



初中数学 基础知识强化手册

ChuZhongShuXueJiChuZhiShi
QiangHuaShouCe

景 敏 主编

◎五星级基础知识手册 ◎众多名师倾力打造 ◎适合各种版本教材



沈阳出版社



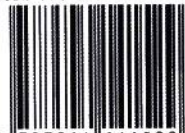
教学大师的在线课堂
莘莘学子的制胜宝典

领先 前瞻 科学 实用

- ◎ 全方位解读教材
- ◎ 整合梳理认知结构
- ◎ 归纳解题方法规律
- ◎ 易混易错概念辨析

责任编辑：沈晓辉 王 颖
封面设计：琥珀视觉

ISBN 978-7-5441-4152-9



9 787544 141529 >

定价：24.50元

初中数学基础知识强化手册

景 敏 主编

沈阳出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学基础知识强化手册/景敏主编. —沈阳:
沈阳出版社, 2010.7

ISBN 978 - 7 - 5441 - 4152 - 9

I. ①初… II. ①景… III. ①数学课—初中—教学参
考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第108850号

出 版 者: 沈 阳 出 版 社

(地址: 沈阳市沈河区南翰林路10号 邮编: 110011)

印 刷 者: 东北印刷厂

发 行 者: 沈阳出版社

幅面尺寸: 147mm × 210mm

印 张: 12

字 数: 240 千字

出版时间: 2011 年 3 月第 1 版

印刷时间: 2011 年 3 月第 1 次印刷

责任编辑: 沈晓辉 王 颖

封面设计: 琥珀视觉

版式设计: 晓 习

责任校对: 颖 儿

责任监印: 杨 旭

书 号: ISBN 978 - 7 - 5441 - 4152 - 9

定 价: 24.50 元

联系电话: 024 - 62564922

邮购热线: 024 - 62564923

E-mail: pubxh@163.com

《初中数学基础知识强化手册》

编委会

主 编：景 敏

编 委：（以姓氏笔画为序）

王 雪 白 云 刘见乐 杨 芳

张美玲 周 静 冠 静 董薇薇

目 录

第一篇 数与代数

第一章 数与式	1
第一节 有理数	1
第二节 实 数	25
第三节 代数式	42
第四节 整式与分式	53
第二章 方程与不等式	75
第一节 方程与方程组	75
第二节 不等式与不等式组	93
第三章 函 数	103
第一节 函 数	103
第二节 一次函数	106
第三节 反比例函数	115
第四节 二次函数	126

第二篇 空间与图形

第一章 图形的认识	144
第一节 相交线与平行线	144
第二节 三角形	159
第三节 四边形	170
第四节 圆	183
第五节 尺规作图	199
第六节 视图与投影	205
第二章 图形与变换	220
第一节 图形的轴对称	220
第二节 图形的平移	225
第三节 图形的旋转	229



第四节 图形的相似	243
第三章 图形与坐标	262
第一节 直角坐标系	262
第二节 图形的位置	269
第四章 图形与证明	277
第一节 命题与证明	277
第二节 三角形	287
第三节 平行四边形	296
第四节 等腰梯形	311

第三篇 统计与概率

第一章 统计	316
第一节 数据的收集与整理	316
第二节 数据描述	323
第三节 数据分析	341
第二章 概率	359
第一节 概率的意义	359
第二节 概率与频率	364
第三节 概率的计算	369

第一篇 数与代数

第一章 数与式

第一节 有理数

知识点精析

1. 正数和负数

像 $+\frac{1}{2}$, $+12$, 1.3 , 258 等大于 0 的数(“ $+$ ”通常省略不写)叫做正数.

像 -5 , $-3\frac{3}{4}$, -0.1 等在正数前面加上“ $-$ ”的数叫做负数. 负数小于 0.

【精析】

(1) 正数和负数是表示相反意义的两个量,如表示地形高度时,把海平面的高度作为基准,定为海拔 0m ,海平面以上的高度用正数表示;海平面以下的高度用负数表示.例如:珠穆朗玛峰的海拔为 8844.43m ,吐鲁番盆地的海拔高度为 -155m .

(2) 0 既不是正数,也不是负数,它表示正数和负数的分界.

(3) 正数前面的“ $+$ ”号,平时可略去不写,有时为了强调,也可写上,而负数前面的“ $-$ ”号切记不能省略.

(4) 对于正数和负数的概念,不能简单理解为带“ $+$ ”的数是正数,带“ $-$ ”的数是负数,如 $+0$ 是 0, -0 也是 0;当 a 是负数时, $-a$ 就是正数.

2. 有理数

整数和分数统称为有理数.

【精析】

(1) 整数包括正整数、0、负整数.

(2) 分数包括正分数和负分数.

(3) 整数可看成是分母为 1 的分数.

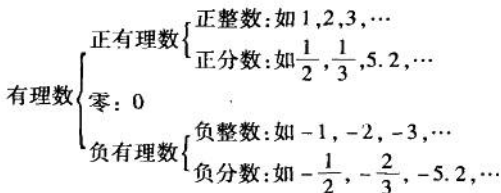
(4) 有限小数和有限循环小数都可用分数表示.

(5) 0 既不是正数, 也不是负数, 但 0 是整数.

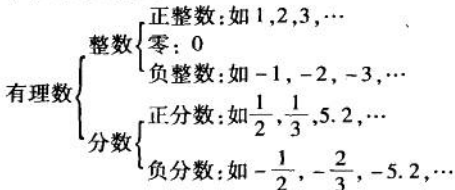
(6) 引入负数后, 数的范围扩大为有理数, 奇数和偶数的外延也由自然数扩大为整数. 偶数不仅有正偶数, 还有 0 和负偶数; 奇数也包括正奇数和负奇数.

3. 有理数的分类

(1) 按符号分类



(2) 按定义分类



【精析】

(1) “正”是相对于“负”而言的; “整”是相对于“分”而言的.

(2) 通常把正数和 0 统称为非负数, 负数和 0 统称为非正数, 正整数和 0 统称为非负整数(也叫做自然数), 负整数和 0 统称为非正整数.

(3) 如果用字母 a 表示数, 则 ① $a > 0$ 表示正数; ② $a < 0$ 表示负数; ③ $a \geq 0$ 表示非负数; ④ $a \leq 0$ 表示非正数.

4. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线就叫做数轴. 画一条水平直线, 在直线上取一点表示 0(叫做原点), 选取某一长度作为单位长度, 规定直线上向右的方向为正方向, 就得到如图 1-1 所示的数轴.

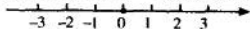


图 1-1



【精析】

(1) 数轴是一条直线,可以向两端无限延伸;数轴有三要素:原点、正方向、单位长度,三者缺一不可;原点的选定、正方向的选取和单位长度的确定,都可以根据实际需要“规定”的.

(2) 利用数轴,可以表示任意一个有理数,还可以表示任意一个无理数,即数轴上的点和实数是一一对应的.

(3) 数轴是“数形结合”的主要表现.

(4) 数轴的作用:①利用数轴可以形象地表示有理数,所有的有理数都可以用数轴上的点来表示(学习了实数以后就会明白,数轴上的点并不都表示有理数).这样,就把“数”与“形”(数轴上的点)结合起来了,使抽象的数变得形象、具体.如:画出数轴,并用数轴上的点表示下列各数: 5 , -2 , $3\frac{1}{2}$, $-3\frac{1}{2}$. 如图 1-2 所示.

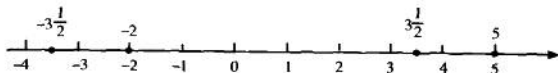


图 1-2

用数轴上的点表示有理数时,应该用较大的实心点标出表示这个数的对应点,并把这个数写在所标的点的正上方;②利用数轴可以直观地体现相反数的特点,只有符号不同的两个数互为相反数.从数轴上可以看出,表示相反数的两个点,一个在原点的左边,另一个在原点的右边,这两个点与原点的距离相等.如上例中的 $3\frac{1}{2}$ 和 $-3\frac{1}{2}$ 互为相反数,表示在数轴上面,它们位于原点的两侧,且到原点的距离相等;③利用数轴可以说明绝对值的几何意义,在数轴上,一个数所对应的点与原点的距离,叫做这个数的绝对值.这就是绝对值的几何意义.如 $|a|=5$,表示数轴上到原点距离为 5 的点,这样的点有两个,分别表示 5 和 -5 ,即 $a=\pm 5$.由绝对值的几何意义不难知道,任何数 a 的绝对值都是一个非负数,即 $|a|\geq 0$;④利用数轴可以比较有理数的大小,数轴上的点所表示的数,原点右边的都是正数,原点左边的都是负数;数轴上两个点所表示的数,右边的总比左边的大.由此可得到下面的结论:
a. 正数都大于 0,负数都小于 0,正数大于负数.
b. 对于三个有理数 a, b, c ,若 $a>b, b>c$,则 $a>c$;若 $a<b, b<c$,则 $a<c$.
c. 没有最大的有理数,也没有最小的有理数.
d. 最大的负整数是 -1 ,最小的正整数是 1 .
e. 没有绝对值

最大的数,绝对值最小的数是0.如:已知 $a < 0$, $-b > 0$, 且 $|-b| < |a|$, c 是 $-b$ 的相反数,试比较 a 、 $-b$ 、 c 的大小,并用“ $<$ ”连接.由条件易知,若将 a 、 $-b$ 、 c 表示在数轴上,则 a 在原点的左边, $-b$ 在原点的右边,且 a 离原点较远, $-b$ 离原点较近, c 在原点和 a 之间,且 c 与 $-b$ 到原点的距离相等(如图 1-3 所示).

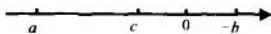


图 1-3

由此不难得出结果: $a < c < -b$

5. 数轴的画法

①画一条直线(一般画水平的直线);②在直线上选取一点为原点,并用这点表示零(在原点下边标上“0”);③确定正方向(一般规定向右为正),用箭头表示出来;④选取适当的长度作为单位长度,从原点向右,每隔一个单位长度取一点,依次表示为 $1, 2, 3, \dots$;从原点向左,每隔一个单位长度取一点,依次表示为 $-1, -2, -3, \dots$.

【精析】

(1)原点的位置、单位长度的大小可根据实际情况适当选取.

(2)确定单位长度:根据实际情况,有时也可以每隔两个(或更多的)单位长度取一点,从原点向右,依次表示为 $2, 4, 6, \dots$;从原点向左,依次表示为 $-2, -4, -6, \dots$.

(3)画数轴常犯的错误:没有方向;没有原点;单位长度不统一;负数的排列错误.

6. 数轴上的点与有理数的关系

所有的有理数都可以用数轴上的点表示,反过来,不能说数轴上所有的点都表示有理数.正有理数可以用原点右边的点表示,负有理数可以用原点左边的点表示,0 用原点表示.

【精析】

(1)数轴上的点表示的是全体实数,有理数和数轴上的点不是一一对应的关系.

(2)数轴上表示数的点可用大写字母表示,写在数轴上方相对应的点的上面,原点用 O 标出,它表示数 0,数轴上原点的位置根据需要来确定,不一定要居中,在同一数轴上,单位长度不能变.

7. 相反数的几何定义

在数轴上原点的两旁,离开原点距离相等的两个点所表示的数,叫做互

为相反数. 如: 4 与 -4 互为相反数, $1\frac{2}{3}$ 与 $-1\frac{2}{3}$ 互为相反数.

在数轴上, 表示互为相反数的两点, 位于原点的两侧, 并且与原点的距离相等.

8. 相反数的代数定义

只有符号不同的两个数, 我们说其中一个数是另一个的相反数, 也称这两个数互为相反数. 特别地, 0 的相反数是 0.

【精析】

(1) “0 的相反数是 0” 是相反数定义的一部分, 不能把它漏掉.

(2) 相反数是成对出现的, 不能单独出现. 例如: +1 和 -1 互为相反数, 是说 -1 是 +1 的相反数, +1 也是 -1 的相反数, 单独一个数不能说是相反数.

(3) “只有符号不同的两个数” 中的 “只有” 指的是除了符号不同以外其余完全相同 (也就是绝对值相同).

(4) a, b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0 \Leftrightarrow a = -b$

9. 相反数的表示方法

一般地, 数 a 的相反数是 $-a$. 这里 a 表示任意的一个数, 可以是正数、负数或者 0, a 还可以代表任意一个代数式.

【精析】

(1) 当 $a > 0$ 时, $-a < 0$ (正数的相反数是负数).

(2) 当 $a < 0$ 时, $-a > 0$ (负数的相反数是正数).

(3) $a = 0$ 当时, $-a = 0$ (0 的相反数是 0).

(4) 当 $a = x + y$ 时, $-a = -(x + y)$, 也就是 $x + y$ 的相反数是 $-(x + y)$, 即: 表示以 “和” 或 “差” 形式的代数式的相反数时, 要先用括号将代数式括上, 再在括号前面添上一个 “-” 号.

(5) “ a 的相反数是 $-a$ ” 这句话的含义是, 要表示一个数的相反数, 只要在这个数的前面添上一个 “-” 号就可以了.

(6) 因为 a 可以表示任意有理数, 所以, $-a$ 不一定是负数.

(7) 在一个数的前面添加一个 “+” 号, 仍然与原数相同; 在一个数的前面添加一个 “-” 号, 就成为原来的相反数.

(8) 单独一个有理数前面的 “+” 号和 “-” 号, 一般都是性质符号, 读作 “正号” 或 “负号”.

10. 绝对值的定义

(1) 绝对值的几何意义

一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离, 数 a 的绝对值记作“ $|a|$ ”. 表示 0 的点与原点的距离是 0, 所以 $|0| = 0$.

(2) 绝对值的代数意义

一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0. 用式子表示即 $|a| = \begin{cases} a (a > 0) \\ 0 (a = 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$ 或 $|a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$

【精析】

(1) 绝对值的定义是从几何角度给出的, 也就是从数轴上表示数的点在数轴上的位置出发得到定义的, 要时刻注意绝对值是距离.

(2) 任何一个有理数的绝对值都是非负数, 即 a 取任意有理数, 都有 $|a| \geq 0$.

(3) 非负数的重要性质: ①非负数有最小值, 是 0; ②几个非负数之和等于 0, 则每个非负数都等于 0, 故若 $|a| + |b| = 0$, 则 $a = 0, b = 0$; ③有限个非负数之和仍是非负数.

(4) 绝对值等于同一个正数的数有两个, 这两个数互为相反数.

11. 有理数大小的比较

(1) 数轴表示法: 将两数分别表示在数轴上, 右边的点表示的数总比左边的点表示的数大;

(2) 代数表示法: 正数大于零; 零大于负数; 正数大于负数; 两个负数, 绝对值大的反而小;

(3) 差值比较法: 设 a, b 是两个任意数, 则:

$$a - b > 0 \Rightarrow a > b; a - b = 0 \Rightarrow a = b; a - b < 0 \Rightarrow a < b;$$

(4) 商值比较法: 设 a, b 是两个正数, 则:

$$\frac{a}{b} > 1 \Rightarrow a > b; \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b; \frac{a}{b} < 1 \Rightarrow a < b;$$

12. 有理数加法的定义

把两个有理数合成一个有理数的运算, 叫做有理数的加法.

【精析】

由于有理数包括正数、0、负数, 所以两个有理数有以下几种情况: ①两数同号: 两数都是正数或两数都是负数; ②两数异号: 即一个正数, 一个负



数;③含0:一个是正数,一个是0;或一个是负数,一个是0;或两个数都是0.

13. 有理数加法法则

(1) 同号两数相加,取相同的符号,并将绝对值相加;即:若 $a > 0, b > 0$, 则 $a + b = +(|a| + |b|)$; 若 $a < 0, b < 0$, 则 $a + b = -(|a| + |b|)$;

(2) 绝对值不相等的异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值;即:若 $a > 0, b < 0$, 且 $|a| > |b|$, 则 $a + b = +(|a| - |b|)$; 若 $a < 0, b > 0$, 且 $|a| > |b|$, 则 $a + b = -(|a| - |b|)$;

(3) 互为相反数的两数相加得0;即:若 $a > 0, b < 0$, 且 $|a| = |b|$, 则 $a + b = 0$;

(4) 一个数同0相加仍得这个数. 即: $a + 0 = a$.

【精析】

利用有理数的加法法则进行有理数的加法运算,一般步骤是:①首先判断是同号两数相加还是异号两数相加;②再判断结果是正号还是负号;③再判断是利用绝对值的和还是差进行计算.

14. 有理数加法的运算律

加法交换律:两个数相加,交换加数的位置,和不变,即 $a + b = b + a$;

加法结合律:三个数相加,先把前两个数相加,或者先把后两个数相加,和不变,即 $(a + b) + c = a + (b + c)$.

【精析】

灵活运用运算律的方法有:①互为相反数相加;②符号相同的相加;③几个数相加能得整数的相加;④把整数与整数、分数与分数分别相结合.

15. 有理数减法的定义

已知两个加数的和与其中的一个加数,求另一个加数的运算,叫做减法.

【精析】

减法是加法的逆运算.

16. 有理数减法法则

减去一个数,等于加上这个数的相反数,即 $a - b = a + (-b)$

【精析】

有理数减法运算的步骤:

(1) 根据有理数的减法法则,把减号变为加号,把减数变为它的相反数;

(2) 利用有理数的加法法则进行运算.

17. 有理数的加减混合运算

由于减法可转化为加法,有理数的加减混合运算可统一成加法运算. 几



个正数或负数的和,有时也叫代数和.

【精析】

(1)在和式里,通常把各个加数的括号和它前面的加号省略不写,写成省略加号的和的形式.例: $(-8) + (-7) + (-6) + 5 = -8 - 7 - 6 + 5$.

(2)和式的读法:如上面的例子,一是按这个式子表示的意义读作“负8,负7,负6,正5的和”;二是按运算意义读作“负8减7减6加5”.

(3)省略括号的和的形式,可看做是有理数的加法运算.因此,可运用加法运算律来使计算简化,但要注意运算的合理性.①在交换加数位置时,要连同前面的符号一起变换.②在运用加法结合律时,有时把减号看做负号.

18. 有理数乘法法则

两数相乘,同号得正,异号得负,再把绝对值相乘.任何数与0相乘,积仍为0.

【精析】

有理数乘法与有理数加法运算步骤类似.第一步:确定符号;第二步:确定绝对值的积.由于绝对值总是正数或零,因此绝对值相乘就是算数中的乘法.由此可见,有理数的乘法,实质上是通过符号法则,归纳为算数的乘法来完成的.

19. 有理数乘法法则的推广

(1)几个不等于0的数相乘,积的符号由因数的个数决定,当负因数有奇数个时,积为负;当负因数有偶数个时,积为正.

(2)几个数相乘,有一个因数为0,积为0.

【精析】

(1)在有理数乘法中,每一个乘数都叫做一个因数.

(2)几个不等于零的有理数相乘,先根据负因数的个数确定符号,然后把绝对值相乘.

(3)几个数相乘,如果有一个因数为0,那么积就等于0.反之,如果积为0,那么至少有一个因数为0.

20. 有理数乘法的运算律

(1)乘法交换律:两个数相乘,交换因数的位置,积不变,即 $ab = ba$.

(2)乘法结合律:三个数相乘,先把前两个数相乘,或先把后两个数相乘,积不变,即 $ab(c) = a(bc)$.

(3)乘法分配律:一个数同两个数的和相乘,等于把这个数分别同两个数相乘,再把积相加,即 $a(b+c) = ab + ac$.



【精析】

根据乘法的运算律,在进行乘法运算时,可以任意交换两因数的位置,也可以将几个因数结合在一起先相乘,所得积不变,一个数同两个数的和相乘,可以把这个数分别同两个加数相乘,再把所得的积相加.

21. 倒数

乘积为1的两个有理数互为倒数. 如: -2 与 $-\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{2}$ 与 $-\frac{2}{3}$. 一般地, $a \cdot \frac{1}{a} = 1 (a \neq 0)$, 即 a 若是不等于0的有理数,则 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

【精析】

互为倒数的两个数是同号两数,且分子、分母互相颠倒位置,注意整数可以看做分母为1的数. 若是带分数,则要先化为假分数再求倒数.

22. 有理数的除法法则

法则一: 除以一个不等于零的数等于乘以这个数的倒数, 即 $a \div b = a \times \frac{1}{b} (b \neq 0)$.

法则二: 两个有理数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除; 0 除以任何非0的数都得0.

【精析】

- (1) 牢记0不能做除数;
- (2) 不能整除的除法运算,一般都利用法则二计算;
- (3) 能整除的情况下应用法则一方便些.

23. 乘方的意义

一般地, 求 n 个相同因数 a 的积的运算叫做乘方, 即 $\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n\text{个}} = a^n$,

其中乘方的结果叫做幂, a 叫做底数, n 叫做指数, 即:

$$\begin{array}{ccc} \text{幂} & \boxed{a^n} & \text{指数} \\ & \downarrow & \\ & \text{底数} & \end{array}$$

特别地, a^2 读作 a 的平方(或 a 的二次方), a^3 读作 a 的立方(或 a 的三次方), 而 a^4 只能读作 a 的四次方.

【精析】

- (1) 一个数可以看做是它本身的1次方. 指数1通常省略不写. 例: $2 = 2^1$;
- (2) 当底数是负数或分数时, 必须用括号将底数括起来. 例:

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4, -2^2 = -2 \times 2 = -4;$$

(3) 负数的乘方与乘方的相反数不同. 例:

$$(-a)^n \neq -a^n, (-3)^2 \neq -3^2;$$

(4) 乘方是一种运算, 是一种特殊的乘法运算(因数相同的乘法运算), 幂是乘方运算的结果, 初中阶段共学习六种基本运算, 即有理数的加、减、乘、除、乘方、开方六种运算.

24. 乘方运算的符号法则

正数的任何次幂都是正数; 负数的奇次幂是负数, 负数的偶次幂是正数; 0 的正数次幂都是 0.

【精析】

(1) 任何数的偶次幂都是非负数;

(2) 有理数的乘方运算与有理数的加、减、乘、除一样, 首先确定符号, 再计算绝对值.

25. 有理数混合运算的运算顺序

先算乘方, 再算乘除, 最后算加减; 如果有括号, 就先算括号里面的.

【精析】

(1) 有理数的运算, 加减法叫做第一级运算, 乘除法叫做第二级运算, 乘方和开方叫做第三级运算. 一个式子中如果含有几级运算时, 先做第三级运算, 再做第二级运算, 最后做第一级运算. 同一级运算按照从左到右的先后顺序进行运算; 有括号时, 按照小括号、中括号、大括号(或大括号、中括号、小括号)的顺序进行运算;

(2) 在进行混合运算时, 除遵守以上原则外, 还需要灵活使用运算律, 使运算正确、迅速.

26. 科学记数法

把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 a 是整数数位只有一位的数, n 是正整数. 这种记数方法叫做科学记数法.

【精析】

(1) 把一个数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$;

(2) 当原数的绝对值大于或等于 1 时, n 等于原数的整数数位减 1;

(3) 当原数的绝对值大于 0 而小于 1 时, n 是负数, n 的绝对值等于原数左边第一个非零数前面有零的个数, 而 a 为原数的有效数字的首位后加小数点.