

The Theory and Application of
Structural Equation Modeling with Partial Least Squares
— Case Study on Software Project Performance Evaluation

宁禄乔 于本海 著

结构方程模型 偏最小二乘法理论与应用

——以软件项目绩效评价为例

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

The Theory and Application of
Structural Equation Modeling with Partial Least Squares
— Case Study on Software Project Performance Evaluation

宁禄乔 于本海 著

结构方程模型

偏最小二乘法理论与应用

——以软件项目绩效评价为例



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书以偏最小二乘法的算法分析作为切入点,在结构方程模型框架内对偏最小二乘法进行详细讨论。主要内容包括:结构方程模型概念、原理;偏最小二乘法的形式规范、迭代方法、检验(符号检验,Stone-Geisser 检验)。从数学原理角度理解结构方程模型及偏最小二乘法的内在工作机制。

根据偏最小二乘法原理,本书在 MATLAB 上实现了基于偏最小二乘法的结构方程模型分析软件 MS-PLS。通过假设模型的模拟分析,不仅验证了 MS-PLS 软件的正确性和有效性,而且从中归纳得到基于两个潜变量的偏最小二乘法数据处理特征。

在顾客满意度应用背景下,本书对偏最小二乘法与层次分析法进行了可比性研究。不仅通过理论基础与应用背景分析,而且通过多个模型验证了在航空公司顾客满意度模型权重确定上这两种方法具有可比性。将人类隐性知识显性化是这两个算法的共同目标,也是算法比较研究的意义所在。借此,将 PLS 算法引入群体决策领域并进行了初步探讨。

以结构方程模型-偏最小二乘法为分析工具,以组织知识管理对软件项目绩效水平影响分析作为研究案例,给读者呈现一个完整的结构方程模型分析过程,以便读者掌握偏最小二乘法的分析技术,清楚了解在建模分析时应该注意的一些事项。

本书适用于顾客满意度测评专业人士工作参考,也适合结构方程模型-偏最小二乘法爱好者的学习阅读。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

结构方程模型-偏最小二乘法理论与应用:以软件项目绩效评价为例/宁禄乔,于本海著. —北京:北京理工大学出版社,2012.3

ISBN 978-7-5640-5623-0

I. ①结… II. ①宁… ②于… III. ①最小二乘法 IV. ①O241.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 028276 号

出版发行/北京理工大学出版社

社 址/北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编/100081

电 话/(010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址/http://www.bitpress.com.cn

经 销/全国各地新华书店

印 刷/保定市中画美凯印刷有限公司

开 本/710 毫米×1000 毫米

印 张/9.25

责任编辑/袁 媛

字 数/152 千字

张慧峰

版 次/2012 年 3 月第 1 版 2012 年 3 月第 1 次印刷

责任校对/周瑞红

定 价/26.00 元

责任印制/王美丽

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

随着 LISREL、AMOS 等结构方程模型软件在国内的逐步流行，结构方程模型分析已经逐步被社会科学诸研究领域的专家学者所采用，并且取得了大量成果。偏最小二乘法作为结构方程模型分析的一种求解方法，因为相关软件商品化不足导致其在国内的研究及应用尚处于起步阶段。

我在攻读博士研究生阶段，将基于偏最小二乘法分析的顾客满意度测评作为主要研究方向，将偏最小二乘法作为主要研究内容，反复精读找到的关于算法实现的所有关键文献，并且详细阅读了 LISREL、AMOS、PLS-GRAPH 等软件说明书，在此基础上编制了具有基本分析功能的软件系统。利用产生的模拟数据对偏最小二乘法进行应用特征分析，并从顾客满意度测评、群体决策等方面对偏最小二乘法应用进行了较为深入的思考。

本书是在我的博士论文的基础上，完善了结构方程模型分析的理论部分（尤其是理论假设在构建模型和修正模型中的基础性作用），以组织知识管理对软件项目绩效影响分析作为研究案例，试图以范本形式，为读者详细描述在基于结构方程模型 - 偏最小二乘法分析流程中应该注意的事项，从算法分析角度对出现的各种问题给出可能的解决方法，从而使得理论假设、算法检验和样本数据三者之间具有一致性；第七章的研究背景、理论构建、模型构建和调查问卷由于本海教授编写。

目前我的主要思考和研究领域：

(1) 有感于 ACSI 模型的实用性，梦想能够构建一个具有实践可行性、基于结构方程模型 - 偏最小二乘法分析的 IT 行业/教育行业应用模型；

(2) 有感于目前中国问卷调查数据质量现状，努力寻找构建一套基于内置模型的问卷自校验方法；

(3) 致力于主观评价数据与客观评价数据关联方式研究，将主观评价从满足自圆其说软约束的实验室阶段引导至与其他客观指标相互验证的硬约束工程实用阶段。

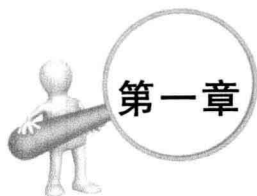
本书在写作过程中参考了国内外同行专家的大量研究成果，参考文献中只列出部分主要文献，谨向书中引用相关成果的所有专家学者表示感谢；感谢我的博士生导师天津大学刘金兰教授和实验室的兄弟姐妹们在学术讨论中

目 录

第一章 绪论	1
1.1 研究应用背景	1
1.2 问题的提出	4
1.3 研究意义	5
1.4 研究主题、研究框架	6
1.4.1 研究主题	6
1.4.2 研究框架	7
第二章 结构方程模型原理	8
2.1 结构方程模型概念	8
2.1.1 测量模型	9
2.1.2 结构模型	9
2.1.3 结构方程模型分析基础	9
2.2 验证性因子分析原理	11
2.2.1 求解模型参数	12
2.2.2 参数估计	15
2.2.3 验证性因子分析模型及其协方差结构	16
2.3 路径分析原理	16
2.3.1 求解模型参数	17
2.3.2 效应分解	18
2.3.3 路径分析模型及其协方差结构	19
2.4 结构方程模型分析原理	20
2.4.1 结构方程模型及其协方差结构	20
2.4.2 求解模型参数	22
2.4.3 若干特殊的结构方程模型	23
2.4.4 结构方程模型特点	23
第三章 结构方程模型分析	25
3.1 结构方程模型分析步骤	25

3.2	理论假设	27
3.3	定义变量	31
3.4	构建模型	32
3.5	模型拟合	33
3.6	模型评价	36
3.7	模型修正	37
3.8	模型解释	38
3.9	结构方程模型批判	39
3.10	小结	41
第四章	偏最小二乘法原理	42
4.1	偏最小二乘法统计学原理	43
4.2	基于两个潜变量的偏最小二乘法原理	45
4.2.1	形式规范	45
4.2.2	偏最小二乘法估计	48
4.2.3	符号检验	50
4.3	基于多个潜变量的偏最小二乘法原理	51
4.4	非参数检验	54
4.4.1	拟合指标	54
4.4.2	Stone-Geisser 检验	56
4.4.3	Blindfolding 过程	58
4.5	偏最小二乘法回归	60
第五章	MS-PLS 软件设计	64
5.1	总体设计	64
5.2	详细设计	65
5.3	PLS 算法实现	67
5.4	MS-PLS 软件评价	72
5.4.1	与 PLS-GRAPH 结果比较	72
5.4.2	模拟分析	72
5.5	PLS 与 LISREL 比较	77
5.6	PLS 与 ACSI 关系	79
第六章	AHP 与 PLS 算法可比性分析	81
6.1	算法可比性理论分析	81
6.2	算法可比性实例	83

6.3	研究思路	85
6.4	算法可比性分析	85
6.4.1	第一个模型比较分析	85
6.4.2	第二个模型比较分析	90
6.4.3	第三个模型比较分析	97
6.5	算法比较意义	102
6.6	PLS 算法在群体决策中的应用	102
6.6.1	群体决策概念	102
6.6.2	群体决策过程	105
6.6.3	群体决策分类	105
6.6.4	群体决策优缺点	106
6.6.5	PLS 在群体决策中的实例	108
第七章	组织知识管理对软件项目绩效水平影响分析案例研究	110
7.1	研究背景	110
7.2	理论构建	111
7.2.1	组织知识管理影响因素和指标体系	111
7.2.2	软件项目绩效影响因素和指标体系	112
7.3	模型构建	113
7.3.1	模型设定	113
7.3.2	模型表示	116
7.4	问卷调查	117
7.5	模型拟合	117
7.6	模型评价	118
7.7	模型修正	122
7.8	模型解释	122
7.9	小结	124
附录 A	MS-PLS 与 PLS-GRAPH 计算结果比较	125
附录 B	软件项目知识管理与开发绩效水平调查问卷	129
参考文献	132



绪 论

在日益激烈的市场竞争中，顾客满意和顾客忠诚是企业取胜的关键，也是服务管理和营销管理长期关注的一个研究课题。经过近几十年的发展，顾客满意度理论已经形成了较为完整的体系。作为顾客满意度测评技术的算法（结构方程模型及偏最小二乘法）研究一直是顾客满意度应用的关键所在。

本章介绍了结构方程模型（Structural Equation Modeling, SEM）的应用背景及偏最小二乘法（Partial Least Square, PLS）的研究意义。最后给出了本书的研究框架。

1.1 研究应用背景

随着市场日趋成熟、竞争不断加剧，顾客越来越成为一种稀缺资源，成为企业积极争抢的对象。为了留住顾客，企业通常会千方百计满足顾客的各种需求。顾客满意理念由此产生。

顾客满意的概念最早是由 Cardozo 于 1965 年引入市场营销领域的^[1]。此后，许多学者都对顾客满意提出了各自的观点。对于顾客满意，有学者认为是将实际从产品或服务中所获得的认知表现与事前对产品或服务的期望表现做比较的认知评价过程^[2-6]；有学者认为是顾客使用产品和服务的成本效益分析^[7,8,9]；在 2000 版的 ISO/DIS9000 中，顾客满意度被定义为“顾客对某一事项已满足其需求和期望程度的意见”。可见，顾客满意度是指顾客的感觉状况水平，是顾客对企业的产品和服务的感知质量与顾客期望进行比较的结果。如果顾客感知的质量不及顾客的期望，顾客就不满意；如果顾客感知的质量和顾客的期望相称，顾客就满意；如果顾客感知的质量超过顾客的期望，顾

客就十分满意。简单地说,顾客满意就是顾客感知与顾客期望的比较,这是整个顾客满意度理论的基石。

顾客满意度有两种不同的概念,即某种特定交易的顾客满意度和累积的顾客满意度。从某种特定交易的角度来看,顾客满意度是对某次交易的事后评价,可以提供关于特定产品或服务的评价信息^[10];相比较而言,累积的顾客满意度是对不同时间段的产品与服务的总体购买和消费情况的评价,是关于企业过去、现在和未来业绩的一个基础性评价指标^[11]。累积的顾客满意度以顾客满意度和经济回报之间的联系为焦点,是驱动企业在提高顾客满意度方面投资的主要动力。

由于顾客满意度是一种主观经验效用,不能被直接观测,故许多学者建立顾客满意度模型进行顾客满意度测量。第一个得到广泛应用的模型为SERVQUAL模型,它是由Parasuraman、Zeithaml及Berry在服务业顾客满意度测量模型研究的基础上,于1988年建立的评价服务质量(即顾客满意度)的模型。值得注意的是,在SERVQUAL模型中,Parasuraman等人将回归分析方法引入顾客满意测评领域,用于确定顾客满意影响因素的权重,改变了以往通过问卷调查获取权重的做法,从而带来了顾客满意度定量测评方法的重大变革^[12,13]。现在已经很少采用陈述重要性(stated importance)框架,导出重要性(derived importance)研究已经成为顾客满意度研究的基础。1989年Fornell基于结构方程模型分析技术建立了瑞典顾客满意度晴雨表。

在顾客满意度测评中,最为成功的当属在借鉴瑞典顾客满意度晴雨表基础上建立的美国国家顾客满意度指数(ACSI)^[14]。ACSI测评体系覆盖了不同企业、行业、部门,具有广泛的适用性和影响力。ACSI基于累积的顾客满意定义,以因果关系为基础,将总体顾客满意度置于一个因果关系链中^[15]。因果关系链开始于影响顾客满意度的原因变量(顾客期望、感知质量和感知价值),终止于满意度所影响的结果变量(顾客抱怨和顾客忠诚),而总体顾客满意度位于因果链的中心。通过这种设计,ACSI模型不仅可以获得目标市场对企业所提供产品和服务的历史情况评价,还可以对未来情况进行预测。

传统上,经济增长通常采用国内生产总值(GDP)来进行衡量,这是以货币为单位计量的产品和服务价值。但是GDP本身只是体现了经济增长的数量,并不能衡量经济增长的质量。(灾后重建也是一种经济增长吗?)只有GDP和消费者效用指标等联系起来(例如ACSI指标),才有可能对经济增长进行更合理的分析。在美国经济环境中,如果将ACSI和GDP同时纳入关注的焦点,就会发现ACSI和GDP的变化趋势具有一致性(如图1-1所示)。ACSI指数不仅可以很好地预测GDP变化,而且也可以很好地预测股市变化(如图1-2

所示)。另外, ACSI 指数与公司利润成长率也有密切关系(如图 1-3 所示)。

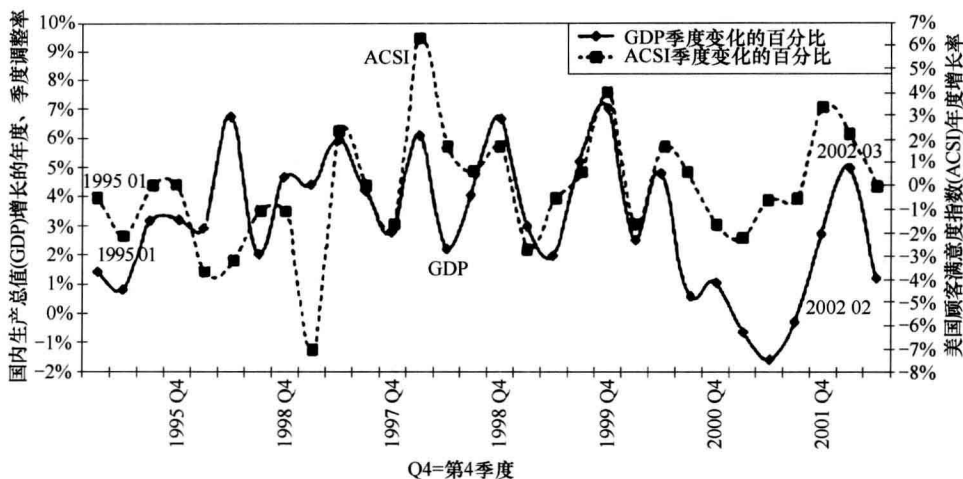


图 1-1 ACSI 和 GDP 季度增长比较

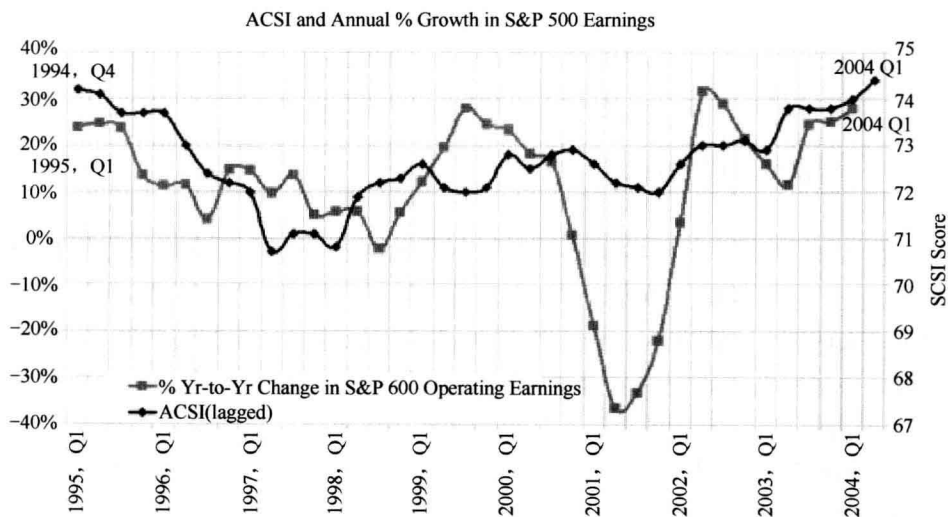


图 1-2 ACSI 与标准普尔 500 指数年增长比较

因此, 基于因果关系的顾客满意度指数模型的成功并不只是因为实现了国家级的跨企业、跨行业、跨部门的顾客满意度指数测量, 更重要的是将“主观世界”的顾客满意度指数与“客观世界”的经济指标(GDP、股市行情以及企业利润等)建立了直接的因果关系^[16-21], 从实证角度阐明了顾客满意度的实践意义。

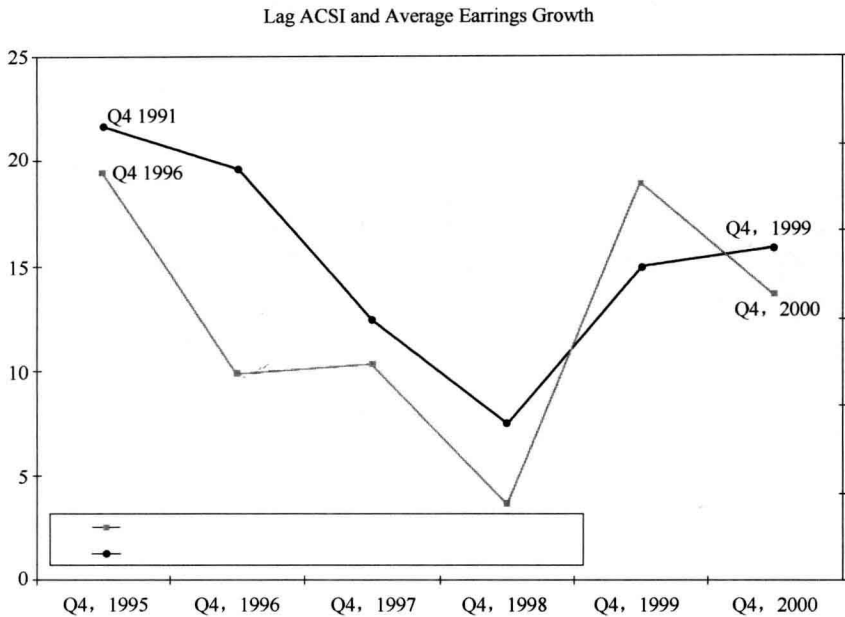


图 1-3 ACSI 与美国 500 强公司利润成长率关系

1.2 问题的提出

在 ACSI 之后，世界各国纷纷借鉴 ACSI 模型建立了各自的国家指数模型。迄今为止，包括美国、欧盟、加拿大、新西兰、韩国、巴西、墨西哥、新加坡、马来西亚、中国在内，全球共有 50 多个国家建立了全国性的顾客满意度指数。中国标准化研究院顾客满意度测评中心在与清华大学合作的基础上，开发出中国顾客满意指数模型，并成功地应用于政府工作和企业决策中^[22,23]。所有这些模型均采用 Fornell 提出的基于因果关系的顾客满意度指数模型，使用的数学工具均为结构方程模型 - 偏最小二乘法。

结构方程模型不仅在国家级顾客满意度指数模型上得到充分应用，而且在社会学、教育学、心理学等领域均得到广泛使用，是一种在统计学领域得到充分认可的数据分析技术。

目前，主要用两大估计技术来求解结构方程模型。一种是基于极大似然估计的协方差结构分析方法，该方法要求变量数据符合正态分布假设，往往被称为“硬模型”（Hard Modeling），以 LISREL 方法为代表；另一种则是基于偏最小二乘法的方差分析方法，该方法对变量数据没有严格要求，也被称

为“软模型”(Soft Modeling),以 PLS 方法为代表。结构方程模型是一种非常通用的线性统计建模技术,最初由 Bock & Bargmann 倡议^[24]。Joreskog 整合了生物学家开发的路径分析、计量经济学中的多项联立方程以及验证性因子分析,最终形成 LISREL 软件^[25,26]。由于 LISREL 软件在结构方程模型的推广和应用方面的深远影响,通常协方差结构方程模型也被称为 LISREL 模型。但后来, Herman Wold 对 LISREL 模型假设提出质疑,因为在实践中数据分布通常是未知的或非正态的(顾客满意度数据通常服从偏态分布),由此 Wold 提出偏最小二乘法^[27]。随着偏最小二乘法的发展和理论基础的明确,PLS 不再被视为 LISREL 在缺乏严格假设时的替代方法,而被视为一种新的模型,广泛应用于营销研究中,特别与 ACSI 等国家级顾客满意度指数模型有密切关系^[28,29]。总之,使用偏最小二乘法进行国家级顾客满意度指数模型计算是目前顾客满意度测评的主流研究方法。

国内关于 LISREL 模型的应用研究已有很多,取得了不少成果,主要集中在管理学、心理学、社会学、医学等领域^[30-39];对 PLS 的应用研究较少,主要为顾客满意度研究领域^[40-44]。这与两种方法的统计分析软件商品化程度有很大关系。基于极大似然估计的结构方程模型软件有 LISREL、AMOS 等,而目前尚未有基于偏最小二乘法的成熟商品化结构方程模型分析软件,常见的 PLS-GRAPH、SmartPLS 尚处于测试阶段。虽然国内已经有越来越多的学者在关注和应用结构方程模型去分析解决问题,但是对结构方程模型的基础研究尚处于起步阶段,尤其是对偏最小二乘法的基础研究方面^[45,46]。

为了更好地应用结构方程模型方法,非常需要从基础理论方面着手,对算法原理进行分析,进而编制出结构方程模型分析软件。本书正是基于这样一个认识,来对结构方程模型原理及偏最小二乘法进行详细分析。

1.3 研究意义

结构方程模型属于多元统计范畴,是一种概率方法。在运用统计学知识解决问题时,尤其是对未知问题进行探索时,统计方法的运用不仅具有科学性,同时也表现出艺术性。面对复杂的现实问题,有时很难确定运用某种统计方法得到的结论是否适当。这就需要彻底掌握统计方法本身,探究该方法的假设条件、适用范围、结论的适宜解释、优缺点等关键问题。国外学者已经对结构方程模型研究多年,取得了丰硕成果,但是在国内,结构方程模型仍然是一个研究热点。因为结构方程模型是一种非常通用的数据分析技术,因此非常有必要对结构方程模型进行彻底研究,掌握这个统计方法的理论推

导及实现方法上的核心技术。同时，作为结构方程模型的一种解法，偏最小二乘法目前尚未出现商品化的统计分析软件，因此从方法的应用推广角度来看，编制一个基于偏最小二乘法的结构方程模型分析软件也是非常紧迫的任务。本书认为，用程序实现一个算法是理解该算法内在运行机制的最好方式。

一旦理解了算法的基本原理，编制出程序，就能够以这个平台作为基准继续其他的研究，比如与其他方法（神经网络，影响图等）的对比分析^[47,48]。另外，还可以根据实际问题改进算法以达到更好的应用效果，以及该方法在其他领域的扩展应用，比如群体决策方面等。

1.4 研究主题、研究框架

1.4.1 研究主题

本书是在顾客满意度应用背景下，以结构方程模型及偏最小二乘法作为研究对象，深入研究，以期实现下列主要目标：

(1) 研究结构方程模型的基本概念、假设、理论及计算方法，从数学分析角度理解结构方程模型协方差求解的基本原理及手工计算步骤；从应用角度阐述结构方程模型建模分析的基本步骤及应该注意的问题。

(2) 在结构方程模型理论框架下，研究偏最小二乘法。研究内容主要包括该方法的统计学原理、假设、规范、迭代步骤、模型扩展、符号检验、Stone-Geisser 检验等问题。

(3) 在掌握偏最小二乘法原理基础上，使用 MATLAB 软件实现基于偏最小二乘法的结构方程模型分析软件，包括软件的总体设计、各子系统的功能设计、详细技术指标以及算法实现。通过一个假设模型及模拟样本数据来验证程序实现的正确性，并与 PLS-GRAPH 测试版进行对比分析来间接说明软件编制的有效性。

(4) 在顾客满意度应用背景下，进行层次分析法与偏最小二乘法的可比性分析，并从隐性知识显性化的角度来说明进行这种可比性分析的意义。借此，将偏最小二乘法引入到群体决策领域。

(5) 以结构方程模型 - 偏最小二乘法为分析工具，以组织知识管理对软件项目绩效水平的影响分析为研究案例，给读者呈现一个完整的结构方程模型分析过程，以便读者掌握偏最小二乘法的分析技术，清楚了解在建模分析时应该注意的事项。

1.4.2 研究框架

本书共分为七章，第一章在文献综述的基础上引出本书主要研究对象及研究意义，第二章阐述结构方程模型的数学原理，第三章介绍结构方程模型分析步骤及注意事项，第四章分析偏最小二乘法的统计学原理、假设、规范、迭代步骤、扩模型展及检验等问题，第五章给出结构方程模型分析软件的详细设计，第六章对 PLS 方法与 AHP 方法在顾客满意度应用背景下进行可比性分析，第七章是基于结构方程模型 - 偏最小二乘法框架的组织知识管理对软件项目绩效水平的影响分析。



第二章

结构方程模型原理

在社会学、经济学、管理学等研究领域内，经常需要处理多原因、多结果之间的复杂因果关系，或者常常遇到不可直接观测的变量，这都是传统统计方法不易解决的问题。20 世纪 80 年代以来，结构方程模型（Structural Equation Model, SEM）分析迅速发展，弥补了传统统计方法的这些不足，成为多元数据分析的重要工具。随着结构方程模型软件 LISREL（Linear Structural Relationship）、AMOS（Analysis of Moment Structures）等的逐步流行，结构方程模型分析成为一种十分重要的数据处理技巧。

本章主要从数学原理角度介绍结构方程模型的基本概念、构成、计算过程以及和验证性因子分析、路径分析之间的关系^[49-51]。

2.1 结构方程模型概念

结构方程模型在形式上是一个方程组，包含随机变量（random variable）、结构参数（structural parameter），有时也包含非随机变量（nonrandom variable）。随机变量包含三种类型：指标变量（indicator variable）、潜变量（latent variable）以及误差变量（error variable）。

指标变量是可以直接被测量的变量，也称为显变量（manifest variable），如学历、收入、职业、身高、体重、出生率等。潜变量则是由理论或假设来构建（construct）的变量，它们通常是无法直接被测量的，如满意度、幸福感、智力、竞争力等。潜变量可以用显变量加以建构。非随机变量则是探测性变量，它们的值在重复随机抽样下保持不变。

结构参数呈现了结构方程模型中变量之间的关系，这种关系是依据理论

假设或概念来建立的。结构参数为变量间因果关系的常数，可以描述显变量与显变量、显变量与潜变量以及潜变量与潜变量之间的关系。

根据变量之间的关系不同，结构方程模型又可以分为两个子模型：测量模型（measurement model）以及结构模型（structural model）。

2.1.1 测量模型

使用指标显变量来建构潜变量的模型就是测量模型，即用显变量来反映潜变量。结构方程模型的测量模型属于验证性因子分析（confirmatory factor analysis, CFA），也就是说，在结构方程模型中，验证性因子分析技术是用来评价显变量表征潜变量程度的。

测量方程（measurement equation）以矩阵形式表示如下：

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

其中， \mathbf{x} 为由外因（exogenous）显变量组成的向量； \mathbf{y} 为由内因（endogenous）显变量组成的向量； \mathbf{A}_x 为外因显变量与外因潜变量之间的关系，是外因显变量在外因潜变量上的因子载荷矩阵； \mathbf{A}_y 为内因显变量与内因潜变量之间的关系，是内因显变量在内因潜变量上的因子载荷矩阵； $\boldsymbol{\delta}$ 为外因显变量 \mathbf{x} 的误差项； $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为内因显变量 \mathbf{y} 的误差项； $\boldsymbol{\eta}$ 为内因潜变量； $\boldsymbol{\xi}$ 为外因潜变量。

2.1.2 结构模型

结构模型又可称为潜变量模型（latent variable model）或线性结构关系（linear structural relationship）。结构模型主要建立潜变量之间的关系。结构模型相当于路径分析（Path Analysis）模型，不同的是路径分析使用指标变量，而结构模型则使用潜变量。

结构方程（structural equation）以矩阵形式表示如下：

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}$$

其中， $\boldsymbol{\eta}$ 为内因潜变量； $\boldsymbol{\xi}$ 为外因潜变量； \mathbf{B} 为内因潜变量之间的关系； $\boldsymbol{\Gamma}$ 为外因潜变量对内因潜变量的影响； $\boldsymbol{\zeta}$ 为结构方程的误差项。

2.1.3 结构方程模型分析基础

结构方程模型被美国密歇根大学的 Claes Fornell 教授称为第二代多元统计分析方法。第二代方法区别于第一代方法的特征之一是：第二代方法是第一代方法的广义模型，即第一代方法是第二代方法的特例。

在统计方法之间,可能蕴含从属关系。例如,方差分析可以用来检查两组或更多组的均值差异,但是t检验只能处理两组,所以t检验是方差分析的特例。而(没有重复测量的)方差分析又是回归分析的特例。方差分析所涉及的问题在理论上都可在回归模型下处理,所以回归分析涵盖方差分析和t检验。多元回归、多重判别分析、方差分析、协方差分析、主成分分析都是典型相关的特例,而典型相关又是结构方程模型的特例。

从原理上说,验证性因子分析、路径分析是结构方程模型的两个特例,即结构方程模型主要包括了验证性因子分析和路径分析两种统计方法。协方差分解是这两种方法融合的基石,因此协方差是结构方程模型的中心概念。结构方程模型的数学计算基于协方差分解,所以结构方程模型分析也称为协方差结构分析(covariance structure analysis)。

基于上述原因,在此对将要使用的协方差计算规则加以回顾。

规则1:对随机变量 X 而言,其自身的协方差就是此变量的方差。

$$\text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2]$$

规则2: X 、 Y 、 Z 为随机变量, c 为常数,则下列关系成立。

$$\text{Cov}(c, X) = 0$$

$$\text{Cov}(cX, Y) = c\text{Cov}(X, Y)$$

$$\text{Cov}(X + Y, Z) = \text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(Y, Z)$$

规则3: W 、 X 、 Y 、 Z 为随机变量, a 、 b 、 c 、 d 为4个常数,则下列关系成立。

$$\begin{aligned} \text{Cov}(aW + bX, cY + dZ) &= ac\text{Cov}(W, Y) + ad\text{Cov}(W, Z) + \\ &\quad bc\text{Cov}(X, Y) + bd\text{Cov}(X, Z) \end{aligned}$$

规则4: X 、 Y 为随机变量, a 、 b 为常数,则下列关系成立。

$$\begin{aligned} \text{Var}(aX + bY) &= \text{Cov}(aX + bY, aX + bY) \\ &= a^2\text{Cov}(X, X) + b^2\text{Cov}(Y, Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(aX - bY) &= \text{Cov}(aX - bY, aX - bY) \\ &= a^2\text{Cov}(X, X) + b^2\text{Cov}(Y, Y) - 2ab\text{Cov}(X, Y) \end{aligned}$$

如果 X 、 Y 不相关,则下列关系成立。

$$\text{Var}(aX + bY) = \text{Var}(aX - bY) = a^2\text{Cov}(X, X) + b^2\text{Cov}(Y, Y)$$

结构方程模型使用路径图来建构模型,以便理解和交流。表2-1列出了结构方程模型路径图的常用图标及其含义。