21 世纪普通高等教育基础课规划教材

物理学实验教程

WULIXUE SHIYAN JIAOCHENG

刘东华　于勉　王艳文　主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪普通高等教育基础课规划教材

物理学实验教程

主 编 刘东华 于 勉 王艳文

参 编（以姓氏笔画为序）

张 杨 班 戈 韩 琳

机 械 工 业 出 版 社

本教材是依据《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》（2010版），充分考虑医药类各专业特点，在多年教学实践及教学改革基础上编写而成的。其编写特点是在保证物理实验学科体系不变的同时，强化用物理学的方法、技术去解决医学实践问题的实验项目，同时，适当增加了综合提高的实验内容。本书共编入33个实验项目，分为四章：测量误差及实验数据处理、基础物理实验、综合设计实验和医学影像物理学实验。

本书适用于高等医药院校生物医学工程、医学影像、生物工程、临床医学、预防医学、法医学、药学、医学检验等医药类专业，也可供与生命科学有关的其他专业师生参考使用。

图书在版编目（CIP）数据

物理学实验教程/刘东华等主编. —北京：机械工业出版社，2011.11
21世纪普通高等教育基础课规划教材
ISBN 978-7-111-36031-5

Ⅰ.①物… Ⅱ.①刘… Ⅲ.①物理学-实验-高等学校-教材
Ⅳ.①O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第200870号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
策划编辑：张金奎 责任编辑：张金奎
版式设计：霍永明 责任校对：张晓蓉
封面设计：张 静 责任印制：乔 宇
三河市国英印务有限公司印刷
2012年1月第1版第1次印刷
169mm×239mm·13印张·250千字
标准书号：ISBN 978-7-111-36031-5
定价：23.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
电话服务
社服务中心：(010) 88361066
销售一部：(010) 68326294
销售二部：(010) 88379649
读者购书热线：(010) 88379203
网络服务
门户网：http://www.cmpbook.com
教材网：http://www.cmpedu.com
封面无防伪标均为盗版

前　言

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的学科。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域，应用于生产技术的诸多部门，是自然科学和工程技术的基础。物理实验是科学实验的先驱，体现了大多数科学实验的共性，在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。因此，物理实验课是高等院校对学生进行科学实验基本训练的基础课程，是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端，在学生的科学素质培养中占有重要地位。

本教材是依据《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》(2010 版)，充分考虑医药类各专业特点，在多年教学实践及教学改革基础上编写而成的。其编写特点是在保证物理实验学科体系不变的同时，强化用物理学的方法、技术去解决医学实践问题的实验项目，同时，适当增加了综合提高的实验内容。本书共编入 33 个实验项目，分为四章：测量误差及实验数据处理、基础物理实验、综合设计实验和医学影像物理学实验。

本书适用于高等医药院校生物医学工程、医学影像、生物工程、临床医学、预防医学、法医学、药学、医学检验、护理等医药类专业，也可供与生命科学有关的其他专业师生参考使用。

由于编者水平有限，错误和不妥之处在所难免，恳请使用者批评指正。

编　者

目　　录

绪　　论

物理学是一门以实验为基础的科学。物理定律有许多是用观察和实验的方法建立起来的。观察就是在自然条件下研究现象，因而在很大程度上受自然条件的限制。物理实验是人们按照自己的意志，将自然界中物质的各种基本运动形态（如力、热、声、光、电等）在一定条件下再现，从而对其进行观察和分析研究的过程。由此可见，实验是物理理论的主要来源。例如，1831 年法拉第在实验室中发现电磁感应现象，之后通过大量的实验确立了电磁感应定律。不仅如此，物理理论的正确性也要通过实验来加以验证。例如，爱因斯坦在他的狭义相对论中，预言了物质运动的质能关系 $E = mc^2$，而这一关系的正确性还是通过几十年后的原子物理实验确定的。这样的例子不胜枚举。物理学发展的历史充分证明，物理实验在整个物理学的发展中起着决定性作用。

一、医用物理学实验课的目的

（1）培养学生的基本科学实验技能，使学生掌握一些基本物理量的测量方法，学会正确使用物理仪器，熟悉一些物理实验方法。

（2）提高学生的科学素养，培养学生独立自主的科学工作作风、实事求是的科学工作方法及科研工作能力。

（3）理论联系实际，巩固和加深学生对物理现象及规律的认识。

二、医用物理学实验课的具体要求

（1）熟悉常用仪器设备的一般原理及使用方法，其中包括游标卡尺、外径千分尺（旧称螺旋测微计）、秒表、温度计、万用电表、示波器、心电图机、常用电源等。

（2）能按照简单线路图正确连接电路。

（3）了解实验误差的基本概念，能分析误差发生的原因，能正确按照处理有效数字的规则进行数据记录和运算。

（4）能正确按数据画出图线，并能利用图线分析实验结果。

（5）能写出正规的实验报告。

（6）培养学生科学工作的作风：

1）实验必须在理论指导下有目的地进行，实验前要预习，并要求写出预习报告；预习报告的内容应包括：实验题目、目的、器材、基本原理、简单步骤，并绘出有关表格等；不允许在没有充分准备的情况下盲目操作。

2）一切操作必须按正规方法进行，对待实验数据要严肃认真，原始记录要

清楚真实。

3）在实验过程中，应保持室内安静，养成整齐清洁、有条不紊的习惯，爱护仪器，注意节约。

4）平时教学中要进行严格考查，未完成全部实验或操作未达到要求的学生必须补做或重做。

第一章　测量误差及数据处理

第一节　误差的基本概念

一、测量

物理实验以测量为基础。根据测量方法可分为直接测量与间接测量。可用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量，称为**直接测量**。例如，用米尺测得物体的长度是91.12cm，用毫安表量得电流是3.02mA等。但是，有些物理量无法进行直接测量，需要根据待测量与若干个直接测量值的函数关系求出，这样的测量称为**间接测量**。例如，测量铜柱体的密度时，需要先测量铜柱的高度 h、直径 d 和质量 m，然后计算出密度 $\rho = 4m/\pi d^2 h$。

按测量条件测量可分为等精度测量和不等精度测量。

等精度测量：在对某一物理量进行多次重复测量过程中，每次测量条件都相同的一系列测量称为等精度测量。例如，由同一个人在同一仪器上采用同样测量方法对同一待测物理量进行多次测量，每次测量的可靠程度都相同，这些测量就是等精度测量。

不等精度测量：在对某一物理量进行多次重复测量过程中，测量条件完全不同或部分不同，各结果的可靠程度自然也不同的一系列测量称为不等精度测量。例如，对某一物理量进行测量时，选用的仪器不同，或测量方法不同，或测量人员不同等都属于不等精度测量。

绝大多数实验都采用等精度测量。

二、测量误差

反映物质固有属性的物理量所具有的客观的真实数值称为**真值**。由于测量所使用的仪器不可能尽善尽美，测量所依据的理论公式所要求的条件也是无法绝对保证的，再加上测量技术、环境条件等各种因素的局限，真值一般无法得到。但是，从统计理论可以证明，在条件不变的情况下进行多次测量时，可以用算术平均值作为相对真值。

测量结果与客观存在的真值之间总有一定的差异。我们把测量结果与真值之间的差值叫做**测量误差**，简称**误差**。误差存在于一切测量之中，而且贯穿于整个测量过程。在确定实验方案、选择测量方法或选用测量仪器时，要考虑测量误差。在数据处理时，要估算和分析误差。总之，必须以误差分析的理论指导实验

的全过程。

测量误差可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示，还可以用百分误差表示。

绝对误差 = 测量值 - 真值

相对误差 = |绝对误差/真值| ×100%

百分误差 = |(测量最佳值 - 公认值)/公认值| ×100%

三、误差的分类

测量误差按原因与性质可分为系统误差、随机误差和过失误差三大类。

1. 系统误差

系统误差指在相同条件下，多次测量同一物理量时，测量值对真值的偏离（大小和方向）总是相同的。

系统误差的主要来源有：①仪器误差（如刻度不准，米尺弯曲，零点没调好，砝码未校正等）；②环境误差（如温度、压强等的影响）；③个人误差（如读数总是偏大或者偏小等）；④理论和公式的近似性（如用单摆测量重力加速度时所用公式的近似性）等。

增加测量次数并不能减小系统误差，为了减小和消除系统误差，必须针对其来源逐步具体考虑，或者采用一定的测量方法，或者经过理论分析、数据分析和反复对比找出适当的关系，对结果进行修正。

2. 随机误差

随机误差（又称**偶然误差**）是指在同一条件下多次测量同一物理量，测量结果总有稍许差异，且变化不定。

随机误差来源于各种偶然的或不确定的因素：①人们的感官（如听觉、视觉、触觉）的灵敏度的差异和不稳定；②外界环境的干扰（温度的不均匀、振动、气流、噪声等）；③被测对象本身的统计涨落等。

虽然偶然误差的存在使每一次测量偏大或偏小是不确定的，但是，当测量次数增加时，它服从一定的统计规律。在一定的条件下，经过多次测量，测量值落在真值附近的某个范围内的几率是一定的，而且偏离真值较小的数据比偏离真值较大的数据出现的几率大，偏离真值很大的数据出现的几率趋于0。因此，增加测量次数可以减少偶然误差。

系统误差与偶然误差的来源、性质不同，处理方法也不同。但是，它们之间也是有联系的。如对某问题从一个角度来看是系统误差，而从另一个角度来看又是偶然误差。因此在误差分析中，往往把两者联系起来对测量结果进行总体评定。

3. 过失误差

过失误差是由于观测者不正确地使用仪器、操作错误、读数错误、观察错误、记录错误、估算错误等不正常情况下引起的误差。错误已不属于正常的测量

工作范围，应将其剔除。所以，在作误差分析时，要估计的误差通常只有系统误差和随机误差。

四、测量的精密度、准确度和精确度

对于测量结果作总体评定时，一般把系统误差和随机误差联系起来看。精密度、准确度和精确度都是用于评价测量结果好坏的，但是这些概念的涵义不同，使用时应加以区别。

1. 精密度

精密度表示测量结果中的随机误差大小的程度。它是指在一定的条件下进行重复测量时，所得结果的相互接近程度，是描述测量重复性高低的。精密度高，即测量数据的重复性好，随机误差较小。

2. 准确度

准确度表示测量结果中的系统误差大小的程度。它是指测量值或实验所得结果与真值符合的程度，即描述测量值接近真值的程度。准确度高，即测量结果接近真值的程度好，系统误差小。

3. 精确度

精确度是测量结果中系统误差和随机误差的综合。它是指测量结果的重复性及接近真值的程度。对于实验和测量来说，精密度高，准确度不一定高；而准确度高，精密度也不一定高。只有精密度和准确度都高时，精确度才高。

现在以打靶结果为例来形象地说明三个“度”之间的区别，见图 1-1。图 a 表示子弹相互之间比较近，但偏离靶心较远，即精密度高准确度较差；图 b 表示子弹相互之间比较分散，但没有明显的固定偏向，故准确度高而精密度较差；图 c 表示子弹相互之间比较集中，且都接近靶心，精密度和准确度都很好，亦即精确度高。

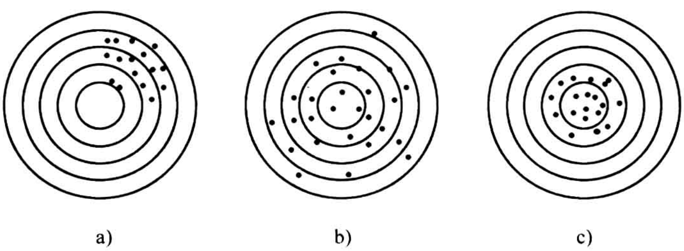

图 1-1　精密度、准确度和精确度示意图

五、随机误差的估算

1. 算术平均值

算术平均值的一般表达式为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

式中，x_i是第 i 次测量值；n 是测量次数。

2. 残差

每一次测量值与算术平均值的差值称为**残差**，用 Δx_i表示：

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$$

3. 标准偏差

用残差去估算误差，所得结果为测量值的实际**标准偏差**，用 σ 表示。任意一次测量值的实验标准偏差近似为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{1-1}$$

式（1-1）又称贝塞尔公式，它表示如果在相同条件下进行多次测量，其随机误差遵从高斯分布，那么，任意一次测量值误差出现在（$-\sigma_x$，σ_x）区间内的概率为68.3%。

算术平均值的实验标准偏差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-2}$$

它表示如果多次测量的随机误差遵从高斯分布，那么，其值出现在（$\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}$，$\bar{x} + \sigma_{\bar{x}}$）区域的概率为68.3%。

4. 误差取位规则

约定：绝对误差一般取一位有效数字，其尾数只进不舍，以免产生估计不足。相对误差一般取两位有效数字。

测量值的有效数字尾数应与绝对误差的尾数取齐，其尾数采用四舍六入五凑偶法则，这种舍入法则的出发点是使尾数舍与入的概率相等。

5. 误差的传递公式

间接测量是由各直接测量值通过函数关系计算得到的，既然直接测量有误差存在，那么间接测量也必有误差，这就是误差的传递。由直接测量值及其误差来计算间接测量值的误差之间的关系式，称为**误差的传递公式**。

设间接测量值为 N，它是由各互不相关的直接测量值 A，B，C，…通过函数关系 f 求得的，即

$$N = f(A, B, C, \cdots)$$

若各个独立的直接测量值的误差分别为 σ_A，σ_B，σ_C，…，则间接测量值 N 的误差估算需要用误差的方和根合成。其标准误差

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\sigma_B\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\sigma_C\right)^2 + \cdots} \tag{1-3}$$

相对误差

$$\frac{\sigma_N}{N}=\frac{1}{f(A,\ B,\ C,\ \cdots)}\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\sigma_A\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial B}\sigma_B\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial C}\sigma_C\right)^2+\cdots} \tag{1-4}$$

式中，A，B，C，…是直接测量值；σ_A，σ_B，σ_C，…是各直接测量值的误差。

对于以加减运算为主的函数关系，一般用式（1-3）先计算标准误差，再求出相对误差；而对于以乘除运算为主的函数关系，一般先计算相对误差，再计算标准误差，步骤如下：

① 对函数取对数

$$\ln N=\ln f(A,\ B,\ C,\ \cdots)$$

② 求相对误差

$$E=\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial A}\sigma_A\right)^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial B}\sigma_B\right)^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial C}\sigma_C\right)^2+\cdots} \tag{1-5}$$

③ 求标准误差

$$\sigma_N=N\cdot E$$

第二节　常用仪器误差

仪器误差是指在仪器规定的使用条件下，正确使用仪器时，仪器的指示数和被测量的真值之间可能产生的最大误差。它的数值通常由制造厂家和计量单位使用更精密的仪器，经过检测比较后给出，其符号可正可负，用$\Delta_{仪}$表示。通常仪器误差既包含系统误差，又包含随机误差，它在很大程度上取决于仪器的精度。一般级别高的仪器和仪表（如0.2级精密电表），仪器误差主要是随机误差；级别低的（如1.0以下）则主要是系统误差。一般所用的0.5级或1.0级仪表，则两种误差都可能存在。根据仪器的级别计算仪器误差的公式为

$$\Delta_{仪}=量程\times级别\%$$

如果没有注明仪器级别，在物理实验教学中，对于一些连续刻度（可估读）的仪器，一般用仪器的最小刻度的一半作为$\Delta_{仪}$；而对于非连续刻度（不可估读）的仪器，一般用仪器的最小刻度作为$\Delta_{仪}$。

仪器误差的概率密度函数遵从的是均匀分布，如图1-2所示。均匀分布是指其误差在[$-\Delta_{仪}$，$\Delta_{仪}$,] 区间范围内，误差（不同大小和符号）出现的概率都相同，而区间外的概率为0，即$\int_{-\Delta_{仪}}^{+\Delta_{仪}}f(\Delta)\mathrm{d}\Delta=1$。所以误差服从以下分布规律：$f(\Delta)=\frac{1}{2}\Delta_{仪}$。

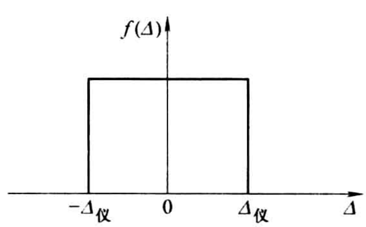

图1-2　均匀分布曲线

可以证明，服从均匀分布的仪器的最大误差所对应的标准误差为

$$\sigma_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}$$

在物理实验教学中，正确使用仪器时，我们约定仪器的基本误差（或最大误差）如下：

米尺：仪器误差 $\Delta_{仪}=0.5\text{mm}$

五十分游标卡尺：仪器误差 $\Delta_{仪}=0.02\text{mm}$

外径千分尺（旧称螺旋测微计）：仪器误差 $\Delta_{仪}=0.005\text{mm}$

分光计：仪器误差 $\Delta_{仪}=1'$

读数显微镜：仪器误差 $\Delta_{仪}=0.005\text{mm}$

机械秒表：仪器误差 $\Delta_{仪}=0.2\text{s}$

电表：仪器误差 $\Delta_{仪}=(\text{量程}\,M\times\varepsilon\%)[\text{单位}]$；$\varepsilon$ 为仪器精度等级值

电阻箱：仪器误差 $\Delta_{仪}=(\varepsilon\% R+0.002m)\Omega$，$m$ 是总转盘数。

第三节　不确定度的基本概念

不确定度和误差是两个不同的概念，它们之间既有联系，又有本质区别。误差是指测量值与真值之差，由于真值一般不可能准确地知道，因此测量误差也不可能确切获知。而不确定度是指误差可能存在的范围，这一范围的大小能够用数值表达。因此，不确定度实质上是误差的估计值。

一、不确定度的概念

由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度称为**不确定度**。它是表征对被测量的真值所处的量值范围的评定。例如，测得一单摆的周期为

$$T=(8.163\pm0.002)\text{s}\qquad(P=68.3\%)$$

其中 0.002 为不确定度，$P=68.3\%$ 表示**置信概率**。这样表示的意义为：被测单摆周期的真值，落在（8.163 − 0.002，8.163 + 0.002）范围内的可能性有 68.3%。因此，不确定度是测量结果表述中的一个重要参数，它能合理地说明测量值的分散程度和真值所在范围的可靠程度。不确定度亦可理解为一定置信概率下误差限的绝对值，记为 Δ。

不确定度的定量表述就是给出所需置信概率，用标准误差倍数表示置信区间。例如，用“不确定度（σ）”时，则置信概率为 68.3%，置信区间为（$-\sigma$，σ）；用“不确定度（3σ）”时，则置信概率为 99.7%，置信区间为（-3σ，3σ）。因此只要对测量结果给出不确定度，即给出置信区间和置信概率，就表达了测量结果的精确度。

判断异常数据的方法一般采用（3σ）准则。当“不确定度超过（3σ）”时，测量偏差的绝对值大于3σ的置信概率仅为0.3%，这种可能性微乎其微，该测量值视为坏值而将它剔除。

二、不确定度的分类

测量不确定度由几个分量构成。通常，按不确定度值的计算方法分为A类不确定度和B类不确定度，或A类分量和B类分量。

A类分量是在一系列重复测量中，用统计学方法计算的分量Δ_A：

$$\Delta_A = \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-6}$$

B类分量是用其他方法（非统计学方法）评定的分量Δ_B：

$$\Delta_B = \sigma_{仪} = \Delta_{仪}/C$$

在物理实验教学中，为简化处理，A类分量Δ_A指标准误差，B类分量Δ_B仅考虑仪器标准误差，并约定式中$C=\sqrt{3}$（假定仪器误差满足均匀分布）。将A类和B类分量采用方和根合成，得到合成不确定度表达式为

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \tag{1-7}$$

注：式中忽略置信因子t_P（测量次数n取6～10）。

测量结果的标准式为

$$x = \bar{x} \pm \Delta(\text{单位}), \quad E = \frac{\Delta}{\bar{x}} \times 100\%$$

不确定度取位规则：在物理实验中，绝对不确定度一般取一位有效数字，其尾数采用只进不舍法则。相对不确定度一般取两位有效数字。

测量值有效数字取位规则：测量值的尾数应与绝对不确定度的尾数取齐，其尾数的进位采用四舍六入五凑偶法则。

例1-1 用米尺（$\Delta_{仪}=0.5\text{mm}$）测一钢丝长度，6次测量值分别为$x_1=14.0\text{mm}$，$x_2=14.4\text{mm}$，$x_3=14.9\text{mm}$，$x_4=14.2\text{mm}$，$x_5=14.1\text{mm}$，$x_6=14.8\text{mm}$。试写出它的测量结果，并用不确定度$\bar{x}\pm\Delta$表示。

解：① 计算算术平均值

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{6}\sum x_i \\ &= \frac{14.0+14.4+14.9+14.2+14.1+14.8}{6}\text{mm} \\ &= 14.4\text{mm}\end{aligned}$$

② 计算A类不确定度

$$\Delta_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i - \bar{x})^2}{6(6-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5 \times 6}(0.4^2 + 0.0^2 + 0.5^2 + 0.2^2 + 0.3^2 + 0.4^2)}\ \text{mm}$$

$$\approx 0.153\text{mm} \approx 0.2\text{mm}$$

③ 计算 B 类不确定度

$$\Delta_B = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \approx 0.3\text{mm}$$

④ 合成不确定度

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.3^2}\text{mm} \approx 0.4\text{mm}$$

⑤ 测量结果

$$x = (14.4 \pm 0.4)\text{mm},\ E = \frac{\Delta}{x} \times 100\% = 2.8\%$$

三、不确定度与误差

不确定度是在误差理论的基础上发展起来的，不确定度 A 类分量的估算用到了标准误差计算的公式。

误差用于定性描述实验测量的有关理论和概念，不确定度用于实验结果的定量分析和运算等。用测量不确定度代替误差评定测量结果，具有方便性、合理性和实用性。

误差可正可负，而不确定度永远是正的。

误差是不确定度的基础，不确定度是对经典误差理论的一个补充，是现代误差理论的内容之一，它还有待于进一步的研究、完善和发展。

第四节　直接测量结果与不确定度的估算

在物理实验中，直接测量主要有单次测量和多次测量。由于不确定度评定方法的复杂性，只能采用简化的，具有一定近似性的估算方法。

一、单次测量

单次测量的结果表示式为

$$x = x_{测} \pm \Delta_{仪}(\text{单位})$$

其中，$x_{测}$是单次测量值，也称为单次测量最佳值。不确定度取仪器基本误差$\Delta_{仪}$，仪器基本误差可在仪器说明书或某些技术标准中查到，或通过估算获得。

二、多次测量

多次测量的结果表示为

$$x = \bar{x} \pm \Delta(\text{单位})$$

其中，$\bar{x}$是一列测量数据（即测量列）的算术平均值（即测量列的最佳值）；Δ 是合成不确定度。物理实验的测量结果表示中，合成不确定度 Δ 从估计方法上分为 A 类分量和 B 类分量，并按“方和根”合成，即

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}(\text{单位})$$

例 1-2 用外径千分尺（$\Delta_{仪} = 0.005\text{mm}$）测量某一铁板的厚度：①单次测量值为 3.779mm；②8 次测量一列数据为 3.784mm，3.779mm，3.786mm，3.781mm，3.778mm，3.782mm，3.780mm，3.778mm。试分别写出它的测量结果。

解：① 单次直接测量结果为

$$d = (3.779 \pm 0.005)\text{mm}$$

② 多次直接测量情况

$$\begin{aligned}\bar{d} &= \frac{1}{8}\sum d_i \\ &= \frac{3.784 + 3.779 + 3.786 + 3.781 + 3.778 + 3.782 + 3.780 + 3.778}{8}\text{mm} \\ &= 3.781\text{mm}\end{aligned}$$

$$\Delta_A = \sigma_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{8}(d_i - \bar{d})^2}{8(8-1)}} \approx 0.002\text{mm}$$

$$\Delta_B = \sigma_{仪} = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} = \frac{0.005}{\sqrt{3}}\text{mm} \approx 0.003\text{mm}$$

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = 0.004\text{mm}$$

则多次直接测量结果表示为

$$d = (3.781 \pm 0.004)\text{mm}$$

第五节 间接测量结果与不确定度的估算

一、不确定度传递公式

不确定度的传递公式与标准误差的传递公式形式上完全相同，即按方和根合成。

绝对不确定度的计算式为

$$\Delta_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\Delta_A\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\Delta_B\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\Delta_C\right)^2 + \cdots} \tag{1-8}$$

相对不确定度的计算式为

$$\frac{\Delta_N}{N} = \frac{1}{f(A, B, C, \cdots)}\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\Delta_A\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\Delta_B\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\Delta_C\right)^2 + \cdots} \tag{1-9}$$