

数学名著译丛

# 数学物理方法II

[德] R.柯朗 D.希尔伯特 著  
熊振翔 杨应辰 译



科学出版社

## 内 容 简 介

本书系一经典性名著。

本书系统地提供了为解决各种重要物理问题所需的基本数学方法。全书分三卷出版，卷 II 的内容基本上与卷 I 无关，是从数学物理的观点来处理偏微分方程理论的，其中包括：一阶偏微分方程的一般理论、高阶偏微分方程、势论及椭圆型微分方程、两个自变量的双曲型微分方程和多于两个自变量的双曲型微分方程。

本书内容十分丰富，可供数学、物理、力学等方面的研究工作者、教师和学生参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

数学物理方法 II/(德)柯朗,(德)希尔伯特著;熊振翔,杨应辰译。—北京:科学出版社,2012

(数学名著译丛)

ISBN 978-7-03-033749-8

I. ①数… II. ①柯… ②希… ③熊… ④杨… III. ①数学物理方法

IV. ①O411.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 037279 号

责任编辑:陈玉琢 汪 操 / 责任校对:朱光兰

责任印制:钱玉芬 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京佳艺恒彩印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2012 年 3 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2012 年 3 月第一次印刷 印张: 43

字数: 840 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

## 英文版原序摘译

本卷讲述偏微分方程理论,特别是讲述这一广阔领域中有关物理学概念与力学概念的那部分内容.但即使只限于此,求全似乎也是难以办到的.书中所选内容,在一定程度上偏于我个人的经验与兴趣.本书的意图在于,通过着重讲解概念与方法而不是罗列定理与事实,并且通过由初等水平的内容引导读者接触本门科学中正在探讨的各种问题,使得数学分析的这一重要分支比较易于掌握.

将近四十年以前,我曾和 David Hilbert 讨论过编写数学物理一书的计划.虽然 Hilbert 未能亲自参与这计划的实现,但我希望这部著作,特别是本卷,能反映他的科学精神,即总是坚定地面向数学问题的切要核心而反对只追求形式上的普遍性.在讲述各个题材时,我们将首先致力于典型的特例,因为它们具体而生动,从而富于启发性,并能显示出其内在抽象问题的中心思想.对一些个别现象,我并不把它们贬为特例来看待,而是要以此带领读者一步步地走到制高点,引出一般理论来,从而可以居高临下,把“较低水平”的各个细节看得更清楚,综合得更好,掌握得更牢.为了适应教与学这种有机过程,我喜欢用归纳方法来引述,这样有时就会很不简练,这时就改用演绎的、引经据典式的讲法.

本书在主要内容上是自成一体的.它相当于 1937 年问世的德文版《数学物理方法 II》.原著后来被纳粹德国文化部禁止发行.其后,我的挚友 Ferdinand Springer 被迫辞去他在著名出版社的领导职务.1943 年在美国政府的许可下由综合科学出版社 (Interscience Publishers) 再版而使此书得以流传下来.其后,就一直准备用英文全部改编出版.在这很长一段时间里,本门科学的进展已很可观,我也对此力求获得更全面的了解.这些进展,就我个人作为这些方面的积极工作者与学习者所参与到的范围来说,自然都反映在本书中了.

读者从目录可以看出本书所涉范围,它几乎在每个重要细节上都不同于德文原著.例如,特征理论以及特征对波的传播理论的作用,现在较之二十五年以前已能论述得更充分了.还有,由 Sobolev 和 Friedrichs 阐明的微分方程弱解的概念,虽已写入德文版中,但现在却放在讲述广义函数(理想函数)论的章节中.广义函数是由 Laurent Schwartz 引入并称之为“分布”的.现在它已经成为高等微积分的不可缺少的工具了.第 6 章的附录给出了这个理论的浅述.另一方面,德文版最后一章的材料,特别是关于椭圆型微分方程解的存在的讨论,并未列入本卷中.这些材料将在论述解的结构的第三卷中讲到.该卷较简短,其中还包含着有关的近代数学的概述.

现在问世的这本书, 在格式、内容的完整性、难易的程度上肯定都是参差不齐的. 但我仍然希望它对我的同学们 —— 不管他们是初学者、专家、数学家还是其他行业的科学家或工程师 —— 都会有用. 书中涉及的内容水平不一, 这也许反而能使读者通过较浅近的部分更易于进入整个领域.

一些在我的研究范围以外的成果, 我深知可能在本书里体现得不够, 甚或有所忽视, 对此只能表示歉意. 这些缺点不久以后将有其他著作来弥补, 例如即将出版 Gårding 和 Leray 关于他们自己的卓越成果的书.

R. 柯朗

1961 年 11 月于纽约

# 目 录

## 英文版原序摘译

第 1 章 引论	1
1.1 关于各种解的一般知识	2
1.1.1 例	2
1.1.2 已给函数族的微分方程	6
1.2 微分方程组	9
1.2.1 微分方程组和单个的微分方程等价的问题	9
1.2.2 常系数线性方程组的消去法	11
1.2.3 适定的、超定的、欠定的方程组	12
1.3 特殊微分方程的求积法	14
1.3.1 分离变量法	14
1.3.2 用叠加法构造更多的解. 传热方程的基本解. Poisson 积分	16
1.4 两个自变量的一阶偏微分方程的几何解释. 完全积分	17
1.4.1 一阶偏微分方程的几何解释	17
1.4.2 完全积分	18
1.4.3 奇异积分	20
1.4.4 例	21
1.5 一阶线性和拟线性微分方程的理论	22
1.5.1 线性微分方程	22
1.5.2 拟线性微分方程	24
1.6 Legendre 变换	25
1.6.1 对于二元函数的 Legendre 变换	25
1.6.2 对于 $n$ 元函数的 Legendre 变换	27
1.6.3 Legendre 变换在偏微分方程上的应用	28
1.7 Cauchy 和 Kowalewsky 存在定理	31
1.7.1 引言和例	31
1.7.2 化为拟线性微分方程组	34
1.7.3 初始流形上的导数的确定法	37
1.7.4 解析微分方程的解的存在性的证明	38
1.7.5 关于线性微分方程的一件注意事项	42

1.7.6 关于非解析微分方程的一个附注	42
1.7.7 关于临界初始数据的几点注记. 特征	43
<b>第 1 章附录 I 关于极小曲面的支持函数的 Laplace 微分方程</b>	<b>45</b>
<b>第 1 章附录 II 一阶微分方程组和高阶微分方程组</b>	<b>46</b>
1''.1 启发性的话	46
1''.2 两个一阶偏微分方程所成的组和一个二阶微分方程等价的条件	46
<b>第 2 章 一阶偏微分方程的一般理论</b>	<b>49</b>
2.1 两个自变量的拟线性微分方程的几何理论	49
2.1.1 特征曲线	49
2.1.2 初值问题	50
2.1.3 例	52
2.2 $n$ 个自变量的拟线性微分方程	54
2.3 两个自变量的一般微分方程	59
2.3.1 特征曲线和焦线. Monge 锥	59
2.3.2 初值问题的解	62
2.3.3 特征作为分支元素. 补充说明. 积分劈锥面. 焦散流形	64
2.4 完全积分	65
2.5 焦线和 Monge 方程	66
2.6 例	68
2.6.1 直光线的微分方程. $(\text{grad } u)^2=1$	68
2.6.2 方程 $F(u_x, u_y) = 0$	70
2.6.3 Clairaut 微分方程	72
2.6.4 管状曲面的微分方程	73
2.6.5 齐性关系式	74
2.7 $n$ 个自变量的一般微分方程	75
2.8 完全积分及 Hamilton-Jacobi 理论	80
2.8.1 包络和特征曲线的造法	80
2.8.2 特征微分方程的典范形式	82
2.8.3 Hamilton-Jacobi 理论	83
2.8.4 例. 二体问题	85
2.8.5 例. 椭球面上的短程线	87
2.9 Hamilton-Jacobi 理论及变分法	88
2.9.1 典范形式的 Euler 微分方程	89
2.9.2 短程距离或短时距及其导数. Hamilton-Jacobi 偏微分方程	90
2.9.3 齐次被积函数	93

2.9.4	极值曲线场. Hamilton-Jacobi 微分方程	95
2.9.5	射线锥面. Huygens 构造法	98
2.9.6	短时距的表示式的 Hilbert 不变积分	98
2.9.7	Hamilton-Jacobi 定理	99
2.10	典范变换和应用	100
2.10.1	典范变换	100
2.10.2	Hamilton-Jacobi 定理的新证明	101
2.10.3	常数的变易 (典范扰动理论)	102
<b>第 2 章附录 I</b>		103
2'.1	特征流形的进一步讨论	103
2'.1.1	关于在 $n$ 维空间中求导的一些注释	103
2'.1.2	初值问题. 特征流形	105
2'.2	具有相同主要部分的拟线性微分方程组. 理论的新推演	109
2'.3	Haar 的唯一性的证明	114
<b>第 2 章附录 II</b>	<b>守恒定理的理论</b>	116
<b>第 3 章</b>	<b>高阶微分方程</b>	121
3.1	两个自变量的二阶线性和拟线性微分算子的标准形式	121
3.1.1	椭圆型、双曲型和抛物型的标准形式. 混合型	121
3.1.2	例	126
3.1.3	两个自变量的二阶拟线性微分方程的标准形式	128
3.1.4	例. 极小曲面	131
3.1.5	两个一阶微分方程的方程组	133
3.2	一般的分类和特征	133
3.2.1	记号	134
3.2.2	两个自变量的一阶方程组. 特征	134
3.2.3	$n$ 个自变量的一阶方程组	136
3.2.4	高阶微分方程. 双曲性	137
3.2.5	补注	138
3.2.6	例. Maxwell 方程和 Dirac 方程	139
3.3	常系数线性微分方程	142
3.3.1	二阶方程的分类和标准形	143
3.3.2	二阶方程的基本解	145
3.3.3	平面波	148
3.3.4	平面波 (续). 前进波. 弥散	149
3.3.5	例. 电报方程. 电缆中的无畸变波	152

3.3.6	柱面波和球面波	153
3.4	初值问题. 波动方程的辐射问题	155
3.4.1	热传导的初值问题. $\theta$ 函数的变换	156
3.4.2	波动方程的初值问题	158
3.4.3	Duhamel 原理. 非齐次方程. 推迟势	159
3.4.3'	一阶方程组的 Duhamel 原理	161
3.4.4	二维空间里的波动方程的初值问题. 降维法	162
3.4.5	辐射问题	163
3.4.6	传播现象和 Huygens 原理	164
3.5	用 Fourier 积分解初值问题	166
3.5.1	Fourier 积分的 Cauchy 方法	166
3.5.2	例	167
3.5.3	Cauchy 方法的证明	169
3.6	数学物理微分方程的曲型问题	175
3.6.1	引言	175
3.6.2	基本原理	178
3.6.3	关于“不适定的”问题的注记	181
3.6.4	关于线性问题的一般注记	181
<b>第 3 章附录 I</b>		183
3'.1	Sobolev 引理	183
3'.2	伴随算子	184
3'.2.1	矩阵算子	184
3'.2.2	伴随微分算子	186
<b>第 3 章附录 II</b>	<b>Holmgren 的唯一性定理</b>	188
<b>第 4 章</b>	<b>势论及椭圆型微分方程</b>	190
4.1	基本概念	190
4.1.1	Laplace 方程. Poisson 方程及有关方程	190
4.1.2	质量分布的势	194
4.1.3	Green 公式和应用	199
4.1.4	质量分布的势的导数	204
4.2	Poisson 积分及其应用	205
4.2.1	边值问题及 Green 函数	205
4.2.2	对于圆和球的 Green 函数. 对于球和半空间的 Poisson 积分	208
4.2.3	Poisson 公式的一些推论	211
4.3	平均值定理及其应用	216



4.3.1	齐次的及非齐次的平均值方程	216
4.3.2	平均值定理的逆定理	218
4.3.3	对于空间分布的势的 Poisson 方程	224
4.3.4	其他椭圆型微分方程的平均值定理	225
4.4	边值问题	228
4.4.1	准备知识. 对边界值和区域的连续依赖性	228
4.4.2	用 Schwarz 交替法求边值问题的解	230
4.4.3	对于具有充分光滑边界的平面域的积分方程法	234
4.4.4	关于边界值的注记	237
4.4.4'	容量和边界值的取得	239
4.4.5	Perron 的下调和函数法	240
4.5	约化的波动方程. 散射	244
4.5.1	背景	244
4.5.2	Sommerfeld 的辐射条件	246
4.5.3	散射	249
4.6	更一般的椭圆型微分方程的边值问题. 解的唯一性	250
4.6.1	线性微分方程	251
4.6.2	非线性方程	252
4.6.3	关于 Monge-Ampère 微分方程的 Rellich 定理	254
4.6.4	极大值原理及应用	255
4.7	Schauder 的先验估计及其应用	259
4.7.1	Schauder 的估计	260
4.7.2	边值问题的解	263
4.7.3	强闸函数及其应用	267
4.7.4	$L[u] = f$ 的解的某些性质	269
4.7.5	关于椭圆型方程的进一步的结果. 在边界上的性态	272
4.8	Beltrami 方程的解	274
4.9	关于一个特殊拟线性方程的边值问题. Leray 和 Schauder 的不动点法	280
4.10	用积分方程法解椭圆型微分方程	284
4.10.1	特解的构造. 基本解. 参助函数	285
4.10.2	附注	288
第 4 章附录 I	非线性方程	289
4'.1	扰动理论	289
4'.2	方程 $\Delta u = f(x, u)$	290

<b>第 4 章附录 II 椭圆型偏微分方程理论的函数论观</b> .....	296
4''.1 准解析函数的定义 .....	296
4''.2 一个积分方程 .....	298
4''.3 相似性原理 .....	299
4''.4 相似性原理的应用 .....	302
4''.5 形式幂 .....	303
4''.6 准解析函数的微分与积分 .....	305
4''.7 例. 混合型方程 .....	307
4''.8 准解析函数的一般定义 .....	309
4''.9 拟共形性和一个一般表示定理 .....	310
4''.10 一个非线性边值问题 .....	312
4''.11 Riemann 映射定理的一个推广 .....	315
4''.12 关于极小曲面的两个定理 .....	315
4''.13 具有解析系数的方程 .....	316
4''.14 Privaloff 的定理的证明 .....	317
4''.15 Schauder 不动点定理的证明 .....	318
<b>第 5 章 两个自变量的双曲型微分方程</b> .....	322
5.0 引言 .....	322
5.1 关于主要是二阶的微分方程的特征 .....	323
5.1.1 基本概念. 拟线性方程 .....	323
5.1.2 积分曲面上的特征 .....	327
5.1.3 特征线是间断性的曲线. 波前. 间断性的传播 .....	328
5.1.4 一般的二阶微分方程 .....	330
5.1.5 高阶微分方程 .....	332
5.1.6 特征在点变换下的不变性 .....	333
5.1.7 化为一阶拟线性方程组 .....	334
5.2 一阶双曲型方程组的特征标准形式 .....	334
5.2.1 线性、半线性及拟线性方程组 .....	334
5.2.2 $k = 2$ 的情形. 用速矢端线变换法达到线性化 .....	337
5.3 在可压缩流体动力学上的应用 .....	338
5.3.1 一维等熵流 .....	338
5.3.2 球面对称流 .....	340
5.3.3 定常无旋流 .....	341
5.3.4 关于非等熵流的三个方程的组 .....	342
5.3.5 线性化的方程 .....	344

5.4 唯一性, 依赖区域	345
5.4.1 依赖区域、影响区域及决定区域	345
5.4.2 对于二阶线性微分方程解的唯一性的证明	347
5.4.3 对于一阶线性组的一般唯一性定理	350
5.4.4 关于拟线性组的唯一性	353
5.4.5 能量不等式	354
5.5 解的 Riemann 表示	354
5.5.1 初值问题	354
5.5.2 Riemann 函数	355
5.5.3 Riemann 函数的对称性	358
5.5.4 Riemann 函数及由一点发出的辐射. 向高阶问题的推广	359
5.5.5 例	360
5.6 用迭代法解线性和半线性双曲型的初值问题	364
5.6.1 二阶方程的解的构造	364
5.6.2 对于一阶线性及半线性组的记号和结果	366
5.6.3 解的构造	368
5.6.4 附注. 解对参数的依赖性	371
5.6.5 混合初值及边值问题	371
5.7 关于拟线性组的 Cauchy 问题	375
5.8 对于单个的高阶双曲型微分方程的 Cauchy 问题	377
5.8.1 化为一阶特征组	378
5.8.2 $L[w]$ 的特征表示	379
5.8.3 Cauchy 问题的解	381
5.8.4 其他解法. P. Ungar 给出的一个定理	382
5.8.5 附注	383
5.9 解的间断性. 激波	384
5.9.1 广义解. 弱解	384
5.9.2 表现守恒定律的拟线性组的间断性. 激波	386
<b>第 5 章附录 I 特征作为坐标的应用</b>	<b>388</b>
5'.1 关于一般二阶非线性方程的附注	388
5'.1.1 拟线性微分方程	388
5'.1.2 一般的非线性方程	391
5'.2 Monge-Ampère 方程的特殊性质	392
5'.3 利用复数域由椭圆型转变为双曲型的情形	395
5'.4 在椭圆型情形中解的解析性	396

5'.4.1	函数论的注记	396
5'.4.2	$\Delta u = f(x, y, u, p, q)$ 的解的解析性	397
5'.4.3	关于一般微分方程 $F(x, y, u, p, q, r, s, t) = 0$ 的注记	400
5'.5	对于解的延拓使用复数量	400
<b>第 5 章附录 II</b>	<b>瞬态问题与 Heaviside 运算微积</b>	<b>402</b>
5''.1	用积分表示解瞬态问题	402
5''.1.1	显例. 波动方程	402
5''.1.2	问题的一般性提法	404
5''.1.3	Duhamel 积分	405
5''.1.4	实验解叠加法	408
5''.2	Heaviside 算子法	409
5''.2.1	最简单的算子	410
5''.2.2	算子实例及应用	412
5''.2.3	应用于传热问题	416
5''.2.4	波动方程	418
5''.2.5	运算微积的理论根据. 其他一些算子的解释	419
5''.3	瞬态问题的一般理论	424
5''.3.1	Laplace 变换	424
5''.3.2	用 Laplace 变换解瞬态问题	426
5''.3.3	举例. 波动方程与电报方程	431
<b>第 6 章</b>	<b>多于两个自变量的双曲型微分方程</b>	<b>436</b>
6.0	引言	436
	<b>第一部分 解的唯一性、构造、几何性质</b>	<b>437</b>
6.1	二阶微分方程. 特征的几何性质	437
6.1.1	二阶拟线性微分方程	437
6.1.2	线性微分方程	440
6.1.3	射线或双特征	441
6.1.4	特征曲面作为波前	443
6.1.5	特征的不变性	444
6.1.6	射线锥面. 法锥面. 射线劈锥面	445
6.1.7	与 Riemann 尺度的联系	446
6.1.8	对射变换	448
6.1.9	Huygens 的波前构图法	449
6.1.10	类空间曲面. 类时间方向	450
6.2	二阶方程. 特征的作用	450

6.2.1	二阶间断性	451
6.2.2	沿特征曲面的微分方程	452
6.2.3	间断性沿射线的传播	453
6.2.4	例证. 三维空间里波动方程 Cauchy 问题的解	454
6.3	高阶算子的特征流形的几何性质	456
6.3.1	记号	456
6.3.2	特征曲面. 特征形. 特征矩阵	458
6.3.3	特征条件在时空中的解释. 法锥面与法曲面. 特征零化向量与本征值	459
6.3.4	特征曲面 —— 波前的构造. 射线、射线锥面、射线劈锥面	461
6.3.5	波前与 Huygens 的构图法. 射线曲面与法曲面	463
6.3.6	不变性	465
6.3.7	双曲性. 类空间流形、类时间方向	466
6.3.8	对称双曲型算子	468
6.3.9	高阶对称双曲型方程	469
6.3.10	多重特征曲面叶和可约化性	470
6.3.11	关于双特征方向的引理	471
6.3'	例. 流体动力学、晶体光学、磁流体动力学	473
6.3'.1	引言	473
6.3'.2	流体动力学微分方程组	473
6.3'.3	晶体光学	476
6.3'.4	法曲面和射线曲面的形状	478
6.3'.5	晶体光学的 Cauchy 问题	481
6.3'.6	磁流体动力学	483
6.4	间断性的传播和 Cauchy 问题	487
6.4.1	引言	487
6.4.2	一阶方程组的一阶导数的间断性. 输运方程	487
6.4.3	初始值的间断性. 理想函数的引入. 前进波	489
6.4.4	一阶方程组的间断性的传播	492
6.4.5	重数不变的特征	494
6.4.5'	间断性沿高于一维的流形而传播的例子. 锥形折射	495
6.4.6	初始间断的分解和 Cauchy 问题的解	496
6.4.6'	特征曲面作为波前	498
6.4.7	用收敛的波展开式解 Cauchy 问题	498
6.4.8	二阶和高阶的方程组	499
6.4.9	补注. 弱解. 激波	501

6.5	振荡的初始值. 解的渐近展开式. 向几何光学的过渡	501
6.5.1	前注. 高阶前进波	501
6.5.2	渐近解的构造	502
6.5.3	几何光学	505
6.6	初值问题的唯一性定理和依赖区域的例子	507
6.6.1	波动方程	507
6.6.2	微分方程 $u_{tt} - \Delta u + \frac{\lambda}{t}u_t = 0$ (Darboux 方程)	509
6.6.3	真空中的 Maxwell 方程	510
6.7	双曲型问题的依赖区域	512
6.7.1	引言	512
6.7.2	依赖区域的描述	513
6.8	能量积分和一阶线性对称双曲型方程组的唯一性定理	514
6.8.1	能量积分和 Cauchy 问题的唯一性	514
6.8.2	一阶的和高阶的能量积分	516
6.8.3	混合初边值问题的能量不等式	517
6.8.4	对于单个二阶方程的能量积分	520
6.9	高阶方程的能量估计	522
6.9.1	引言	522
6.9.2	关于高阶双曲型算子的解的能量恒等式和不等式. Leray 与 Gårding 的方法	522
6.9.3	其他方法	525
6.10	存在定理	527
6.10.1	引言	527
6.10.2	存在定理	528
6.10.3	关于初始值性质的持久性和关于相应的半群的一些注记. Huygens 小原理	530
6.10.4	聚焦. 可微性非持久的例子	532
6.10.5	关于拟线性方程组的注记	533
6.10.6	关于高阶方程或非对称方程组的注记	533
<b>第二部分 解的表示</b>		534
6.11	引言	534
6.11.1	概述. 记号	534
6.11.2	一些积分公式. 函数的平面波分解式	535
6.12	常系数二阶方程	539
6.12.1	Cauchy 问题	539

6.12.2	波动方程的解的构造	540
6.12.3	降维法	543
6.12.4	解的进一步的讨论 Huygens 原理	544
6.12.5	非齐次方程. Duhamel 积分	547
6.12.6	一般二阶线性方程的 Cauchy 问题	548
6.12.7	辐射问题	550
6.13	球面平均法. 波动方程与 Darboux 方程	553
6.13.1	关于平均值的 Darboux 微分方程	553
6.13.2	与波动方程的联系	555
6.13.3	波动方程的辐射问题	557
6.13.4	广义前进球面波	558
6.13'	用球面平均法解弹性波的初值问题	560
6.14	平面平均值法. 对于一般常系数双曲型方程的应用	564
6.14.1	一般方法	564
6.14.2	在解波动方程上的应用	567
6.14'	在晶体光学方程和其他四阶方程上的应用	569
6.14'.1	Cauchy 问题的解	569
6.14'.2	解的进一步的讨论. 依赖区域. 隙窝	573
6.15	Cauchy 问题的解作为数据的线性泛函. 基本解	576
6.15.1	说明. 记号	576
6.15.2	借助于 $\delta$ 函数的分解来构造辐射函数	579
6.15.3	辐射矩阵的正则性	581
6.15.3'	广义 Huygens 原理	582
6.15.4	例子. 特殊的常系数线性方程组. 隙窝定理	583
6.15.5	例子. 波动方程	584
6.15.6	例子. 关于单个二阶方程的 Hadamard 的理论	587
6.15.7	进一步的例子. 两个自变量. 注记	590
6.16	超双曲型微分方程和一般常系数二阶方程	590
6.16.1	Asgeirsson 的一般平均值定理	590
6.16.2	平均值定理的别证	593
6.16.3	在波动方程上的应用	594
6.16.4	波动方程的特征初值问题的解	594
6.16.5	其他应用. 关于共焦椭球族的平均值定理	596
6.17	对于非类空间初始流形的初值问题	597
6.17.1	由中心在一个平面上的球上的平均值确定的函数	598

6.17.2 在初值问题上的应用	599
6.18 关于前进波的注记, 信号的传播和 Huygens 原理	603
6.18.1 无畸变前进波	603
6.18.2 球面波	605
6.18.3 辐射与 Huygens 原理	606
<b>第 6 章附录 广义函数 —— 分布</b>	<b>608</b>
6'.1 基本定义和概念	608
6'.1.1 引言	608
6'.1.2 理想元	608
6'.1.3 记号和定义	609
6'.1.4 叠积分	610
6'.1.5 线性泛函与算子 —— 双一次型	610
6'.1.6 泛函的连续性. 试探函数的支集	611
6'.1.7 关于 $r$ 连续性的引理	612
6'.1.8 几个辅助函数	613
6'.1.9 例	614
6'.2 广义函数	614
6'.2.1 引言	614
6'.2.2 用线性微分算子去定义	615
6'.2.3 用弱极限去定义	617
6'.2.4 用线性泛函去定义	618
6'.2.5 等价性. 泛函的表示	618
6'.2.6 几个结论	620
6'.2.7 例子. $\delta$ 函数	620
6'.2.8 广义函数与通常函数的等同	622
6'.2.9 定积分. 有限部分	623
6'.3 广义函数的演算	625
6'.3.1 线性运算	626
6'.3.2 自变量的代换	626
6'.3.3 例子. $\delta$ 函数的变换	627
6'.3.4 广义函数的相乘与褶积	628
6'.4 补注. 理论的修饰	629
6'.4.1 引言	629
6'.4.2 试探函数的它种空间. 空间 $\mathcal{S}$ . Fourier 变换	629
6'.4.3 周期函数	631



---

6'.4.4 广义函数与 Hilbert 空间, 负范数, 强定义 .....	632
6'.4.5 关于其他种类的广义函数的注记 .....	633
<b>参考文献</b> .....	634
<b>英汉名词对照表</b> .....	656