高等学校数学教材配套辅导用书

双博士系列

概率统计

教材配套习题解析

主　编　北京大学数学科学学院 田 勇
编　写　双博士数学课题组
支　持　双博士网校 www.bbdd.cc
总策划　胡东华

科学技术文献出版社

双博士精品系列

概率统计

教材配套习题解析

主　编　北京大学数学科学学院　田勇
编　写　双 博 士 数 学 课 题 组
支　持　双博士网校　www.bbdd.cc
总策划　胡东华

科学技术文献出版社
Scientific and Technical Documents Publishing House
·北京·

科学技术文献出版社出版
北京拓瑞斯印务有限公司印刷
科学技术文献出版社发行
新华书店北京发行所经销
2005 年 1 月第 1 版　第 1 次印刷
850mm×1168mm　1/32　印张 14.875　字数 501 千字
定价:16.50 元

前　言

本书是《概率统计辅导》(第三次修订本)的姊妹篇,是在原版基础上修订而成。

本书编写组集多年教学经验,并将多年教学过程中反复使用效果较好的习题(包括近几年的考研题)编纂成书,以飨读者。

本书是根据本科非数学专业的教学要求,并参照数学大纲而编写的,共十章,分为:第一章　随机事件及概率;第二章　随机变量及其分布;第三章　随要变量的数字特征;第四章　多维随机变量;第五章　大数定律和中心极限定理;第六章　抽样分布;第七章　参数估计;第八章　假设检验;第九章　回归分析;第十章　方差分析。每节的习题分选择题、填空题和解答题。在习题题解部分,选择题只给出答案,对部分填空题和所有解答题都给出了详细的解答过程,有的还是一题多解,以拓读者思路。

建议读者首先熟悉相应教学教材,再选做本习题集,相信会对读者数学基础和解题能力的提高有所帮助,同时也可作为高校教师和报考硕士研究生的考生的参考书。

来自北京大学研究生会的感谢信

双博士:

您好!

首先感谢您对北京大学"十佳教师"评选活动的热情支持和无私帮助!师恩难忘,北京大学"十佳教师"评选活动是北京大学研究生会的品牌活动之一,是北京大学所有在校研究生和本科生对恩师情谊的最朴素表达。双博士作为大学教学辅导及考研领域全国最大的图书品牌之一,不忘北大莘莘学子和传道授业的老师,其行为将永久的被北大师生感怀和铭记。

作为考研漫漫征途上的过来人,双博士曾陪伴我们度过无数个考研岁月的日日夜夜,曾带给我们无数个明示和启发,当然也带给我们今天的成功。

特致此信,向双博士表达我们内心长久以来的感激之情,并祝愿双博士事业蒸蒸日上。

北京大学研究生会

二零零二年十二月

双博士网校(www.bbdd.cc)
2005年精品课程

www.bbdd.cc

类别	班次	时间	形式
考研西医综合	基础班	4-6	远程
	夏季强化班	7-8	远程、面授
	秋季强化班	10-11	远程、面授
	冲刺班	12	远程、面授
	模考班	06.1	面授
	原北医考研辅导班核心教师如：张志文、毛泽斌、高冬霞、主鸿鹄、周立群、王为民。		
医生执业资格	中医医师实践技能考试	5-9	远程
	中西医结合医师实践技能考试	5-9	远程
	执业助理医师实践技能考试	5-9	远程
	执业助理医师综合笔试考试	5-9	远程
	执业医师综合笔试考试	5-9	远程
	中医执业（助理）医师考试综合笔试考试	5-9	远程
	中西医结合执业（助理）医师考试综合笔试考试	5-9	远程
考研专业基础课	经济学　金融学	9-11	远程
	刑法学　民法学	9-11	远程
	法理学　操作系统	9-11	远程
	数据结构　症断学	9-11	远程
	生理学　病理学	9-11	远程
	生物化学　英语语言文学	9-11	远程

任课老师：北大、清华、复旦等高校相关专业资深老师

购买方式：在双博士网校免费注册，购买双博士网校充值卡充值即可听课。

更多详细情况登陆www.bbdd.cc　　QQ群：3711483　3711201

咨询电话：（010）- 82608053/82608052/82608035

目　录

第一部分　习题

第二部分 答案与提示

第一部分　习　题

第一章　随机事件及其概率

§1.1　事件及关系和运算

一、选择题

1. 设 A、B 为两个事件，则 $(A+B)(\bar{A}+\bar{B})$ 表示(　　).

　a. 必然事件　　　　　　　　b. 不可能事件

　c. A 与 B 恰有一个发生　　　d. A 与 B 不同时发生

2. 试问下列各式是否成立？

　(1) $(A-B)+B=A$

　(2) $(A+B)-C=A+(B-C)$

　(3) 都不一定成立.

3. 设 A、B、C 表示三个随机事件，试将下列事件用 A、B、C 表示出来：

　(1) A 出现，B、C 都不出现　　　(2) A、B 都出现，C 不出现

　(3) 三个事件都出现　　　　　(4) 三个事件中至少有一个出现

　(5) 三个事件都不出现　　　　(6) 不多于一个事件出现

　(7) 不多于两个事件出现　　　(8) 三个事件至少有两个出现

　(9) A、B 至少有一个出现，C 不出现

　(10) A、B、C 中恰好有两个出现

4. 化简事件算式 $(AB)+(A\bar{B})+(\bar{A}B)+(\bar{A}\bar{B})$.

5. 下列各式说明什么包含关系？

　(1) $AB=A$　　　　(2) $A+B=A$　　　　(3) $A+B+C=A$

6. 证明若 $A\subset B$，则 $A=AB$.

7. 证明下列事件等式成立：

　(1) $A+B=A\bar{B}+B$

　(2) $(A-AB)+B=A+B=\overline{\bar{A}\bar{B}}$

8. 已知 $(A+\bar{B})(\bar{A}+\bar{B})+\overline{A+B}+\overline{\bar{A}+B}=C$，求 B.

9. 若事件 A、B、C 满足等式 $A+C=B+C$，问 $A=B$ 是否成立.

10. 接连进行三次射击,设 $A_i = \{$第 i 次射击命中$\}(i = 1,2,3)$;$B_j = \{$三次射击恰好命中 j 次$\}(j = 0,1,2,3)$;$C_k = \{$三次射击至少命中 k 次$\}(k = 0,1,2,3)$.

(1) 通过 A_1, A_2, A_3 表示 B_j 和 C_k,$(j, k = 0,1,2,3)$

(2) 通过 B_j 表示 $C_k(j, k = 0,1,2,3)$

§1.2 事件的概率

1. 在电话号码簿中任取一个电话号码,求后面四个数全不相同的概率.

(设后面4个数中的每一个数都是等可能性地取自(0,1,2,…,9)

2. 掷一颗质均匀的骰子,求出现奇数点的概率.

3. 若10个产品中有7个正品,3个次品:

(1) 不放回地每次从中任取一个,共取3次,求取到3个次品的概率.

(2) 每次从中任取一个,有放回地取3次,求取到3个次品的概率.

4. 在所有的两位数(10—99)中任取一个两位数,求这个数能被2或3整除的概率.

5. 袋中有7个球,其中红球5个白球2个,从袋中取球两次,每次随机地取球一个,且第一次取出的球不放回袋中,求:

(1) 第一次取得白球,第二次取得红球的概率

(2) 两次取得的球中一个白球,另一个是红球的概率

(3) 取得的两个球颜色相同的概率

6. 一个房间里有 n 双不同型号的鞋子,今从其中随意地拿取 $2r$ 只($2r \leqslant n$),求下列事件的概率:

(1) 没有一双配对(A)　　(2) 恰有一双配对(B)

(3) 恰有两双配对(C)　　(4) 恰有 r 双配对(D)

7. 掷硬币 $2n$ 次,求出正面次数多于反面次数的概率.

8. 从0,1,2,…,9等十个数字中任意选出三个不同的数字,试求下列事件中的概率:

$A_1 = \{$三个数字中不含0和5$\}$

$A_2 = \{$三个数字中不含0或5$\}$

9. 罐中有12颗围棋子,其中8颗白子4颗黑子,若从中任取3颗,求:

(1) 取到的都是白子的概率

(2) 取到两颗白子,一颗黑子的概率

(3) 取到的3颗棋子中至少有一颗黑子的概率

(4) 取到的 3 颗棋子颜色相同的概率

10. 设 $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$,求证:$P(AB)=P(\overline{A}\overline{B})$.

11.500 个人中,至少有一个人的生日是在 7 月 1 日的概率为多少(1 年按 365 天计算)?

12.(1) n 个朋友随机地围绕圆桌就坐,则其中有两个人一定要坐在一起(即座位相邻) 的概率______.

(2) 将编号为 1,2,3 的三本书随意地排列在书架上,则至少有一本书自左向右的排列顺序号与它的编号相同的概率______.

13. 某旅行社 100 人中有 43 人会讲英语,35 人会讲日语,32 人会讲日语和英语,9 人会讲法语、英语和日语,且每人至少会讲英、日、法三种语言中一种.

(1) 此人会讲英语和日语,但不会讲法语的概率

(2) 此人只会讲法语的概率

14. 袋内放有两个伍分的,三个贰分和五个壹分的钱币,任取其中五个,求钱额总数超过壹角的概率.

15. 证明:(1)$P(AB)\geqslant P(A)+P(B)-1$

$$(2)P(A_1A_2\cdots A_n)\geqslant P(A_1)+P(A_2)+\cdots P(A_n)-(n-1)$$

16. 某城有 N 部卡车,车牌号从 1 到 N,有一个外地人到该城去,把遇到的几部车子的牌号抄下(可能重复抄到某些车牌号),问抄到的最大号码正好为 k 的概率($1<k\leqslant N$).

17. 设有某产品 40 件,其中有 10 件次品,其余为正品。现从中任取 5 件,求取出的 5 件产品中至少有 4 件次品的概率.

18. 某专业研究生复试时,有 3 张考签,3 个考生应试,一个人抽一张看后立刻放回,再让另一个人抽,如此 3 个人各抽一次,求抽签结束后,至少有一张考签没有被抽到的概率.

19. 某人忘记了电话号码的最后一个数字,因而他随意地拨号,求他拨号不超过三次而接通电话的概率,若已知最后一个数字是奇数,那么此概率又是多少?(此题要用乘法公式)

20. 在某城市中发行三种报纸 A、B、C,经调查,订阅 A 报的有 45%,订阅 B 报的有 35%,订阅 C 报的有 30%,同时订阅 A 及 B 报的有 10%,同时订阅 A 及 C 报的有 8%,同时订阅 B 及 C 报的有 5%,同时订阅 A、B、C 报的有 3%,试求下列事件概率:(1) 只订 A 报的;(2) 只订 A 及 B 报的;(3) 只订一种报纸的;(4) 正好订两种报纸的;(5) 至少订阅一种报纸的;(6) 不订阅任何报纸的;(7) 至多订阅一种报纸的.

21. 考虑一元二次方程 $x^2+Bx+C=0$,其中系数 B 和 C 取值是随机的,

分别等于将一枚骰子接连掷两次先后出现的总数,试求下列事件的概率:A_1 = {方程有不同实根};A_2 = {方程有实根};A_3 = {方程无实根}.

22. 在分别写有 2,4,6,7,8,11,12,13 的 8 张卡片中任取两张,将卡片上的两个数组成一个分数,求所得分数为既约分数(分子和分母没有大于 1 的公因数)的概率.

23. 从一批由45件正品,5件次品组成的产品中任取3件产品,求下列事件的概率:

(1) 恰有一件次品

(2) 至少有一件次品

(3) 最多有两件次品

24. 设 A、B 为两个事件,且 $P(A)=0.7, P(A-B)=0.3$,求 $P(\overline{AB})$.

25. 设 A、B 为两个随机事件,证明,$P(AB)=1-P(\bar{A})-P(\bar{B})+P(\bar{A}\bar{B})$.

§1.3 概率的计算

一、选择题

1. 设 A、B、C 是三个事件,与事件 A 互斥的事件是:

a. $\bar{A}B+A\bar{C}$　　　　b. $\overline{A(B+C)}$

c. $\overline{ABC}$　　　　d. $\overline{A+B+C}$　　　　[　　]

2. 对事件 A、B,下列命题正确的是:

a. 如果 A、B 互不相容,则 $\bar{A}$,$\bar{B}$ 也互不相容

b. 如果 A、B 相容,则 $\bar{A}$,$\bar{B}$ 也相容

c. 如果 A、B 互不相容,且 $P(A)>0, P(B)>0$,则 A、B 相互独立

d. 如果 A、B 相互独立,则 $\bar{A}$、$\bar{B}$ 也相互独立　　　　[　　]

3. 设 $B\subset A$,则(　　)

a. $P(\overline{AB})=1-P(A)$　　　　b. $P(\bar{B}-\bar{A})=P(\bar{B})-P(\bar{A})$

c. $P(B\mid A)=P(B)$　　　　d. $P(A\mid \bar{B})=P(A)$

4. 设 A,B 是两个事件,$P(A)>0, P(B)>0$,当下面条件(　　)成立时 A 与 B 一定相互独立:

a. $P(\overline{AB})=P(\bar{A})P(\bar{B})$　　　　b. $P(A\mid B)=0$

c. $P(A\mid B)=P(B)$　　　　d. $P(A\mid B)=P(\bar{A})$

5. 已知 $0<P(B)<1$,且 $P(A_1\cup A_2\mid B)=P(A_1\mid B)+P(A_2\mid B)$,则下列选项成立的是:

a. $P(A_1\cup A_2\mid \bar{B})=P(A_1\mid \bar{B})+P(A_2\mid \bar{B})$

b. $P(B(A_1\cup A_2))=P(A_1B)+P(A_2B)$

c. $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1 \mid B) + P(A_2 \mid B)$

d. $P(B) = P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2)$ [ ]

6. 设 $P(A) = a, P(B) = b, P(A+B) = c$,则 $P(A\bar{B})$ 为:

a. $a - b$　　b. $c - b$

c. $a(1 - b)$　　d. $b - a$ [ ]

7. 设事件 A 与 B 的概率均大于零,且 A 与 B 为对立事件,则不成立的是:

a. A 与 B 互不相容　　b. A 与 B 相互独立

c. A 与 B 互不独立　　d. $\bar{A}, \bar{B}$ 互不相容 [ ]

8. 设 A, B 为两个事件,$P(A) \neq P(B) > 0$,且 $A > B$,则[ ]一定成立.

a. $P(A \mid B) = 1$　　b. $P(B \mid A) = 1$

c. $P(B \mid \bar{A}) = 1$　　d. $P(A \mid \bar{B}) = 0$

9. 设 A, B 为任意两个事件,则下列关系式成立的是[ ].

a. $(A \cup B) - B = A$　　b. $(A \cup B) - B \supset A$

c. $(A \cup B) - B \subset A$　　d. $(A - B) \cup B = A$

10. 事件 A_1, A_2, A_3 相互独立,则[ ]成立.

a. 它们中任何两事件相互独立

b. 它们中任何一个事件与另外两事件的并独立

c. 它们中任何一个事件与另外两事件的交独立

d. 它们中任何一个事件与另两个事件的差独立

二、填空题

1. 设 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}, P(AB) = P(AC) = P(BC) = \frac{1}{8}$, $P(ABC) = \frac{1}{16}$,则 $P(A \cup B \cup C) =$ ______;$P(\overline{ABC}) =$ ______;$P(A, B, C$ 恰好发生一个$) =$ ______;$P(A, B, C$ 至多出现一个$) =$ ______;$P(A \mid A \cup B \cup C) =$ ______.

2. 假设 $P(A) = 0.4, P(A + B) = 0.7$,若 A, B 互不相容,则 $P(B) =$ ______,若 A, B 相互独立,则 $P(B) =$ ______.

3. 设 $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1 \mid 3$;$A_1, A_2, A_3$ 相互独立,则(1)A_1, A_2, A_3 至少出现一个的概率为______;(2)A_1, A_2, A_3 恰好出现一个的概率为______;(3)A_1, A_2, A_3 最多出现一个的概率为______.

4. 设 A, B 为两个事件,$P(A) = 0.9, P(AB) = 0.36$,则 $P(A\bar{B}) =$ ______.

5. 随机地向半圆:$0 < y < \sqrt{2ax - x^2}$(a 为正常数)内掷一点,点落在半圆内,任何区域的概率与区域的面积成正比,则原点和该点的连续与 x 轴的夹

角小于$\frac{\pi}{4}$的概率为______.

6. 设 A,B,C 构成一完备事件组，且 $P(A)=0.5,P(\bar{B})=0.7$，则 $P(C)=$ ______，$P(AB)=$ ______.

7. 若随机变量 ξ 在(1,6)上服从均匀分布，则方程 $x^2+\xi x+1=0$ 有实根的概率是______.

8. 若袋内有3个红球，12个白球，从中不放回地取10次，每次取一个，则第一次取到红球的概率为______，第5次取到红球的概率为______.

9. 电路元件 A 与两个关联的元件 B、C 串联而成，若 A、B、C 损坏与否是相互独立，且它们损坏的概率依次为0.3,0.2,0.1，则电路断路的概率是______.

10. 设 $P(A)=0.3,P(A+B)=0.6$，那么：(1) 若 A 和 B 互不相容，即 $P(B)=$ ______；(2) 若 A 和 B 相互独立，则 $P(B)=$ ______；(3) 若 $A\subset B$，则 $P(B)=$ ______.

三、解答题

1. 设一人群中有37.5%的人血型为A型，20.9%为B型，33.7%为O型，7.9%为AB型，已知能允许输血的血型配对如下表，现在在人群中任选一人为输血者，再选一人为需要输血者，问输血能成功的概率是多少？（√：允许输血，×：不允许输血）

输血者 / 受血者	A型	B型	AB型	O型
A型	√	×	√	√
B型	×	√	√	√
AB型	√	√	√	√
O型	×	×	×	√

2. 一实习生用一台机器接连独立地制造3个同种零件，第 i 个零件是不合格的概率为 $Pi=1/(i+1)\quad(i=1,2,3)$

以 x 表示，3个零件中合格品的个数，则 $P(x=2)$ 为多少？

3. 设某种产品50件为一批，如果每批产品中没有次品的概率为0.35，有1,2,3,4件次品的概率分别为0.25,0.2,0.18,0.02，今从某批产品中抽取10件，检查出一件次品，求该批产品中次品不超过2件的概率.

4. 在一盒中装有15个球，其中有9个新球，第一次比赛从中任取3个使用赛后仍放回盒中，第二次比赛时，再从盒中任取3个球，求：

(1) 第二次取出的球都是新球的概率

(2) 已知第二次取出的球都是新球，第一次仅取出2个新球的概率

5. 从 0,1 中随机地取两个数,求下列事件的概率:(1) 两数之和小于$\frac{6}{5}$;(2) 两数之积小于$\frac{1}{4}$;(3) 以上两条件同时满足.

6. 假设目标出现在射程之内的概率为 0.7,这时射击的命中目标的概率为 0.6,试求两次独立射击至少有一次命中目标的概率 P.

7. 在一个罐子中有5个球,其颜色有白色和黑色两种,从罐子中取4次球,每次取一个,取出后均放回罐中,1 次出现了白球;3 次出现了黑球,如在试验前每个球是白色或黑色球为等可能的,求在罐子中对白球数的各种假设的概率.

8. 甲乙两人投篮命中率分别为 0.7 与 0.8,每人投篮 3 次,求:

(1) 两人进球数相等的概率

(2) 甲比乙进球多的概率

9. 由以往记录的数据分析,某船只运输某种物品损坏 2%,10%,90% 的概率分别为 0.8,0.15 和 0.05,现在从中随机地取三件,发现这三件全是好的,试分析这批物品的损坏率为多少(这里设物品件数很多,取出任一件后不影响取下一件的概率).

10. 若 M 件产品中包含 m 件废品,令在其中任取两件,求:(1) 已知取出的两件中有一件是废品的条件下,另一件也是废品的条件概率;(2) 已知两件中有一件不是废品的条件下,另一件是废品的条件概率;(3) 取出的两件中至少有一件是废品的概率.

11. 设有来自三个地区的,各 10 名,15 名和 25 名考生的报名表,其中女生的报名表分别为 3 份,7 份和 5 份.随机地取一个地区的报名表,从中先后抽两份:

(1) 求先抽到的一份是女生表的概率 p

(2) 已知后抽到的一份是男生表,求先抽到的一份是女生表的概率 q

12. 验收成箱包装的玻璃器皿,每箱 24 只装,统计资料表明,每箱最多有 2 只残品,且含 0,1 和 2 件残品的箱各占 80%,15% 和 5%,现在随意抽取一箱,随意检验其中 4 只;若未发现残品,则通过验收,否则要逐一检验并更换,试求:

(1) 一次通过验收的概率 α

(2) 通过验收的箱中确实无残品的概率 β

13. 在圆周上任取三个点 A,B,C,求三角形 ABC 为锐角三角形的概率.

14. 黑白两色球共有 5 个,从中任取两个,发现都是白球,求关于这 5 个球中白球数的各种不同假设的概率.

15. 随机地将 n 封信放进 n 个写有不同地址的信封中，求至少一封信是配对的概率.

16. 设有甲、乙、丙三门炮，同时独立地向某目标射击命中率分别为 0.2、0.3、0.5，目标被命中一发而被击毁的概率为 0.2，被命中两发而被击毁的概率为 0.6，被命中三发而被击毁的概率为 0.9，求：

(1) 三门火炮在一次射击中击毁目标的概率

(2) 在目标被击毁的条件下，只由甲火炮击中的概率

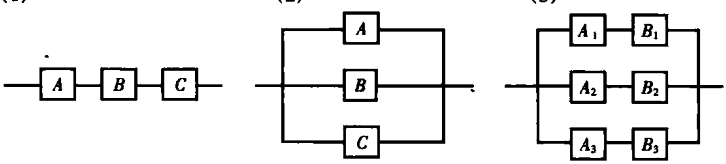
17. 为防止意外事故在矿井内同时安装两种警报系统 A 与 B，每种系统单独使用时，其有效率 A 为 0.92，B 为 0.93，在 A 失灵条件下 B 有效概率为 0.85，求：(1) 发生事故时，这两种警报系统至少有一个有效的概率；(2) 在 B 失灵条件下，A 有效的概率.

18. 设质点 M 在整数点集$(0,1,\cdots,a)$上作随机徘徊，就是说，每经一单位时间按下列规则改变一次设置：如果它现在在点 $t(0 < t < a)$ 上，则下一步以概率 $p(0 < p < 1)$ 转移到 $t+1$，以概率 q 转移到 $t-1$，$p+q=1$，如果它现在在 0 或 a，则它以后就永远停留在 0 或 a，试求自 t 出发，终于要到达 0 或 a 的概率 u_t.

19. 从区间$(0,1)$内任取两个数，求这两个数的乘积小于$\frac{1}{4}$的概率.

20. 求下列系统的可靠性(即无故障工作的概率：(下图) 各系统框图中同一字母代表一类元件(字母相同下标不同者代表装在不同部位的同型元件)，其中元件 A、B、C 的可靠性相应为 p，q，r.

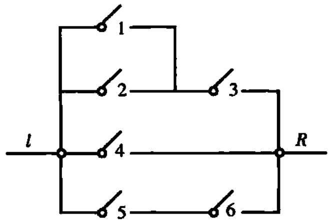
(1) (2) (3)



21. 一猎人用猎枪向一只野兔射击，第一枪距离野兔 200m 远，如果未击中，他追到离野兔 150m 远处进行第二次射击，如果仍未击中，他追到距离野兔 100m 远处再进行第三次射击，此时击中的概率为$\frac{1}{2}$，如果这个猎人射击的击中率与他到野兔的距离平方成反比，求猎人击中野兔的概率.

22. 统计资料表明，男孩在新生儿中占 51%，同性双胞胎比异性双胞胎多一倍，已知一双胞胎的第一个婴儿是男孩，试求第二个也是男孩的条件概率.

23. 如图所示的电路只有6个继电器接点，假设每个继电器，闭合与否相互独立，求 L 至 R 是通路的概率．



24. 甲、乙两人约定在下午1时到2时之间到某站乘公共汽车，假定他们两人到达车站的时刻是互相不牵连的，且每人在1时到2时的任何时刻到达车站是等同的，在这段时间内共有四班公共汽车，他们的开车时刻分别为1：15，1：30，1：45，2：00，如果他们约定：(1) 见车就乘；(2) 最多等一辆车．求甲乙同乘一车的概率．

25. 甲、乙两人轮流射击，第一次甲射击、第二次乙射击，……，每次射击，甲击中靶子的概率为0.4，求各人先击中靶子的概率．

四、证明题

1. 证明：对于任意事件 A 和 B 有：

$$P(A-B)=P(A-AB)$$

2. 证明四对事件 $A,B;A,\bar{B};\bar{A},B;\bar{A},\bar{B}$ 之中有对相互独立，则另外三对相互独立．

3. 设 A,B,C 三事件相互独立，证明 $A+B,AB,A-B$ 肯定与 C 相互独立．

4. 当 $0<p(A)<1$ 时，事件 A 与 B 独立的充要条件是：

$$P(B\mid A)=P(B\mid \bar{A})$$

5. 设 A,B 为两个事件；$P(A\mid B)=P(A\mid \bar{B}),P(A)>0,P(B)>0$，证明 A 与 B 独立．

6. (1) 已知事件 A_1,A_2 同时发生，则 A 发生，证明：

$$P(A)\geqslant P(A_1)+P(A_2)-1$$

(2) 已知任意三个事件 A_1,A_2,A_3 都满足 $Ai<A\ (i=1,2,3)$ 证明：

$$P(A)\geqslant P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-2$$

7. 设 $P(A)>0$，试证：$P(B\mid A)\geqslant 1-\dfrac{P(\bar{B})}{P(A)}$

8. 设 $P(B)>0,P(\bar{B})>0$，证明：A 与 B 独立的充要条件是：