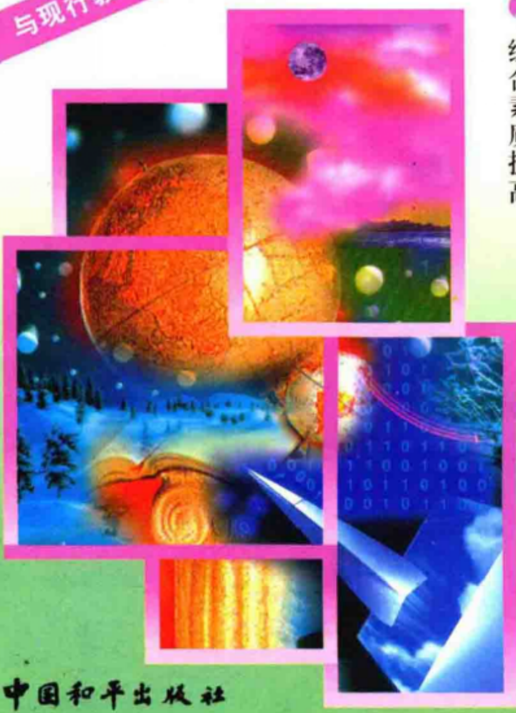
精编 精讲 精测

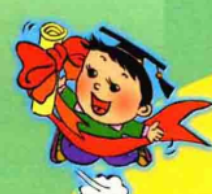
与过关点拨

高二数学

与现行教材同步

- 重点难点提示
- 疑点误点辨析
- 基础知识点拨
- 单元自我检测
- 综合素质提高





中国和平出版社

金榜系列丛书(一)

精编·精讲·精测与过关点拨

高二数学

主编　李玉梅
编著　邢昌振　张　丽
　　　高延军　王雪冬

中国和平出版社

责任编辑：王京旸
装帧设计：李　宁

图书在版编目(CIP)数据

精编精讲精测与过关点拨：高中二年级/巩元平主编.北京：中国和平出版社，1999.6
(金榜系列丛书)
ISBN 7-80154-135-9

Ⅰ.精… Ⅱ.巩… Ⅲ.课程-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634
中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第22051号

精编·精讲·精测与过关点拨
(高二数学)
中国和平出版社出版发行
(北京市东城区和平里东街民旺甲19号)
电话：84252781　邮编：100013
长春市宏春印刷厂印刷　辽宁省新华书店经销
1999年6月第1版　1999年6月第1次印刷
开本：850×1168毫米　大1/32　13.5印张
印数：1-8 000套
ISBN 7-80154-135-9/G·128　定价：13.80元

目录

第一部分 代 数

第二部分 解析几何

参考答案

代数部分

第五章　不等式

精　编

第一单元　不等式的性质与证明

重点难点辅导

重点:不等式的基本性质和不等式的证明

难点:不等式的证明

知识点指要

一、基本知识

1. 不等式的性质

性质 1. $a>b\Leftrightarrow b<a$(对称性)

性质 2. $a>b, b>c\Rightarrow a>c$(传递性)

性质 3. $a>b\Rightarrow a+c>b+c$

性质 4. $a>b, c>0\Rightarrow ac>bc$　$a>b, c<0\Rightarrow ac<bc$

性质 5. $a>b; c>d\Rightarrow a+c>b+d$

性质 6. $a>b>0, c>d>0\Rightarrow ac>bd$

性质 7. $a>b>0, n\in N\Rightarrow a^n>b^n$

性质 8. $a>b>0, n\in N, n>1\Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$

2. 几个重要的不等式

(1)$a^2+b^2\geqslant 2ab$($a,b\in R$,当且仅当 $a=b$ 时取"="号)

(2)$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$($a,b\in R^{+}$,当且仅当 $a=b$ 时,取"="号)

(3)$a^3+b^3+c^3\geqslant 3abc$($a,b,c\in R^{+}$,当且仅当 $a=b=c$ 时,取"="号)

(4)$\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$($a,b,c\in R^{+}$,当且仅当 $a=b=c$ 时,取"="号)

3.证明不等式的几种常用方法

比较法、综合法和分析法、数学归纳法、放缩法、反证法、判别式法、换元法等。

二、基本规律

1.运用不等式的性质完成比较大小.

2.恰当使用重要不等式或其变形比较大小,证明不等式.

3.利用两个或三个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数这一定理及其中等号成立的条件求某些函数的最大值和最小值.

疑点误点辨析

本单元在学习过程中容易出现的问题和学习这部分应注意的问题.

1.性质1~性质4是不等式的基本性质;性质5~性质8是不等式的运算性质.

2.要注意不等式性质中哪些定理的条件是充要的,哪些是充分不必要的.如 $a>b>0\Rightarrow a^n>b^n$ 中,$a,b\in R^{+}$ 这个条件就是充分而不必要的,因为当 n 是奇数时,只要 $a>b$,则 $a^n>b^n$,像乘、除、乘方、开方,倒数等性质都有附加条件,不能乱用.

精　讲

比较法证明不等式的大体过程

1.作差比较:作差——变形——判断符号.一般差后要经过因式分解或配方等变形.

2. 作商比值：一般说，当不等式两边都是正值，且都是幂的形式，可采用比值法.

例 1：已知 $a,b\in R^+,x,y\in R$，且 $a+b=1$，求证：$ax^2+by^2\geqslant(ax+by)^2$

分析：不等式两边是多项式的形式，因此我们可考虑用作差比较.

证明：$(ax^2+by^2)-(ax+by)^2$

$=ax^2+by^2-a^2x^2-2abxy-b^2y^2$

$=ax^2(1-a)+by^2(1-b)-2abxy$

$\because a+b=1,\therefore 1-a=b,1-b=a$

$\therefore (ax^2+by^2)-(ax+by)^2$

$=abx^2+aby^2-2abxy=ab(x-y)^2$

$\because a,b\in R^+,\therefore ab>0.$

又 $(x-y)^2\geqslant0\therefore ab(x-y)^2\geqslant0$

即 $(ax^2+by^2)-(ax+by)^2\geqslant0$

$\therefore ax^2+by^2\geqslant(ax+by)^2$

例 2：(1)已知 $a,b\in R$，求证：$a^2+b^2\geqslant2(2a-b)-5$.

(2)已知 $a+b+c=1$，求证：$a^2+b^2+c^2\geqslant\frac{1}{3}$

证明：(1) $\because (a^2+b^2)-[2(2a-b)-5]$

$=a^2+b^2-4a+2b+5=(a-2)^2+(b+1)^2$

$\geqslant0.\therefore a^2+b^2\geqslant2(2a-b)-5.$

(2)此题可考虑作差通分，然后利用 $a+b+c=1$ 的条件.

证明：$\because a^2+b^2+c^2-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}(3a^2+3b^2+3c^2-1)$

$=\frac{1}{3}[3a^2+3b^2+3c^2-(a+b+c)^2]$

$=\frac{1}{3}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]\geqslant0$

$\therefore a^2+b^2+c^2\geqslant\frac{1}{3}$

例 3：已知 $0<\alpha<\pi$，求证：$2\sin2\alpha\leqslant\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$.

分析:由条件知,右边是正数,所以可采用比值法.

证明:$\dfrac{2\sin2\alpha}{\operatorname{ctg}\dfrac{\alpha}{2}}=\dfrac{4\sin\alpha\cos\alpha(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}=4\cos\alpha(1-\cos\alpha)=4\cos\alpha-$

$4\cos^2\alpha=1-(2\cos\alpha-1)^2\leqslant1$

又 $0<\alpha<\pi.\therefore\operatorname{ctg}\dfrac{\alpha}{2}>0,\therefore2\sin2\alpha\leqslant\operatorname{ctg}\dfrac{\alpha}{2}.$

例 4:求证$\dfrac{1}{3}<\log_{30}^{2}2+\log_{30}^{2}3+\log_{30}^{2}5<\dfrac{1}{2}$

分析:此题的对数底数为 30,而真数分别为 2,3,5,而乘积刚好为 30,故设法将 $\log_{30}^{2},\log_{30}^{3},\log_{30}^{5}$化成一个和式,根据题目的结构,联想利用有关不等式.

证明:先对左边不等式进行证明

$\because a^2+b^2\geqslant2ab,b^2+c^2\geqslant2bc,c^2+a^2\geqslant2ac.$

三式相加,得 $2(a^2+b^2+c^2)\geqslant2ab+2bc+2ac.$

$\therefore3(a^2+b^2+c^2)\geqslant a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$

即 $a^2+b^2+c^2\geqslant\dfrac{1}{3}(a+b+c)^2$.当且仅当 $a=b=c$ 时,取"="号

$\therefore\log_{30}^{2}2+\log_{30}^{2}3+\log_{30}^{2}5\geqslant\dfrac{1}{3}(\log_{30}^{2}+\log_{30}^{3}+\log_{30}^{5})^2$

$=\dfrac{1}{3}(\log_{30}^{30})^2=\dfrac{1}{3}$.而 $\log_{30}^{2}\neq\log_{30}^{3}\neq\log_{30}^{5}$

$\therefore\log_{30}^{2}2+\log_{30}^{2}3+\log_{30}^{2}5>\dfrac{1}{3}$

右边不等式证明采用放缩法

$\log_{30}^{2}2+\log_{30}^{2}3+\log_{30}^{2}5<\log_{30}^{5}(\log_{30}^{2}+\log_{30}^{3}+\log_{30}^{5})$

$=\log_{30}^{5}=\dfrac{1}{2}\log_{30}^{25}<\dfrac{1}{2}\log_{30}^{30}=\dfrac{1}{2}.$

$\therefore\dfrac{1}{3}<\log_{30}^{2}2+\log_{30}^{2}3+\log_{30}^{2}5<\dfrac{1}{2}$

例 5:已知 x,y,z 都是非负实数,并且 $x+y+z=1$,求证:

$0\leqslant xy+yz+zx-2xyz\leqslant\dfrac{7}{27}$

分析:注意到 x,y,z 在题中是对称的,故可设 $0\leqslant x\leqslant y\leqslant z$,又

由 $x+y+z=1$,可考虑增量变换。

证明:$\because x+y+z=1, \therefore x\leqslant\frac{1}{3}, y+z\geqslant\frac{2}{3}$

$\therefore 2xyz\leqslant 2\cdot\frac{1}{3}yz\leqslant yz$.

因而　$xy+yz+zx-2yzx\geqslant 0$.

由于 $y+z\geqslant\frac{2}{3}$,可设 $y+z=\frac{2}{3}+\alpha, 0\leqslant\alpha\leqslant\frac{1}{3}$ 则 $x=\frac{1}{3}-\alpha$,从而有

$$
\begin{aligned}
& xy+yz+zx-2xyz \\
& =x(y+z)+yz(1-2x)=(\frac{1}{3}-\alpha)(\frac{2}{3}+\alpha)+yz(\frac{1}{3}+2\alpha) \\
& \leqslant(\frac{1}{3}-\alpha)(\frac{2}{3}+\alpha)+(\frac{y+z}{2})^2(\frac{1}{3}+2\alpha) \\
& =(\frac{1}{3}-\alpha)(\frac{2}{3}+\alpha)+(\frac{1}{3}+\frac{\alpha}{2})^2(\frac{1}{3}+2\alpha) \\
& =\frac{7}{27}-\frac{\alpha^2}{4}+\frac{\alpha^3}{2}=\frac{7}{27}-\frac{\alpha^2}{2}(\frac{1}{2}-\alpha) \\
& \leqslant\frac{7}{27}
\end{aligned}
$$

$\therefore 0\leqslant xy+yz+zx-2xyz\leqslant\frac{7}{27}$

例 6:设 a,b,c,d 为正数

$$S=\frac{a}{a+b+d}+\frac{b}{a+b+c}+\frac{c}{b+c+d}+\frac{d}{a+c+d}$$

求证:$1<S<2$

分析　因为 S 是四个分式的和,从求和的角度考虑,必须使分母相同.又所要证明的是不等量关系,因此,我们可以通过去掉分母中的一个字母或添加一个字母,而使分母相同,此时,分数值会增大或缩小,达到证明的目的。

证:先证右端

$$
\begin{aligned}
S & =\frac{a}{a+b+d}+\frac{b}{a+b+c}+\frac{c}{b+c+d}+\frac{d}{a+c+d} \\
& <\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}+\frac{c}{c+d}+\frac{d}{c+d}
\end{aligned}
$$

$$=\frac{a+b}{a+b}+\frac{c+d}{c+d}=2$$

再证左端

$$S=\frac{a}{a+b+d}+\frac{b}{a+b+c}+\frac{c}{b+c+d}+\frac{d}{a+c+d}$$

$$>\frac{a}{a+b+c+d}+\frac{b}{a+b+c+d}+\frac{c}{a+b+c+d}+\frac{d}{a+b+c+d}$$

$$=\frac{a+b+c+d}{a+b+c+d}=1.$$

$\therefore 1<S<2$

例 7:已知 $a>b>0$,求证:$a+\frac{1}{b(a-b)}\geqslant 3$.

分析:注意到 $a>b>0$ 和目标式左端的结构及右端的 3,联想到 $a+b+c\geqslant 3\sqrt{abc}$.

于是有

证明:$\because a>b>0, \therefore a-b>0$

$$\therefore a+\frac{1}{b(a-b)}=(a-b)+b+\frac{1}{b(a-b)}\geqslant 3$$

例 8:设 $a,b,c\in R^{+}$,求证:$\frac{c}{a+b}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}\geqslant\frac{3}{2}$

分析:观察左端,每一项分子和分母的和均为 $a+b+c$,原式$\Leftrightarrow$ $2(a+b+c)(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a})\geqslant 9$.故有

证明:$\because[(a+b)+(b+c)+(c+a)]\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)\geqslant$ $3\sqrt[3]{(a+b)(b+c)(c+a)}\cdot\frac{3}{\sqrt[3]{(a+b)(b+c)(c+a)}}=9$

$$\therefore\frac{a+b+c}{a+b}+\frac{a+b+c}{b+c}+\frac{a+b+c}{c+a}\geqslant\frac{9}{2}.$$

$$\therefore\frac{c}{a+b}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}\geqslant\frac{3}{2}.$$

例 9:$a_1,a_2,b_1,b_2\in R^{+}$,求证:$\sqrt{(a_1+b_1)(a_2+b_2)}\geqslant\sqrt{a_1a_2}+\sqrt{b_1b_2}$

分析:此题从分析结论入手,找证题思路.因为两边皆为正,所以

可考虑将两边平方.

证明:$\because a_1,a_2,b_1,b_2\in R^+$

$a_1a_2+b_1b_2+a_1b_2+a_2b_1\geqslant a_1a_2+b_1b_2+2\sqrt{a_1a_2b_1b_2}$

$\Leftrightarrow a_1b_2+a_2b_1\geqslant 2\sqrt{a_1a_2b_1b_2}$

$\Leftrightarrow a_1b_2+a_2b_1-2\sqrt{a_1a_2b_1b_2}\geqslant 0$

$\Leftrightarrow(\sqrt{a_1b_2}-\sqrt{a_2b_1})^2\geqslant 0$

$\therefore$原不等式成立.

说明:例8,例9是用分析法证明不等式.分析法就是可以从证明的结论出发,分析其成立的条件,若能肯定这些条件都已具备,那么就可以断定原不等式成立,简单说就是“执果索因”.

例10:试证:由$0<a<1,0<b<1,0<c<1$所组成的三个乘积$(1-a)b,(1-b)c,(1-c)a$不同时大于$\frac{1}{4}$.

分析:可考虑从三个乘积同时大于$\frac{1}{4}$入手.

证明:设三个积同时大于$\frac{1}{4}$,即$(1-a)b>\frac{1}{4},(1-b)c>\frac{1}{4},(1-c)a>\frac{1}{4}$.

$\therefore(1-a)b(1-b)c(1-c)a>\frac{1}{4^3}$ ①

又$\because 0<a<1,0<b<1,0<c<1$

$\therefore a(1-a)\leqslant\left(\frac{a+1-a}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

同理$b(1-b)\leqslant\frac{1}{4},c(1-c)\leqslant\frac{1}{4}$

$\therefore(1-a)(1-b)(1-c)abc\leqslant\frac{1}{4^3}$ ②

①与②矛盾,所以假设不成立,故原命题成立.

例11:已知$p^3+q^3=2$,求证$p+q\leqslant 2$.

证明:设$p+q>2$,则$p>2-q$

$\therefore p^3>(2-q)^3$,即$p^3>8-12q+6q^2-q^3$

$\therefore p^3+q^3>6q^2-12q+8=6(q-1)^2+2\geqslant 2$ ①

①式与已知矛盾.

$\therefore p+q\leqslant 2$.

说明:例 10,例 11 用的是反证法.①当命题的已知条件较少,或可用的定理较少时;②当结论不易证明时;③当结论无法从正面得到肯定时,可考虑采用反证法.

例 12:求证:$\frac{1}{3}\leqslant\frac{\sec^2x-\operatorname{tg}x}{\sec^2x+\operatorname{tg}x}\leqslant 3$

证明:设 $y=\frac{\sec^2x-\operatorname{tg}x}{\sec^2x+\operatorname{tg}x}$

则 $y=\frac{\operatorname{tg}2x-\operatorname{tg}x+1}{\operatorname{tg}2x+\operatorname{tg}x+1}$ 去分母为:

$(y-1)\operatorname{tg}^2x+(y+1)\operatorname{tg}x+(y-1)=0$. $\because \operatorname{tg}x\in R$ 当 $y\neq 1$ 时,$\triangle=(y+1)^2-4(y-1)^2\geqslant 0$.

$\therefore 3y^2-10y+3\leqslant 0$. $\therefore \frac{1}{3}\leqslant y\leqslant 3$.

当 $y=1$ 时,$\operatorname{tg}x=0$,满足原式

$\therefore \frac{1}{3}\leqslant\frac{\sec^2x-\operatorname{tg}x}{\sec^2x+\operatorname{tg}x}\leqslant 3$.

例 13:已知 $f(x)=ax^2+bx+c(a>0)$,当 $|x|\leqslant 1$ 时,有 $|f(x)|\leqslant 1$,求证:当 $|x|\leqslant 1$ 时,$|ax+b|\leqslant 2$

分析:由结论知,先要找到 $|ax+b|$ 的有关式子,利用绝对值不等式的性质:$|f(x)|=|ax^2+bx+c|\geqslant|ax+b|\cdot|x|-|c|$

$\therefore |x|\cdot|ax+b|\leqslant|f(x)|+|c|$

$\because$ 当 $|x|\leqslant 1$ 时,$|f(x)|\leqslant 1$

$\therefore |f(0)|=|c|\leqslant 1$

则 $|x|\cdot|ax+b|\leqslant 2$. 至此,要使结论成立,必须证明 $|x|\geqslant 1$. 这与条件 $|x|\leqslant 1$ 矛盾. 所以另辟蹊径.

那么,还有什么条件没有考虑到呢?是条件 $a>0$,它能告诉我们:

(1)二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 开口向上;

(2)$ax+b$ 是增函数,即是说,要证明 $|x|\leqslant 1$ 时,$|ax+b|\leqslant 2$.
只须证明:

当 $x=-1$ 时,$a(-1)+b=b-a\geqslant -2$

当 $x=1$ 时,$a+b\leqslant 2$

证明:$|x|\leqslant 1$ 时,$|f(x)|\leqslant 1$

$\therefore |f(0)|=|c|\leqslant 1$

$\because |f(x)|=|ax^2+bx+c|\geqslant |ax^2+bx|-|c|$

$\therefore$ 当 $|x|\leqslant 1$ 时,$|ax^2+bx|\leqslant |f(x)|+|c|\leqslant 2$

当 $x=-1$ 时,有 $|a-b|\leqslant 2$,$\therefore b-a\geqslant -2$

当 $x=1$ 时,有 $|a+b|\leqslant 2$,$\therefore a+b\leqslant 2$

$\because a>0$,$\therefore ax+b$ 为增函数.

则 $-2\leqslant a(-1)+b<a+b\leqslant 2$.

$\therefore$ 当 $|x|\leqslant 1$ 时,有 $|ax+b|\leqslant 2$.

第二单元 解不等式

精 编

重点难点辅导

重点:不等式的解法

难点:正确、合理地进行同解变形是解各类不等式的难点.

知识点指要

一、基本知识

1.不等式的概念

(1)不等式的解

(2)解不等式

(3)同解不等式

2. 不等式的性质

3. 含有绝对值符号的不等式的性质：

(1) $|x| \leqslant a(a>0) \Leftrightarrow -a \leqslant x \leqslant a$

(2) $|x|>a(a>0) \Leftrightarrow x>a$ 或 $x<-a$

(3) $b<|x| \leqslant a(0<b<a) \Leftrightarrow b<x \leqslant a$ 或 $-a \leqslant x<-b$

(4)若 $a \in R, -|a| \leqslant a \leqslant |a|$

(5) $|a|-|b| \leqslant |a+b| \leqslant |a|+|b|$

(6) $|a|-|b| \leqslant |a-b| \leqslant |a|+|b|$

二、基本规律

1. 一元一次不等式(组)和一元二次不等式的解法

2. 简单高次不等式的解法

3. 分式不等式的解法

4. 无理不等式的解法

5. 含有绝对值不等式的解法

6. 指数不等式和对数不等式的解法

7. 含字母系数的不等式

疑点误点辨析

本单元在学习过程中容易出现的错误和学习这部分知识应注意的问题.

1. 要掌握好有理、无理不等式及指、对数不等式的解法，要明确答案，一般用集合形式表示.

2. 对含有参数的不等式的求解，需依具体情况进行讨论，分类讨论虽然没有一定的模式，但须遵守几个基本原则：(1)确定讨论的对象；(2)合理分类；(3)逐类讨论；(4)归纳总结.

3. 解不等式要在使其中每个式子都有意义的情况下求解.

精　讲

例 1：实数 k 在什么范围内取值时，不等式 $kx^2-kx+1>0$ 的解

集是 R?

分析:设函数 $f(x)=kx^2-kx+1$. 当 $k=0$ 时,$f(x)=1$,$f(x)>0$ 的解集是 R;当 $k\neq 0$ 时,$f(x)$是 x 的二次函数,$f(x)>0$ 恒成立的几何意义是 $f(x)$的图象(抛物线)全部都在 x 轴上方.应具有条件 $k>0$ 且 $\Delta<0$.

解:$k=0$ 时,不等式 $kx^2-kx+1>0$ 变为 $1>0$ 对任何实数 x 都成立.解集为实数集.

当 $k\neq 0$ 时,不等式 $kx^2-kx+1>0$ 的解集为实数集 R,须满足

$$\begin{cases}k>0\\ \Delta=k^2-4k<0\end{cases}$$

解得 $0<k<4$.

$\therefore$ 当 $k\in[0,4)$时,不等式 $kx^2-kx+1>0$ 的解集是 R.

例 2:如果不等式组 $\begin{cases}x^2-x-6>0\\ 2x^2+(2k+7)x+7k<0\end{cases}$ 的整数解只有 -3,求 k 的取值范围.

分析:此题是由不等式组的解和整数 -3,来确定 k 的取值范围.所以可以考虑先解不等式组,再求 k 的取值范围.

解:原不等式组可化为

$\begin{cases}(x-3)(x+2)>0\\ (2x+7)(x+k)<0\end{cases}$ 又可等价变形为

$\begin{cases}x<-2 \text{ 或 } x>3\\ (2x+7)(x+k)<0\end{cases}$ 即有(Ⅰ)$\begin{cases}x<-2 \text{ 或 } x>3\\ -\dfrac{7}{2}<x<-k\end{cases}$

或(Ⅱ)$\begin{cases}x<-2 \text{ 或 } x>3\\ -k<x<-\dfrac{7}{2}\end{cases}$

且可知 -3 不在(Ⅰ)中而在(Ⅱ)中,

$\therefore$ 有$\begin{cases}x<-2 \text{ 或 } x>3\\ -\dfrac{7}{2}<x<-k\end{cases}$ $\therefore$ 有$\begin{cases}x<-2\\ -\dfrac{7}{2}<x<-k\end{cases}$ (-3 在其中)

或$\begin{cases} x>3 \\ -\dfrac{7}{2}<x<-k \end{cases}$ （-3不在其中）

$\therefore$要使整数解只有-3，应有$-3<-k\leqslant 4$

$\therefore k\in[-4,3)$.

例3：解不等式$x^3-x^2-4x+4\geqslant 0$.

分析：原式化为$(x-1)(x+2)(x-2)\geqslant 0$，三个因式积的符号取决于每个因式的符号，而每个因式的符号取决x取值.注意到三个因式中系数均为正，显然x取值在最大根右侧时，三个因式均为正.其积必为正，每跳过一个零点改变且仅改变一个因式的符号，所以整个积由"+"变"-"；当跳出双重零点时，其积不变号.于是有：

解：先求出三个根，并按左小右大的顺序排好.

原式化为$(x-1)(x+2)(x-2)\geqslant 0$.

原不等式解为$[-2,1]\cup[2,+\infty)$

3.分式不等式

例4：解下列不等式

(1)$\dfrac{3x+1}{3-x}\geqslant -1$；　(2)$\dfrac{2x^2+3x-7}{x^2-x-2}\geqslant 1$

解(1)，原式化为$\dfrac{x+2}{x-3}\geqslant 0$，可知原不等式的解为$(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$

(2)，原不等式化为$\dfrac{x^2+4x-5}{x^2-x-2}\geqslant 0$，　即

$$\frac{(x+5)(x-1)}{(x-2)(x+1)}\geqslant 0$$

$\therefore$原不等式解集为$(-\infty,5]\cup(-1,1]\cup(2,+\infty)$

例5：解关于x的不等式

$$\frac{mn(x-1)-2(x-m-n)}{x^2-x+2}<\frac{mn}{x}\quad (m>n)$$

解：$\dfrac{mn(x-1)-2(x-m-n)}{x^2-x+2}-\dfrac{mn}{x}<0$

$$\therefore \frac{-2(x-m)(x-n)}{x(x^2-x+2)}<0$$