 $x(t), y(t), z(t)$ 是参数方程,消去 t 便得到质点运动的轨迹方程。

2. 速度

速度为质点位置矢量对时间的变化率, $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, $\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}$ 。

3. 加速度

加速度为质点速度对时间的变化率, $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$, $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j}$ 。

4. 运动的叠加原理

一种复杂运动可以分成几种相互独立简单运动的叠加,这个结论也称为运动的独立性原理。

5. 直线运动

$$\text{位置: } x = x_0 + \int_0^t v(t) dt.$$

$$\text{速度: } v = v_0 + \int_0^t a(t) dt.$$

6. 圆周运动

角坐标为 θ , 运动方程为 $\theta(t)$ 。角速度为 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, 角加速度为 $a = \frac{d\omega(t)}{dt}$, 角速度与线速度的关系是 $v = \omega r$ 。加速度常用自然坐标系表示为: $a = a_t + a_n = a_t e_t + a_n e_n$, 法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$, 方向指向圆心。切向加速度 $a_t = \frac{dv}{dt}$, 方向沿轨道切线, 式中 v 是速率 ($v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$)。

7. 相对运动

$$\text{位置矢量变换: } r_{po} = r_{po'} + r_{o'o}.$$

$$\text{速度变换: } v_{po} = v_{po'} + v_{o'o}.$$

$$\text{加速度变换: } a_{po} = a_{po'} + a_{o'o}.$$

“ po ”为质点 p 相对 o 系; “ po' ”为质点 p 相对 o' 系; “ $o'o$ ”为 o' 系相对 o 系。

三、解题指导

例 1.1 已知质点沿 x 轴做直线运动, $x = 2 + 6t^2 - 2t^3$ 。求: (1) 质点在运动开始后 4.0 s 内位移的大小; (2) 质点在该时间内所通过的路程。

解 (1) 开始后 4.0 s 内的位移是 $t = 0$ s 时的位矢和 $t = 4$ s 时位矢的差。

$$t = 0 \text{ s 时} \quad x_1 = 2 \text{ m}$$

$$t = 4 \text{ s 时} \quad x_2 = 2 + 6 \times 4^2 - 2 \times 4^3 = -30 \text{ (m)}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -32 \text{ m}$$

质点在运动开始后 4.0 s 内位移的大小为 32 m。

(2) 由于质点做直线运动, 如果质点运动方向改变, 路程应不等于位移的绝对值。我们需要从 v 的正负来判明运动过程。

$$v = \frac{dx}{dt} = 12t - 6t^2$$

当 $t = 0$ s 和 $t = 2$ s 时, $v = 0$; 当 $0 \text{ s} < t < 2 \text{ s}$ 时, $v > 0$, 质点向右运动; 当 $t > 2$ s 时, $v < 0$, 质点向左运动。即

$$t = 0 \text{ s}, \quad x_1 = 2 \text{ m}$$

$$t = 2 \text{ s}, \quad x_2 = 10 \text{ m}$$

$$t = 4 \text{ s}, \quad x_3 = -30 \text{ m}$$

$$l = |x_2 - x_1| + |x_3 - x_2| = 48 \text{ m}$$

例 1.2 如图, 湖中有一小船。岸上有人用绳跨过定滑轮拉船靠岸。设滑轮距水面高度为 h , 滑轮到原船位置的绳长为 l_0 。求: 当人以匀速 v 拉绳, 船运动的速度 v' 为多少?

解 设 t 时刻绳长为 l , 船到滑轮边缘的垂线距离为 x , 如图所示。

$$v' = \frac{dx}{dt}$$

$$l^2 = h^2 + x^2$$

两端对时间求导

$$2l \cdot \frac{dl}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$$

已知 $v = -\frac{dl}{dt}$, $\frac{x}{l} = \cos \alpha$, 则 $v' = \frac{-v}{\cos \alpha}$

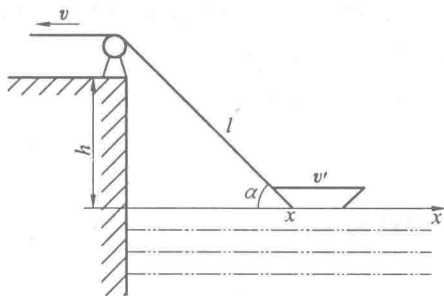
在 t 时刻

$$l = l_0 - vt, \quad \sin \alpha = \frac{h}{l_0 - vt},$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{h^2}{(l_0 - vt)^2}}$$

所以

$$v' = \frac{-v}{\sqrt{1 - \frac{h^2}{(l_0 - vt)^2}}}$$



例 1.2 图

例 1.3 飞机以 $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度沿水平直线飞行, 在离地面高 100 m 时, 驾驶员要把物品投到前方某一地面目标处。问: (1) 此时目标在飞机下前方多远? (2) 投放物品时, 驾驶员看目标的视线和水平线成何角度? (3) 物品投出 2.0 s 后, 它的法向加速度和切向加速度各为多少?

解 (1) 设目标在飞机下方前 x 处, 则

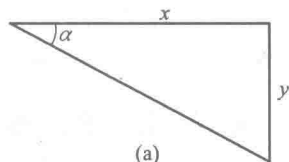
$$y = \frac{1}{2}gt^2, \quad x = v_0 t$$

解得 $t = 4.52 \text{ s}$, $x = 452 \text{ m}$ 。

(2) 如图(a)所示

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{100}{452}$$

$$\alpha = 12.5^\circ$$

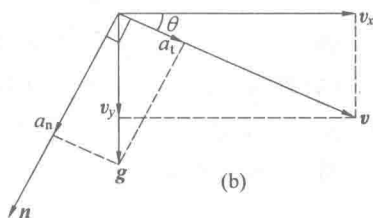


(a)

(3) 求出 $t = 2.0 \text{ s}$ 时的 v_x, v_y , 从而确定出 v 的方向, 如图(b)所示。

g 在 v 方向的分量为 a_t , g 在 n 方向上的分量为 a_n 。

$t = 2.0 \text{ s}$ 时



(b)

例 1.3 图

$$v_y = gt = 19.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}, \quad \theta = 11.1^\circ$$

$$a_t = g \sin \theta = 1.88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_n = g \cos \theta = 9.62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

例 1.4 一质点沿半径为 R 的圆周按规律 $s = v_0 t - \frac{1}{2}bt^2$ 运动, v_0, b 都是常量。

(1) 求 t 时刻质点的总加速度; (2) t 为何值时总加速度在数值上等于 b ? (3) 当加速度达到 b 时, 质点已沿圆周行了多少圈?

解 s 表示的是某一时刻到开始时刻质点走过的弧长, 则

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

(1) 由 $v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$ 可知

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -b, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \frac{\sqrt{R^2 b^2 + (v_0 - bt)^4}}{R}$$

a 与 a_t 的夹角为 θ , 则

$$\tan \theta = \frac{a_n}{a_t} = \frac{(v_0 - bt)^2}{-bR}, \quad \theta = \arctan \left[\frac{-(v_0 - bt)^2}{bR} \right]$$

(2) 当 $v_0 - bt = 0$ 时, 即 $t = \frac{v_0}{b}$ 时, $a = b$ 。

(3) 质点运行时速率匀速减小, 当总加速度达到 b 时, 速率刚好为零, 此过程中有反向运动, 即

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$$

把 $t = \frac{v_0}{b}$ 代入, 则

$$s = \frac{v_0^2}{2b}$$

设 N 为运行圈数, 则

$$N = \frac{s}{2\pi R} = \frac{v_0^2}{4\pi R b}$$

例 1.5 一半径为 0.50 m 的飞轮在启动时, 其角速度与时间的平方成正比。在 $t = 2.0 \text{ s}$ 时测得轮缘一点的速度值为 $4.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。求: (1) 该轮在 $t' = 0.5 \text{ s}$ 时的角速度, 轮缘一点的切向加速度和总加速度; (2) 该点在 2.0 s 内所转过的角度。

解 由已知可设

$$\omega = kt^2$$

$t = 2.0 \text{ s}$ 时, $v = 4.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v = r\omega$, $r = 0.50 \text{ m}$

可得 $\omega = 8.0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $k = 2$, 即 $\omega = 2t^2$

(1) $t' = 0.5 \text{ s}$ 时 $\omega' = 2 \times 0.5^2 = 0.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

角加速度为

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 4t$$

$t' = 0.5 \text{ s}$ 时

$$\alpha' = 2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a'_t = r\alpha' = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad a'_n = r\omega'^2 = 0.125 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a' = \sqrt{a'^2_t + a'^2_n} = 1.01 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

(2) 由 $\omega = 2t^2$, 则 $\frac{d\theta}{dt} = 2t^2$, 得

$$d\theta = 2t^2 dt$$

对两边积分 $\int_0^\theta d\theta = \int_0^t 2t^2 dt$, 得

$$\theta = \frac{2}{3}t^3$$

当 $t = 2.0 \text{ s}$ 时, $\theta = 5.33 \text{ rad}$ 。

例 1.6 如图(a)所示, 一汽车在雨中沿直线行驶, 其速率为 v_1 , 下落雨滴的速度方向偏于竖直方向之前 θ 角, 速率为 v_2 ; 若车后有一长方形物体, 问车速 v_1 为多大时, 此物体正好不会被雨水淋湿?

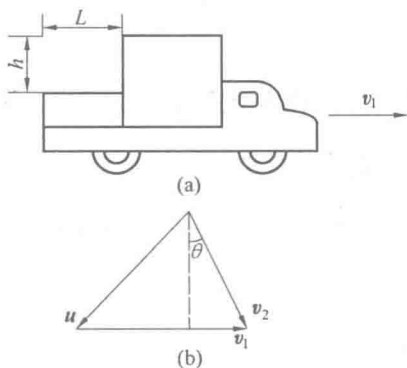
解 如图(b)可知 $u = v_2 - v_1$

$$|u_y| = v_2 \cos \theta, \quad |u_x| = v_1 - v_2 \sin \theta$$

当车后长方形物体正好不会被雨水淋湿时

$$\frac{|u_y|}{|u_x|} = \frac{h}{L}$$

$$\frac{h}{L} = \frac{v_2 \cos \theta}{v_1 - v_2 \sin \theta}$$



例 1.6 图

解得

$$v_1 = v_2 \left(\frac{L}{h} \cos \theta + \sin \theta \right)$$

例 1.7 某人能在静水中以 $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度划船前进。今欲横渡一宽为 $1.00 \times 10^3 \text{ m}$, 水流速度为 $0.55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的大河。(1) 他若要从出发点横渡该河而到达正对岸的一点, 那么应该如何确定划行方向? 达到正对岸需多少时间? (2) 如果希望用最短的时间过河, 那么应该如何确定划行方向? 船到达对岸的位置在什么地方?

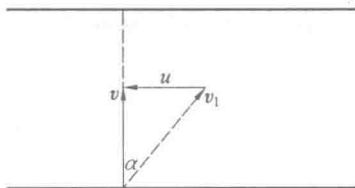
解 (1) 如图, 船相对于水的速度 v_1 为相对速度, 其大小为 $1.10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 水流速度为牵引速度, 船相对于岸的速度为绝对速度。若要横渡到正对岸一点, 绝对速度必须垂直于岸边。

由图可知

$$\sin \alpha = \frac{u}{v_1} = \frac{1}{2}, \quad \alpha = 30^\circ$$

$$v = v_1 \cos \alpha = 1.10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.95 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

$$t = \frac{L}{v} = \frac{1 \times 10^3}{0.95} = 1.05 \times 10^3 \text{ (s)}$$



例 1.7 图

(2) 如果希望用最短的时间过河, 应向正对岸划行, 横向速度为 $v_1 = 1.10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 他到达对岸的位置将比正对岸点向下游漂移河宽的一半, 即 $u \frac{L}{v_1} = 5 \times 10^2 \text{ m}$ 。

例 1.8 一质点做匀速圆周运动时, 对圆心 O 的角加速度 α 为一恒量, 试用积分法证明: (1) $\omega = \omega_0 + \alpha t$; (2) $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$; (3) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$, 其中 θ, ω, ω_0 分别表示角坐标、

角速度和初速度。

证明 按角速度定义, $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$, 则由此积分, 有

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \alpha dt \quad (1)$$

即得

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

又按角速度定义, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, 积分, 得

$$\int_0^t \omega dt = \int_0^{\theta} d\theta$$

将式(1)代入上式, 得

$$\int_0^t (\omega_0 + \alpha t) dt = \int_0^{\theta} d\theta$$

积分, 得

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (2)$$

由 $\alpha = d\omega/dt = (d\omega/d\theta)(d\theta/dt) = \omega d\omega/d\theta$, 即 $\alpha d\theta = \omega d\omega$, 积分

$$\int_0^{\theta} \alpha d\theta = \int_{\omega_0}^{\omega} \omega d\omega$$

得

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

例 1.9 一质点做变速圆周运动, 其路程 s 随时间 t 的变化规律为 $s = t^3 + 3t$, 当 $t = 2$ s 时, 质点的加速度为 $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。求此圆周运动轨道的半径。

解 已知 $s = t^3 + 3t$, 则

$$v = \frac{ds}{dt} = 3t^2 + 3, \quad a_t = \frac{dv}{dt} = 6t$$

当 $t = 2$ s 时, 速度为 $v = (3 \times 2^2 + 3) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 切向加速度的大小为 $a_t =$

$\frac{dv}{dt} = 6 \times 2 = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 又因为加速度 $a = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 则由 $a = \sqrt{(\frac{dv}{dt})^2 + (\frac{v^2}{R})^2}$ 可以算出 $t = 2$ s 时, 质点做圆周运动的半径为 $R = 25 \text{ m}$ 。

例 1.10 已知质点的运动函数为 $\mathbf{r} = (1 - 3t)\mathbf{i} + (6 - t^3)\mathbf{j}$, 求: (1) 质点的速度和加速度; (2) 质点在 $0 \sim 2$ s 内的位移和平均速度。

解 (1) 由题设运动函数 $\mathbf{r} = (1 - 3t)\mathbf{i} + (6 - t^3)\mathbf{j}$, 得质点的速度和加速度分别为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = (-3)\mathbf{i} + (-3t^2)\mathbf{j} \quad (1)$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = (-6t)\mathbf{j} \quad (2)$$

(2) 在 $t = 0 \sim 2$ s 内的位移为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_0 &= [(1 - 2 \times 3)\mathbf{i} + (6 - 2^3)\mathbf{j}] - [(1 - 0)\mathbf{i} + (6 - 0)\mathbf{j}] = \\ &= (-6)\mathbf{i} + (-8)\mathbf{j} \end{aligned}$$

例 1.11 质点在 Oxy 平面内运动, 其运动方程为 $\mathbf{r} = (2.0t)\mathbf{i} + (19.0 - 2.0t^2)\mathbf{j}$, 式中 $\mathbf{r}$ 的单位为 m, t 的单位为 s。求: (1) 质点的运动方程; (2) 在 $t_1 = 1.0$ s 到 $t_2 = 2.0$ s 时间内的平均速度; (3) $t_1 = 1.0$ s 时的速度及切向和法向加速度; (4) $t_1 = 1.0$ s 时质点所在处轨道的曲率半径 ρ 。