



全国硕士研究生 入学统一考试

数学考试大纲 配套强化指导 (2011年版)

- 本书编写组
- 主审 单立波 赵达夫 张 锐



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

数学考试大纲配套强化指导

Quanguo Shuoshi Yanjiusheng Ruxue Tongyi Kaoshi
Shuxue Kaoshi Dagang Peitao Qianghua Zhidao

(2011 年版)

本书编写组

主 审: 单立波 赵达夫 张 锐

编写人员: 铁 军 姚孟臣 张同斌 陈建锋 张 强

陈卫国 陈一鸣 邬丽丽 丁 勇 曾芸芸

王彩霞 王 丹 李兰巧 马 媛 张 彬



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

主审简介:

单立波 担任全国硕士研究生入学考试数学科目 6 年命题组组长,11 年命题组专家成员

赵达夫 担任全国硕士研究生入学考试数学科目 12 年阅卷组专家成员

张 锐 全国硕士研究生入学考试测试与辅导著名专家

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲配套
强化指导:2011 年版/《全国硕士研究生入学统一考
试数学考试大纲配套强化指导》编写组. —北京:高
等教育出版社,2010.8

ISBN 978 - 7 - 04 - 031049 - 8

I. ①全… II. ①全… III. ①高等数学 - 研究
生 - 入学考试 - 自学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 161768 号

策划编辑	刘 佳	责任编辑	边晓娜 张耀明	封面设计	王凌波
版式设计	王 莹	责任校对	王 雨	责任印制	陈伟光

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120

购书热线 010 - 58581118
咨询热线 400 - 810 - 0598 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landracom.com>
<http://www.landracom.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京市白帆印务有限公司

开 本 787 × 1092 1/16
印 张 18.75
字 数 500 000

版 次 2010 年 8 月第 1 版
印 次 2010 年 8 月第 1 次印刷
定 价 38.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 31049 - 00

前 言

全国硕士研究生入学统一考试《大纲》明确规定了硕士研究生入学考试各科目的考查目标、考试形式、考试内容和考试要求,是考试命题和考生备考的唯一依据。为了帮助考生准确理解、深度掌握《大纲》,更好地发挥《大纲》对考生备考的指导作用,万学海文名师团队组织精干力量编写了“全国硕士研究生入学统一考试大纲配套强化指导(2011年版)系列图书”,包括英语、数学和思想政治理论三科。该系列图书是目前考研市场上一套高质量的考试大纲配套指导用书。

作为考试大纲的配套强化指导用书,该系列书的配套作用、强化作用、指导作用集中体现在以下三个方面:

一、编者团队的权威性和专业性

本书由曾任教育部考试中心研究生入学考试阅卷组组长、命题组组长的专家和研究生入学考试测试与辅导专家张锐博士共同担任主审,知名高校专家学者和考研行业各学科辅导名师担任主编,其中部分成员曾经参与过大纲的修订与审核工作。编写组成员的权威性和专业性,确保了“全国硕士研究生入学统一考试大纲配套强化指导(2011年版)系列图书”的权威性、专业性、指导性和高品质。

二、内容编排与大纲严密配套,并对大纲要求和考查内容进行强化指导

“全国硕士研究生入学统一考试大纲配套强化指导(2011年版)系列图书”以《大纲》为纲,根据编写组成员多年的命题、阅卷和考研测试、辅导经验,结合历年考研英语、数学和思想政治理论试题的命题规律、命题趋势和内在逻辑悉心编撰而成。

针对《大纲》规定的考查目标与形式,本系列书对各项目标进行逐项分解、逐级细化和深度解读,使考生更加明确考查目标、考试形式等潜在、必须的能力要求。

针对《大纲》规定的各科考查内容,本系列书按章、节、知识点内在逻辑配以清晰的学科逻辑体系图,构建起完整、系统的知识体系,并对《大纲》考点、历年考查重点、难点和高频考点通过理论解析、例题实证、命题角度分析等多维度多形式进行深度分析,强化考生对大纲考查内容的理解和掌握。

三、适用对象极具针对性,实用价值突出

“全国硕士研究生入学统一考试大纲配套强化指导(2011年版)系列图书”不仅能够指导考研学生更加有效的使用《大纲》,从而显著提高考生学习效率和应试能力,同时也对研究生入学考试各学科考研辅导教师以及相关学术研究人员和自学者等都具有极高的参考和使用价值。

本书编写组
2010年8月

目 录

第一部分 考试大纲基本信息强化指导	1	第3章 向量	169
I. 考试性质	1	第4章 线性方程组	178
II. 考查目标	2	第5章 特征值和特征向量	186
III. 试卷分类及使用专业	5	第6章 二次型	193
IV. 考试形式与试卷结构	6	第3篇 概率论与数理统计 ^{①③}	199
V. 大纲考试要求关键词详解	8	第1章 随机事件和概率	200
第二部分 大纲考点强化指导	10	第2章 随机变量及其分布	207
第1篇 高等数学	10	第3章 多维随机变量及其分布	214
第1章 函数、极限、连续	11	第4章 随机变量的数字特征	227
第2章 一元函数微分学	24	第5章 大数定律和中心极限定理	233
第3章 一元函数积分学	42	第6章 数理统计的基本概念	237
第4章 向量代数与空间解析几何 ^① ...	57	第7章 参数估计	248
第5章 多元函数微分学	65	第三部分 真题理论验证强化指导	257
第6章 多元函数积分学	84	2010年全国硕士研究生入学统一考试	
第7章 无穷级数 ^{①③}	113	数学一试题	257
第8章 常微分方程	135	2010年全国硕士研究生入学统一考试	
第2篇 线性代数	149	数学二试题	273
第1章 行列式	150	2010年全国硕士研究生入学统一考试	
第2章 矩阵	156	数学三试题	284

第一部分

考试大纲基本信息强化指导

I. 考试性质

一、大纲对应考试性质内容

全国硕士研究生入学数学考试是为招收工学、经济学、管理学硕士研究生^[1]而设置的具有选拔功能^[2]的水平考试. 它的指导思想是既要有利于国家对高层次人才的选拔^[3], 也要有利于促进高等学校各类数学课程教学质量的提高^[4].

二、考试性质详解

对考试性质的详解主要分为四条详解内容, 分别针对考试性质内容中标记[1]、[2]、[3]、[4]四个地方进行详细解释说明, 以下类同.

详解 1:对“数学考试是为招收工学、经济学、管理学^[1]硕士研究生”的详解.

全国硕士研究生统一入学考试考生共分为 12 大学科门类, 分别是: 哲学、经济学、法学、教育学、文学、历史学、理学、工学、农学、医学、军事学、管理学等. 在所有的学科门类中, 工学、经济学、管理学初试中要求数学统考, 即数学考试由教育部考试中心统一命题作为全国硕士研究生入学统一考试, 其他学科门类初试科目中不涉及数学考试或不把数学考试做为硬性统一要求, 招生单位可根据招生专业情况自主选定. 例如物理学初试科目中, 部分招生单位根据考生报考情况自主选定数学一(如考生跨学科报名要求考生考数学一)或一门专业课作为初试科目之一, 或经招生单位同意, 由考生从中任选.

详解 2:对“数学考试是具有选拔功能^[2]的水平考试”的详解

什么是选拔性考试? 顾名思义, 选拔性考试, 是为了选拔优秀人才而举行的考试. 这是一种由选拔单位发起的, 且选拔单位根据其所要求的选拔对象的标准来自主命题或托其他考试组织根据选拔单位的要求来命题或选拔单位指定已有考试组织组织的考试组成其考试内容之一的考试.

全国硕士研究生入学统一数学考试, 是为高等院校和科学院所招收研究生而设置的选拔性考试. 选拔功能是使考试科学、公平、有效地测试考生是否具备工学、经济学、管理学各专业本科阶段应具备的知识、能力和素养要求, 评价的标准是高等学校工学、经济学、管理学科优秀本科毕业生所能达到的及格或及格以上水平, 以利于各高等院校和科研院所择优录取, 确保硕士研究生的入学质量.

详解 3:对“有利于国家对高层次人才的选拔^[3]”的详解

所谓高层次人才是指在一定时间、区域、行业内的人才队伍中, 那些具有较强专业能力, 且有较大贡献、层次比较高的优秀人才, 或处于专业前沿并且在国内外相关领域具有较高影响的人才. 一般是指院士、具有正高及副高级职称的专业技术人才、博士后、高级经营管理人才等. 在高校, 高层次人才主要指在某一学科或专业领域有较深造诣和较高威望, 在重要岗位上工作, 承担重要任务, 能对经济社会发展和科技创新发挥较大作用的人才.

高层次人才是知识创新和科技创新的核心力量,是人才强国战略的关键因素.高校是高层次人才集聚的场所,研究生入学考试中的数学考试就是为部分将要成为高层次人才的应、往届本科毕业生而设置的选拔性考试.

详解 4:对“有利于促进高等学校各类数学课程教学质量的提高^[4]”的详解

全国硕士研究生入学数学考试中所涉及的考试科目包括高等数学(或微积分)、线性代数、概率论与数理统计(数学二试卷不涉及此部分内容).这三门科目系目前各高等院校中工学、经济学、管理学科中的必修科目,不同的高等学校由于对不同院系、专业要求不同,对各类数学课程所规定的教学大纲不同,这就导致同一学校不同专业或不同学校相同专业的学生水平各有不同.

研究生入学统一数学考试作为全国研究生统一入学考试之一,统一命题、统一阅卷,对参加入学考试的考生规定了同一个分数线标准,这就使得各高等学校尤其是本科教学大纲与研究生入学统一考试大纲相差较多的学校,需要以研究生入学考试大纲为参考,提高教学质量,以便学校学生能够更多的达到研究生入学要求,也逐步规范了各高等学校对各类数学课程的课程大纲、授课质量的标准.

II. 考查目标

一、大纲对应考查目标内容

要求考生比较系统地理解数学的基本概念^[1]和基本理论^[2]、掌握数学的基本方法^[3],具备抽象思维能力^[4]、逻辑推理能力^[5]、空间想象能力^[6]、运算能力^[7]和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力^[8].

二、考查目标详解

详解 1:对“基本概念”的详解

所谓概念,就是思维的基本形式之一,反映客观事物一般的、本质的特征.人类在认识事物的过程中,把所感觉到的事物的共同特点抽出来,加以概括,就成为概念.

考研数学大纲当中的基本概念是指,通过抽象化和逻辑推理的使用,将所要研究的数学中的基本的数量、结构、变化及空间模型等由计数、计算、度量所产生的概念,在整个考研数学的学习中是基础的学习内容之一.概念分内涵和外延,考研数学考试要求中一般是以定义、概念形式出现的知识点都是基本概念.比如:函数的概念、函数极限的定义等.

详解 2:对“基本理论”的详解

所谓理论,是在某一活动领域(如数学或医学或音乐)中联系实际推演出来的概念或原理;理想的或假设的一系列事实、原理或环境;从对事实的推测、演绎、抽象或综合而得出的对某一个或某几个现象的性质、作用、原因或起源的评价、看法、提法或方程式.

考研数学中的基本理论主要是在数学领域中演绎出来的概念或原理,在考试大纲中一般以法则、定理、推论形式出现的知识点.比如:洛必达法则、罗尔定理、拉格朗日中值定理等.

详解 3:对“基本方法”的详解

所谓基本方法,在考研数学考试大纲当中是指对考试内容中的知识点,大纲考试要求中明确提出,且能够解决包含这些知识点的题目的一般方法或最本质的方法.

高等数学当中的基本方法主要有:利用两个重要极限求极限的方法;无穷小量的比较方法;用洛

必达法则求未定式极限的方法;用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法;换元积分法与分部积分法;二重积分的直角坐标系、极坐标系的计算方法;三重积分直角坐标系、柱坐标系、球面坐标系的计算方法^①;用高斯公式计算曲面积分的方法^①;正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法^{①③}、根值判别法^①;交错级数的莱布尼茨判别法^{①③};用降阶法解下列形式的微分方程 $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$, $y'' = f(y, y')$ ^{①②}.

线性代数中的基本方法主要有:用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法;线性无关向量组正交规范化的施密特(Schmidt)方法;初等行变换求解方程组的方法;用正交变化法化二次型为标准形的方法;配方法化二次型为标准形等.

概率论中的基本方法^{①③}:利用古典型概率和几何型概率计算概率的方法;用事件独立性计算概率的方法;参数估计的矩估计方法和最大似然估计方法等.

详解 4:对“抽象思维能力”的详解

抽象思维也称作抽象概括,是人们在认识活动中运用概念、判断、推理等形式对事物间接性和概括性的反映,它使人对事物的认识由外部的表面特征深入到内在联系,由感性上升到理性的过程.抽象思维能力是智力的核心成分,在人的认识活动中常占主导地位,在创新活动中,良好的抽象思维具有重要作用.抽象思维能力在考研数学中的表现是,遇到新类型题时,能够把这种类型的问题一般化,找出其本质.在考研数学中有很多题目考查抽象思维能力,这类题目主要由一种现象或某种活动中抽象出数学的一种模型,然后用数学的方法将其解决.

例(93年,数一) 设物体 A 从点 $(0, 1)$ 出发,以速度大小为常数 v 沿 y 轴正向运动.物体 B 从点 $(-1, 0)$ 与 A 同时出发,其速度大小为 $2v$,方向始终指向 A ,试建立物体 B 的运动轨迹所满足的微分方程,并写出初始条件.

本题要首先从物体的运动中抽象出速度与路程的数学模型即建立运动轨迹的微分方程,然后再利用数学的微分方程解法对方程进行求解.

详解 5:对“逻辑推理能力”的详解

逻辑推理能力是根据已有的信息发现和理解事物之间的关系,并作为分析和判断依据的能力.在考研数学中逻辑推理能力的题目随处可见,每种类型的题目都会考查到考生的逻辑推理能力,但在证明题中的考查最强.

例(10年,数三,19题) 详见真题理论指导部分.

做这类题目,首先应该要确定证明的结论,然后联想与之相关的定理、结论和方法及所需要的条件,再看题设中是否给出条件,若都没有直接给出,那么就需要从题设中推理出那些所需的条件,最后证明.

详解 6:对“空间想象能力”的详解

空间想象能力:就是大脑对通过观察、触摸,以及实践经验得到的一种能思考物体形状、位置的能力.

正常条件下眼睛看到的事物是平面图,而事实是立体的,这就需要去思考事物的具体形状、位置.这种想象就是空间想象,而想象的与事实是否一致,就是空间想象能力高低的体现.考研数学中空间想象能力的体现主要是在定积分的几何应用部分、多元函数微分学及应用中都有,像利用区间的对称性化简多元函数的积分、求旋转体积等.

例(03年,数一) 过坐标原点作曲线 $y = \ln x$ 的切线,该切线与曲线 $y = \ln x$ 及 x 轴围成平面图形 D .

(I) 求 D 的面积 A ;

(II) 求 D 绕直线 $x=e$ 旋转一周所得旋转体的体积 V .

本题首先要画出图形,然后通过想象曲线绕直线旋转判断旋转体的形成的空间几何形状,从而选用合适公式求解.

详解 7:对“运算能力”的详解

根据一定的数学概念、法则和定理,由一些已知量得出确定结果的过程,称为运算.能使某些运算顺利完成的心理特征,称为运算能力.

考研数学中运算能力包括计数能力、运算法则和公式的掌握、应用题的解答这几个方面,在数学的整个试卷上来看,通过运算考查同学们各种能力的题目最多,所以对运算能力的特点我们有必要了解.

运算能力的基本特点有两个:

(1) 运算能力的层次性

在数学发展的历史上,不同类别的运算是由简单到复杂、由具体到抽象、由低级到高级逐步形成和发展起来的.因此对运算的认识和掌握也必须是逐步有序、有层次的,不掌握有理数的计算,就不可能掌握实数的计算;不掌握整式的计算,也就不可能掌握分式的计算.不掌握有限运算,就不可能掌握无限计算.没有具体运算的基础,抽象运算就难以实现.由此可见,运算能力是随着知识面的逐步加宽、内容的不断深化、抽象程序的不断提高而逐步发展的.

(2) 运算能力的综合性

运算能力既不能离开具体的数学知识而孤立存在,也不能离开其他能力而独立发展,运算能力是和记忆能力、观察能力、理解能力、联想能力、表述能力等互相渗透的,它也和逻辑思维能力、空间想象能力等数学能力相互支持着.因而提高运算能力的问题,是一个综合问题.

对于考研数学运算能力的要求大致可分为三个层次:

1) 计算的准确性,属于对运算能力的基本要求;

2) 计算的合理、简捷、迅速,也就是对运算的熟练程度,在考研当中题目对运算要求最多的,属于中等要求;

3) 计算的技巧性、灵活性,属于对计算能力的高标准要求.

考生在复习的时候,从思想上要充分认识提高运算能力的重要性,把运算技能上升到能力的层次上,把运算的技巧与发展思维融合在一起.

详解 8:对“综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力”的详解

综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力,在考研数学的能力要求中属于高层次的能力要求,主要体现在解答题部分中的综合题里面,比如,会求简单多元函数的最大值和最小值,会用微分方程解决一些简单的应用问题等.

例(99年,数一) 设函数 $y(x)$ ($x \geq 0$) 二阶可导,且 $y'(x) > 0$, $y(0) = 1$. 过曲线 $y = y(x)$ 上任意一点 $P(x, y)$ 作该曲线的切线及 x 轴的垂线,上述两直线与 x 轴所围成的三角形的面积记为 S_1 ,区间 $[0, x]$ 上以 $y = y(x)$ 为曲边的曲边梯形面积记为 S_2 ,并设 $2S_1 - S_2$ 恒为 1,求此曲线 $y = y(x)$ 的方程.

此问题的反问题即根据已知曲线方程 $y = y(x)$ 求 S_1 和 S_2 是一个简单的问题.但根据方程 $2S_1 - S_2 = 1$ 求 $y = y(x)$ 就是考查考生利用所学微分方程知识解决问题的综合能力,要求考生不仅要正确

写出 $P(x, y)$ 的切线及方程 S_1 和 S_2 的表达式;将问题转换为求微分方程的解.其中,还要求考生能够确定初始条件,计算准确.

III. 试卷分类及使用专业

一、大纲对应试卷分类及使用专业内容

根据工学、经济学、管理学各学科、专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和能力的不同要求^[1],硕士研究生入学统考数学试卷分为3种,其中针对工学门类的为数学一、数学二,针对经济类和管理门类的为数学三.招生专业须使用的试卷种类规定如下:

1. 须使用数学一的招生专业

(1) 工学门类中的力学、机械工程、光学工程、仪器科学与技术、冶金工程、动力工程及工程热物理、电气工程、电子科学与技术、信息与通信工程、控制科学与工程、计算机科学与技术、土木工程、水利工程、测绘科学与技术、交通运输工程、船舶与海洋工程、航空宇航科学与技术、兵器科学与技术、核科学与技术、生物医学工程等20个一级学科中所有的二级学科、专业.

(2) 授工学学位的管理科学与工程一级学科.

2. 须使用数学二的招生专业

工学门类中的纺织科学与工程、轻工技术与工程、农业工程、林业工程、食品科学与工程等5个一级学科中所有的二级学科、专业.

3. 须选用数学一或数学二的招生专业(由招生单位自定)

工学门类中的材料科学与工程、化学工程与技术、地质资源与地质工程、矿业工程、石油与天然气工程、环境科学与工程等一级学科中对数学要求较高的二级学科、专业选用数学一,对数学要求较低的选用数学二.

4. 须使用数学三的招生专业

(1) 经济学门类的各一级学科.

(2) 管理学门类中的工商管理、农林经济管理一级学科.

(3) 授管理学学位的管理科学与工程一级学科.

二、试卷分类及使用专业详解

详解:对“工学、经济学、管理学各学科、专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和能力的不同要求^[1]”的详解

工学对硕士研究生所具备的数学知识和能力的要求:工学门类各学科、专业中的硕士研究生要求具备坚实的数学功底,对考研数学当中要求的高等数学、线性代数、概率论与数理统计各科目中的基本原理和基本方法要熟练掌握,会根据实际问题建立数学模型,要具有很强的计算能力和利用所学数学知识解决实际问题的能力.同时还要具备创新能力和实践能力.

经济学、管理学对硕士研究生所具备的数学知识和能力的要求:要求考生具备一定的数学相关知识,要求对高等数学、线性代数中的基本概念、基本理论与基本方法比较熟悉;经济类考生由于各专业课中需要用到概率论与数理统计中的基本概念、基本方法,因此对概率论与数理统计知识要求较高,要求考生具备若干基本的、重要的数学模型和方法,掌握利用统计思想解决实际问题的初步能力.

IV. 考试形式与试卷结构

一、大纲对应考试形式和试卷结构内容

1. 试卷满分及考试时间

各卷种试卷满分均为 150 分,考试时间为 180 分钟

2. 答题方式

答题方式为闭卷、笔试.

3. 试卷内容结构^[1]

分值比例 考试内容	卷种	数学一	数学二	数学三
高等数学(或微积分)		56%	78%	56%
线性代数		22%	22%	22%
概率论与数理统计		22%	—	22%

4. 试卷题型结构^[2]

各卷种试卷题型结构均为:

- 单项选择题 8 小题,每小题 4 分,共 32 分
- 填空题 6 小题,每小题 4 分,共 24 分
- 解答题(包括证明题) 9 小题,共 94 分

二、考试形式和试卷结构详解

详解 1:对“试卷内容结构”的详解

全国硕士研究生入学统一数学考试试卷种类分为数学一、数学二、数学三;试卷种类不同,试卷考试内容比例有所不同. 数学一和数学三考试内容为 3 门课程,分别是高等数学(或微积分)、线性代数、概率论与数理统计,而数学二的考生不考概率论与数理统计,考试内容为 2 门课程,分别是高等数学、线性代数.

数学试卷中数学一、数学三,高等数学(或微积分)部分占整个试卷内容的 56%,分值约 82 分;线性代数占 22%,分值约 34 分;概率论与数理统计占 22%,分值约 34 分;数学二高等数学部分占整个试卷内容的 78%,分值约 116 分;线性代数占 22%,分值约 34 分.

详解 2:对“试卷题型结构”的详解

考研数学试卷题型有 3 种,分别为单项选择题、填空题、解答题(包括证明题),其中数学一、数学三试卷每种题型分别包含对高等数学、线性代数、概率论与数理统计三个科目相关知识的考查,数学二试卷每种题型分别包括对高等数学、线性代数内容的考查. 下分别对三种题型做详细介绍.

1. 选择题

选择题具有知识覆盖面广、设置灵活的特点,要求考生要踏实、牢固、全面地掌握所学基础知识. 考研数学中选择题只有单项选择题,单项选择题之所以是考试的主要题型之一,目的是检验学

生对所学知识的理解掌握程度和辨别分析能力. 题干在情境设计和设问上多种多样, 题肢往往似是而非, 迷惑性强, 稍一疏忽, 就会选错. 每题各有一个正确的选项, 其他选项要么不符合题意, 要么是错误的, 要求考生把四个被选择项进行比较, 选出其正确且符合题意的.

考研数学单项选择题中的类型常见的有: “最佳选择”、“组合选择”、“填空选择”、“因果式选择”等. 不管题型怎样变化, 关键是只选一项. 这一项不是“最佳项”, 便是“唯一项”. 考研数学试卷从 03 年开始逐渐加大了其试题题量和分值, 08 年至目前呈现稳定形势共 8 个小题, 题号分别是 1—8 小题, 每个 4 分, 共 32 分, 占整个试卷总分的 21%. 其中数学一、数学三中 1—4 小题是高等数学知识的题目, 5—6 小题是线性代数题目, 7—8 小题是概率论与数理统计有关的题目; 数学二试卷中 1—6 小题均为高等数学知识题目, 7—8 小题是线性代数相关知识题目.

下面就考研数学当中出现的几种单项选择题的类型阐述其特点如下:

(1) 填空式选择题的特点, 这类题型比较简单, 通常以概念、定理、推理的条件或结论为考查对象, 主要考查考生对基本概念、定理的理解和再认能力, 一般要求考生通过简单的分析和辨别或简单的运算选出最终选项. 如 08 年, 数三, 一(1); 08 年, 数一, 一(2); 2010 年, 数二, 一(3)等.

(2) 组合式选择题的特点, 这类选择题实质上是不定项选择题的变形, 旨在加大单项选择题的难度, 主要考查考生的综合分析和多角度思考问题能力.

(3) 判断式选择题的特点. 此类选择题主要考查考生明辨是非的能力, 要求考生对相关知识做出“是什么”或“不是什么”的判断, 理论知识要求较高.

(4) 因果式选择题的特点. 此类选择题中, 题干与题肢构成因果关系, 通常由题干提供“结果”, 在题肢中选择原因. 这类选择题因果关系比较复杂, 有直接的、间接的, 有显露的、隐蔽的, 有主要的、次要的, 干扰性强. 题目形式一般用“以下结论正确的是”、“以下说法正确的是”, “则有”等词语把题干与题肢联系起来.

2. 填空题

填空题题小, 跨度大, 覆盖面广, 形式灵活, 可以有目的和其他知识进行综合, 突出训练考生准确、严谨、全面、灵活运用知识的能力和基本运算能力.

从填空内容上, 主要有两类: 一类是定量填空, 另一类是定性填空. 它只写答案, 缺少选项提供的目标信息, 结果正确与否难以判断, 一步失误, 全题零分.

考研数学填空题命题主要是考查考生通过计算或推理得出最终结果, 每个题目相当于一道小的解答题, 题目数量是 6 个, 题号分别是 9—14 小题, 数学一、数学三试卷中 9—12 小题是高等数学知识的题目, 第 13 小题是线性代数题目, 第 14 小题是概率知识的题目. 数学二试卷中 9—13 小题是高等数学题目, 第 14 小题是线性代数题目.

3. 解答题

数学解答题是一种主观性试题, 具有一定的综合性, 给出一定的题设(即已知条件), 提出一定的要求(即要达到的目标), 然后让考生来解答.

考研数学解答题不是在单一知识点上进行命题, 而是注意多个知识点跨章节、跨学科综合命题并考查多种方法的联系与有机结合, 在知识、方法网络的交汇点上设计试题. 解答题解法灵活多样, 每个题目得分易, 但得满分很难, 几乎题题有坡度, 层层有关卡, 能较好地拉开考生能力的档次和区分考生各种水平, 注重探究能力、创新能力与应用意识的考查.

考研数学当中的解答题对学生进行 5 种能力(运算求解能力、空间想象能力、抽象概括能力、

推理论证能力和运用所学知识分析问题和解决问题的能力)、2 种意识(应用意识、创新意识)的考查,用以区分考生灵活运用知识、方法进行分析问题、解决问题的能力。

考研数学数学解答题题目数量有 9 个,题号分别是 15—23 小题,其中数学一、数学三第 15—19 小题是高等数学题目知识题目、20—21 小题是线性代数知识题目、22—23 小题是概率论与数理统计知识的题目;数学二第 15—21 小题是高等数学题目,第 22—23 小题是线性代数题目。

解答题的基本架构是:考生在解答时,应把已知条件作为出发点,运用有关的数学知识和方法,进行推理、演绎和计算,最后达到所要求的目标。同时要将整个解答过程的主要步骤和经过有条理、合逻辑、完整地陈述清楚。综观近几年命题的情况,我们可以发现,解答题在考研数学中的考查呈现以下特点:

(1) 对基础知识的考查,要求全面又突出重点,注重学科的内在联系和知识的综合。

(2) 对数学思想和方法的考查,数学思想与方法是数学知识在更高层次上的抽象和概括,在考研数学中,常将方法与知识相结合进行考查,从学科整体意义和思想含义上立意,注意通性通法,淡化特殊技巧。

(3) 对能力的考查,以逻辑思维能力为核心,全面考查各种能力,强调探究性、综合性、应用性,突出数学试题的能力立意,强化对素质教育的正确导向。

(4) 在强调综合性的同时,注重试题的层次性,合理调控综合程度,坚持多角度、多层次的考查。

(5) 出现一些背景新颖的创新题、开放题、富有时代特色的应用题。

V. 大纲考试要求关键词详解

一、大纲考试要求关键词

考试大纲对考研数学一、数学二、数学三中高等数学、线性代数、概率论与数理统计的考试内容做出了明确的考试要求,具体要求有:了解、理解、掌握、会求(会建立、会计算、会应用等),比如:理解函数的概念,掌握函数的表示方法,会建立应用问题的函数关系;了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性等。

那么对于数学当中的知识点大纲要求了解、理解、掌握、会求(会建立、会计算、会应用等)的,学习该如何理解区分,一直以来是诸多考生感到困惑的问题,下面就大纲对知识点这几方面的要求做具体解释。

二、考试要求关键词详解

了解:数学考试大纲中对部分知识点要求到了解程度,即要求对该知识的含义要知道得很清楚。一般在数学中指的是定义、概念、定理、推论等知识内容。比如:了解二重积分的性质,了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等。

在考研知识的学习过程中有很多同学对要求了解的知识点重视不够,甚至有些错误认识。比如,有的同学认为了解就是只要求了解定义、定理、公式,记住条件和结论就可以了,不要求对这些知识有深入的学习如推导,要求了解的知识一般不会考。而考研数学大纲中凡是规定的考试内容都有可能考到,甚至对要求了解的知识点考查的也比较深入。

比如:(04 年数三,二(7)) 函数 $f(x) = \frac{|x| \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间内有界()

- (A) $(-1, 0)$. (B) $(0, 1)$. (C) $(1, 2)$. (D) $(2, 3)$.

方法 1: 如果 $f(x)$ 在 (a, b) 内连续, 且极限 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$ 存在, 则函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内有界.

当 $x \neq 0, 1, 2$ 时 $f(x)$ 连续, 而

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2} = \frac{-\sin(-1-2)}{(-1-1)(-1-2)^2} = -\frac{\sin 3}{18},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2} = \frac{-\sin(0-2)}{(0-1)(0-2)^2} = -\frac{\sin 2}{4},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2} = \frac{\sin(0-2)}{(0-1)(0-2)^2} = \frac{\sin 2}{4},$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sin(1-2)}{(x-1)(1-2)^2} = \infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = \infty,$$

所以, 函数 $f(x)$ 在 $(-1, 0)$ 内有界, 故选 (A).

方法 2: 因为 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 存在, 根据函数极限的局部有界性, 所以存在 $\delta > 0$, 在区间 $[-\delta, 0)$ 上 $f(x)$ 有界, 又如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 则 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上有界, 根据题设 $f(x)$ 在 $[-1, -\delta]$ 上连续, 故 $f(x)$ 在区间 $[-1, -\delta]$ 上有界, 所以 $f(x)$ 在区间 $(-1, 0)$ 上有界, 综上所述, 应选 (A).

所以, 各位考生在学习的时候不要以知识点的要求程度来衡量这个知识点应该学习的程度, 而是对于重点、难点、枢纽知识点(能连接多个知识的考点), 应该深入学习.

理解: 考研数学大纲对知识点要求理解的, 需要对知识点懂, 且认识得很清楚. 在考研数学当中主要是指对概念、定理、推理的知识点及知识点之间的关系.

注意: 了解和理解的区别, 了解偏重于知道, 理解在了解的基础上增加了懂得和能够体会其深层次的意思; 理解也就是从表到里深层递进的含义.

在考研数学大纲当中要求理解的知识点考查较多, 比如: 极限的概念、无穷小量的概念、连续的概念等几乎每年必考.

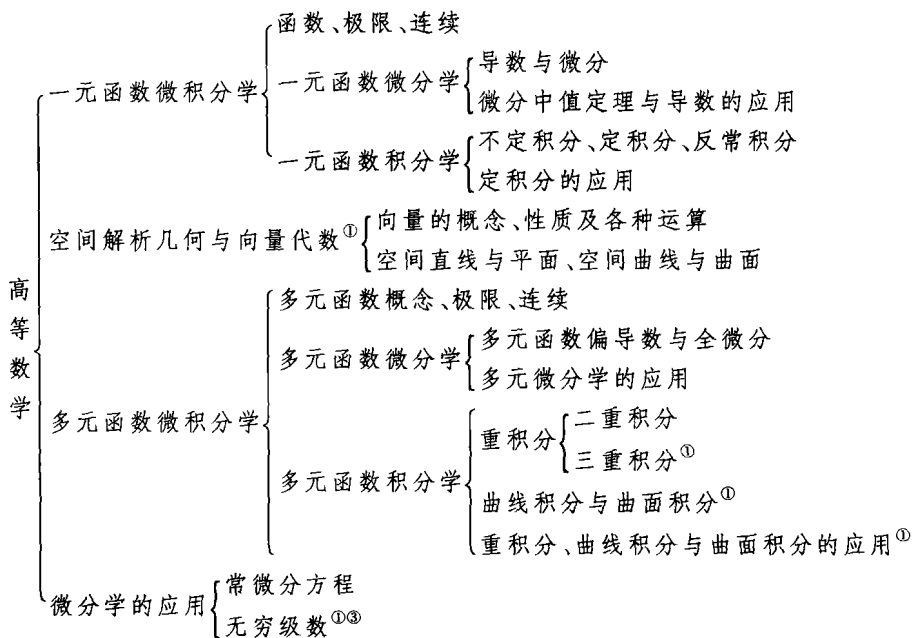
会(求、计算、建立、应用、判断等): 其含义为理解、懂得, 并根据所学知识能够计算表达式结果、列出方程、画出图形、建立数学模型等. 在考研数学大纲当中对知识点要求会求、会计算、会建立方程表达式、会描绘等, 主要是指计算方法、知识的灵活运用层次的要求; 学习时不仅要记住、理解定理还要会推导, 才达到会求解的程度.

掌握: 了解、熟知并加以运用. 在大纲考试内容中所有知识点的要求中掌握的层次是最高的, 要求掌握的知识点往往是考试的重点、热点和难点, 比如: 掌握利用两个重要极限求极限的方法、掌握用洛必达法则求未定式极限、掌握用初等行变换求解方程组的方法等都是每年真题中涉及的内容; 在学习时对于大纲要求掌握的知识点不仅要掌握知识点本身还要学习它的推理、解题时经常用到的结论, 同时还要注意与该知识点相关联的知识点及它们之间的关系.

第二部分 大纲考点强化指导

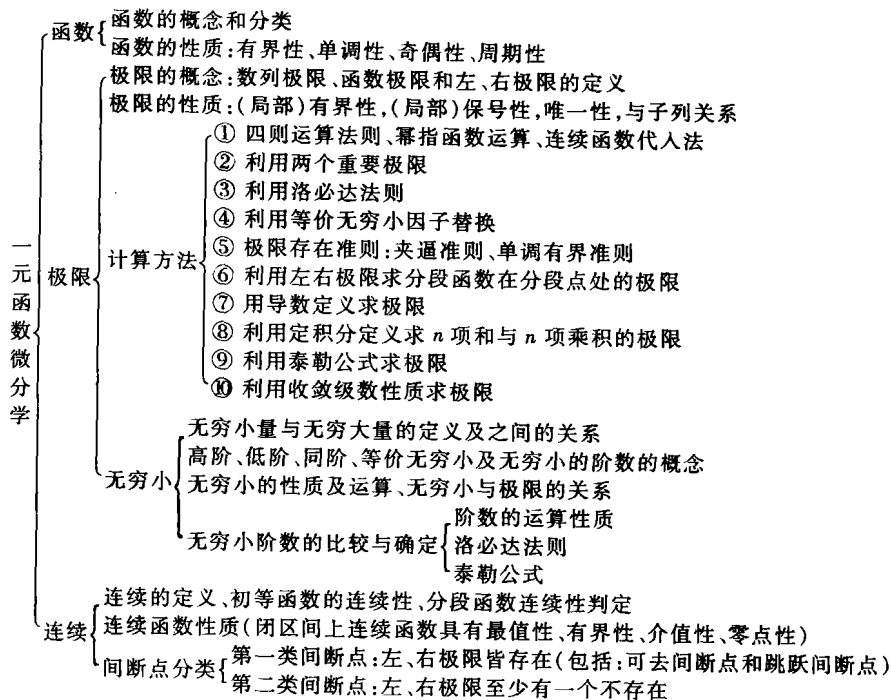
第1篇 高等数学

高等数学部分逻辑体系图



第1章 函数、极限、连续

1.1 章节逻辑系统图



1.2 重难点考点精讲指导

1.2.1 函数

1. 考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立

2. 考试要求

- (1) 理解函数的概念,掌握函数的表示法,会建立应用问题的函数关系.
- (2) 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
- (3) 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
- (4) 掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念.

3. 重难点考点精讲

考点一:函数的几何特性

- (1) 考点阐述

奇偶性:设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称. 如果对于任一 $x \in D$, 都有 $f(-x)=f(x)$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为偶函数. 如果对于任一 $x \in D$, 都有 $f(-x)=-f(x)$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为奇函数.

周期性:设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 如果存在实数 $T>0$, 使得对定义域内的任一 $x \in D$, 有 $x+T \in D$, 且有 $f(x+T)=f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为周期函数, T 称为 $f(x)$ 的周期.

有界性:设函数 $f(x)$ 在一个数集 X 上有定义, 若存在正数 M , 使得对于任一 $x \in X$, 都有 $|f(x)| \leq M$ 成立, 则称 $f(x)$ 在 X 上有界; 如果这样的 M 不存在, 就称函数 $f(x)$ 在 X 上无界.

单调性:设函数 $f(x)$ 的定义域为 I , 若对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $f(x_1) < f(x_2)$ (或 $f(x_1) > f(x_2)$), 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的 (或单调减少的).

(2) 考点深度理解

奇偶性、周期性、单调性和有界性统称为函数的几何特性, 对于函数几何特性的理解和判定, 不仅要掌握它们自身的概念, 而且还要会结合每个特性的特点选择恰当的角度. 其中奇偶性和周期性是函数的基本特性, 一般用定义检验.

函数奇偶性的定义要求自变量的定义域在对称区间上, 所以如果函数的定义域不是关于原点对称的, 虽然函数的表面形式上具有奇偶性, 但是此时函数是无奇偶性可言的. 此外, 在熟悉常见奇偶函数的同时, 考生要知道奇偶函数之间的运算, 例如奇函数的代数和仍为奇函数; 偶函数的代数和仍为偶函数; 偶函数之积为偶函数; 偶数个奇函数之积为偶函数; 一个奇函数与一个偶函数之积为奇函数.

除了有界性的定义可以判定函数是否有界外, 在解题过程中还要注意隐含的有界性条件, 例如闭区间上连续函数是有界的; 收敛数列是有界的; 函数极限存在时的局部有界性等. 因此, 有界性往往需要结合极限与连续的性质来判定.

对于单调性来讲, 如果把定义中的 “ $<$ ” 换成 “ $\leq$ ”, 则称函数为单调不减的, 如果把 “ $>$ ” 换成 “ $\geq$ ”, 则称函数为单调不增的. 单调性则通常采用导数的符号进行分析.

(3) 可命题角度分析

从历年试题的考察情况来看, 函数的几何特性主要出现在客观题中, 比如让考生判断某个具体函数是否具有奇偶性、周期性、有界性和单调性. 在解题过程中, 函数的几何特性也可以作为函数的性质成为解题的必要条件, 例如利用函数的奇偶性、周期性、有界性建立等式或不等式关系. 其中特别要注意的是原函数和导数在几何特性上的变化, 具体见例题实证中例 2.

(4) 例题实证

例 1 (90 年, 数三) 设函数 $f(x) = x \cdot \tan x \cdot e^{\sin x}$, 则 $f(x)$ 是 ()

- (A) 偶函数. (B) 无界函数. (C) 周期函数. (D) 单调函数.

本题答案: (B).

解析: 由于 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \cdot \tan x \cdot e^{\sin x} = \frac{\pi}{2} \cdot e$, 而 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x = +\infty$, 由极限的四则运算法则知 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \cdot \tan x \cdot e^{\sin x} = +\infty$, 所以 $f(x)$ 无界, 故答案为 (B).

例 2 (05 年, 数一) 设 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 的一个原函数, “ $M \Leftrightarrow N$ ” 表示 “ M 的充分必要条件是 N ”, 则必有 ()

- (A) $F(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是奇函数. (B) $F(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是偶函数.
(C) $F(x)$ 是周期函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是周期函数. (D) $F(x)$ 是单调函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是单调函数.