高等农林院校十五规划教材

全国高等农业院校教材

高等数学学习指导书

李喜霞　丰　雪　主编

中国农业出版社

高等数学学习指导书

李喜霞　丰　雪　主编

中国农业出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学学习指导书 / 李喜霞，丰雪主编. —北京：中国农业出版社，2004.5
全国高等农业院校教材
ISBN 7-109-08935-5

Ⅰ. 高… Ⅱ. ①李…②丰… Ⅲ. 高等数学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 038479 号

中国农业出版社出版
（北京市朝阳区农展馆北路 2 号）
（邮政编码 100026）
出版人：傅玉祥
责任编辑 薛 波

中国农业出版社印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行
2004 年 5 月第 1 版 2004 年 5 月北京第 1 次印刷

开本：787mm×960mm 1/16 印张：14.25
字数：250 千字
定价：19.60 元

内 容 提 要

本书是为配合惠淑荣、吕永震主编的全国高等农业院校十五规划教材《高等数学》编写的辅导书．全书共分九章，每章均由内容精要、典型例题解析、课后习题解答和自测题解答四个部分组成，对每章的主要概念和基本理论都做了系统的概括，同时，着重讨论基本题型及其解法，在必要处对例题、习题进行详尽的分析和总结，以提高学生分析问题和解决问题的能力．

本书可作为高等农业院校师生的教学参考书，也可作为同学考研复习用书．

编 写 人 员

主　编　李喜霞　丰　雪
副主编　张　阚　张　远　吴素文　李海春
参　编　冯大光　李　旻　张冬梅　刘宪敏　谭洪波
主　审　惠淑荣

前　　言

高等数学是高等院校学生的必修课，是学习各类专业课的重要基础．数学课是公认的理论不易掌握，解题比较困难的课程．在这门课程的学习中，通过习题解析的方式可以帮助和引导学生正确理解知识点，准确掌握理论．

大多数初学者对高等数学知识的理解会有些偏差，解题时没有思路，不得要领．在应用惠淑荣、吕永震主编的《高等数学》教材教学的过程中，经常有学生反应希望得到该书中的习题的详解．为此，我们总结多年教学经验，编写了这本《高等数学学习指导书》．

本书共分九章．由于本书主要面对的是90学时教学的本科生及考研复习的考生，因此没有第十章．每章分为内容精要、典型例题解析、课后习题解答和自测题解答四个部分．其中，内容精要部分对各章的主要知识点进行了归纳和总结，便于学生记忆；典型例题解析部分，精选了各章中相应知识点的基本训练题和不同层次的考研题，附有详细的解答过程；课后习题和自测题解答是配套由中国农业出版社出版，惠淑荣、吕永震主编的《高等数学》一书．书中有 * 号习题是偏难习题．

本书是《高等数学》的配套辅导书，不仅对教师和正在学习此课的学生有极大的辅助作用，而且对准备考研的考生和科技工作者也有一定的参考价值．

本书由沈阳农业大学惠淑荣教授主审、策划，编写过程中得到了沈阳农业大学有关人士的大力支持和帮助，在此一并表示最诚挚的谢意！

书中不妥之处，恳请各位同仁及读者批评指正．

编　者

2003．11

目　　录

第一章　函数、极限与连续

一、内容精要

(一) 重要定义

1. 数列极限

$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$，$\exists$ 一个正整数 N，当 $n > N$ 时，恒有　$|x_n - a| < \varepsilon$

2. 函数极限

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$，$\exists$ 一个 $x > 0$，当 $|x| > X$ 时，恒有　$|f(x) - A| < \varepsilon$

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$，$\exists$ 一个 $\delta > 0$，当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时，恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$

3. 左、右极限

左极限：$f_-(x_0) = f(x_0 - 0) = \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = A$

$\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$，当 $x_0 - \delta < x < x_0$ 时，恒有　$|f(x) - A| < \varepsilon$

右极限：$f_+(x_0) = f(x_0 + 0) = \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = A$

$\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$，当 $x_0 < x < x_0 + \delta$ 时，恒有　$|f(x) - A| < \varepsilon$

4. 无穷小

以 0 为极限的变量称为无穷小量.

5. 无穷大(实际上是极限不存在的一种形式)

在自变量的某一变化过程中，若函数 $f(x)$ 的绝对值无限增大，则称函数 $f(x)$ 为无穷大量.

注意　无界变量与无穷大的区别：无穷大量一定是无界变量，但无界变量不一定是无穷大量.

6. 无穷小的比较

设　$\lim \alpha = 0, \lim \beta = 0$

(1) 若 $\lim \dfrac{\alpha}{\beta} = 0$，则称 α 是比 β 高阶的无穷小，记为 $\alpha = 0(\beta)$

(2) 若 $\lim \dfrac{\alpha}{\beta} = \infty$，则称 α 是比 β 低阶的无穷小.

(3) 若 $\lim \frac{\alpha}{\beta}=c$,($c\neq 0$)则称 α 与 β 同阶无穷小.

(4) 若 $\lim \frac{\alpha}{\beta}=1$,则称 α 与 β 等价无穷小,记为 $\alpha\sim\beta$.

常用的等价形式

当 $x\to 0$ 时

$\sin x\sim x$　　$\arcsin x\sim x$　　$\tan x\sim x$　　$\arctan x\sim x$

$\ln(1+x)\sim x$　　$e^x-1\sim x$　　$1-\cos x\sim\frac{1}{2}x^2$

7. 函数连续的概念

定义 1　设函数 $f(x)$在 x_0 的邻域内有定义,给 x 在 x_0 处以增量 Δx,相应地得到函数增量 Δy,$\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$,若极限 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$,则称 $f(x)$在 $x=x_0$ 处连续.

定义 2　设函数 $f(x)$满足条件　(1) $f(x)$在 x_0 的邻域内有定义　(2) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在　(3) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$　则称 $f(x)$在 $x=x_0$ 处连续.

8. 间断点

若 $f(x)$在 x_0 处出现如下三种情形之一

(1) $f(x)$在 x_0 处无定义;(2) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$不存在;(3) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\neq f(x_0)$ 则称 x_0 为 $f(x)$的间断点.

(二) 重要定理

定理 1　$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow f_-(x_0)=f_+(x_0)=A$

定理 2　$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow f(x)=A+\alpha(x)$,其中 $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)=0$

定理 3　若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$,$f(x)\geqslant 0$($f(x)\leqslant 0$)则 $A\geqslant 0$($A\leqslant 0$)

定理 4　单调有界数列必有极限

定理 5(夹逼定理)　设在 x_0 的邻域内,恒有　$\varphi(x)\leqslant f(x)\leqslant g(x)$,且 $\lim\limits_{x\to x_0}\varphi(x)=\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=A$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$

定理 6　无穷小的运算性质

(1) 有限个无穷小的代数和仍为无穷小.

(2) 有限个无穷小的乘积仍为无穷小.

(3) 无穷小乘以有界变量仍为无穷小.

定理 7(无穷大与无穷小的关系定理)　在同一变化趋势下无穷大的倒数为无穷小;非"0"的无穷小量之倒数为无穷大.

定理 8　极限的运算法则　(略)

定理 9　初等函数在其定义的区间内连续.

(三) 重要公式

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$

2. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n}{b_0x^m+b_1x^{m-1}+\cdots+b_{m-1}x+b_m}=\begin{cases}\dfrac{a_0}{b_0} & n=m\\ 0 & n<m\\ \infty & n>m\end{cases}$

4. 函数 $f(x)$在 $x=x_0$ 处连续$\Leftrightarrow f_-(x_0)=f_+(x_0)=f(x_0)$

几个常用极限

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}\,(a>0)=1$　　特例 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan x=\dfrac{\pi}{2}$　　$\lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x=-\dfrac{\pi}{2}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\operatorname{arccot} x=0$　　$\lim\limits_{x\to-\infty}\operatorname{arccot} x=\pi$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^x=0$　　$\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^x=\infty$

$\lim\limits_{x\to 0}x^x=1$

二、典型例题解析

例 1　设 $f(x)$是奇函数,$F(x)=f(x)\left(\dfrac{1}{a^x+1}-\dfrac{1}{2}\right)$,其中 a 为不等于 1 的正数,则 $F(x)$是[　　]

(A) 偶函数　　(B) 奇函数

(C) 非奇非偶函数　　(D) 奇偶性与 a 有关

答　(A)

分析　$F(-x)=f(-x)\left(\dfrac{1}{a^{-x}+1}-\dfrac{1}{2}\right)$

$$= -f(x)\left(\frac{a^x}{a^x+1}-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -f(x)\frac{2a^x-a^x-1}{2(a^x+1)}$$

$$= -f(x)\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{2}{a^x+1}\right)$$

$$= f(x)\left(\frac{1}{a^x+1}-\frac{1}{2}\right)$$

$$= F(x)$$

由偶函数的定义，$F(x)$是偶函数. 所以选(A)

例 2 下列极限不存在的是[ ]

(A) $\frac{3}{2},\frac{2}{3},\frac{5}{4},\frac{4}{5},\cdots$ (B)$x_n=\begin{cases}\frac{n}{1+n} & n\text{ 为奇数}\\ \frac{n}{1-n} & n\text{ 为偶数}\end{cases}$

(C)$x_n=\begin{cases}1+\frac{1}{n} & n\text{ 为奇数}\\ (-1)^n & n\text{ 为偶数}\end{cases}$ (D)$x_n=\begin{cases}1 & n<10^6\\ \frac{1}{n} & n\geqslant 10^6\end{cases}$

答 (B)

分析 对于(B)，当 n 取奇数$\to\infty$时，$x_n\to 1$；当 n 取偶数$\to\infty$时，$x_n\to -1$，由极限的惟一性，可得 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 不存在，所以选(B).

对于(A)，当 n 为奇数时，$x_n=\frac{n+2}{n+1}$，当 n 为偶数时 $x_n=\frac{n}{n+1}$，显然 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=1$.

对于(C) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=1$.

对于(D) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$. 注意，数列的极限与前有限项没有关系.

例 3 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1^n+2^n+\cdots+10^n}$

解 因为 $10=\sqrt[n]{10^n}<\sqrt[n]{1^n+2^n+\cdots+10^n}<\sqrt[n]{10\cdot 10^n}=10\cdot\sqrt[n]{10}$

而 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{10}=1$

由夹逼定理，知 原式$=10$

例 4 设 $f(x+1)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+x}{n-2}\right)^n$，则 $f(x)=$[ ]

(A) e^{x-1} (B) e^{x+2} (C) e^{x+1} (D) e^{-x}

答 (C)

分析　$f(x+1)=\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1+\dfrac{2+x}{n-2}\right)^{\frac{n-2}{2+x}}\right]^{\frac{n(2+x)}{n-2}}$

$=e^{2+x}$

$=e^{1+(x+1)}$

所以　$f(x)=e^{1+x}$,因此选(C).

例5　下列极限正确的是[　　]

(A) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{x}=1$　　(B) $\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\sin\dfrac{1}{x}=1$

(C) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$不存在　　(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$

答　(B)

分析　$\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\sin\dfrac{1}{x}\xlongequal{令\frac{1}{x}=t}\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\sin t}{t}=1$,因此选(B);而 $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{x}=\dfrac{\sin\pi}{\pi}=0$,又 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=0$,$\sin\dfrac{1}{x}$,$\sin x$ 是有界量,因此 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}=0$,$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$.

注意　在重要极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ 中,要注意极限过程是 $x\to 0$.

例6　设 $x\to 0$ 时,$e^{x\cos x^2}-e^x$ 与 x^n 是同阶无穷小,则 n 为[　　]

(A) 5　　(B) 4　　(C) $\dfrac{5}{2}$　　(D) 2

答　(A)

分析　由题意选取 n 使得 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x\cos x^2}-e^x}{x^n}$为一不为零的常数.

因为　$e^{x\cos x^2}-e^x=e^x\left[e^{x(\cos x^2-1)}-1\right]$

当 $x\to 0$ 时　$e^{x(\cos x^2-1)}-1\sim x(\cos x^2-1)\sim x\left(-\dfrac{x^4}{2}\right)$

因此　$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x\cos x^2}-e^x}{x^n}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x\left[e^{x(\cos x^2-1)}-1\right]}{x^n}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(-\frac{x^4}{2}\right)}{x^n}=\lim_{x\to 0}-\frac{x^{5-n}}{2}\xlongequal{n=5}-\frac{1}{2}$$

所以选(A).

例 7 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3\sin(x-1)}{x-1} & x<1\\ e^{2ax}-e^{ax}+1 & x\geqslant 1\end{cases}$ 在$(-\infty,+\infty)$上连续,则 $a=$[　　]

(A) ln2　　(B) 0　　(C) 2　　(D) 任意实数

答　(A)

分析　$f(x)$在不是分段点处是初等函数,它是连续的,因此只讨论 $f(x)$ 在分段点 $x=1$ 处的情形.

要使 $f(x)$在 $x=1$ 处连续,必须使

$$\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^+}f(x)=f(1)$$

即

$$\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{3\sin(x-1)}{x-1}=3=e^{2a}-e^{a}+1$$

解方程　$e^{2a}-e^{a}+1=3$ 得　$a=\ln 2$

因此选(A).

例 8　函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$,则 $x=1$ 是 $f(x)$的[　　]

(A) 第二类间断点　　(B) 第一类非可去间断点

(C) 第一类可去间断点　　(D) 连续点

答　(A)

分析　$f(x)$在 $x=1$ 处无定义,所以不选(D)

$$\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}=\lim_{x\to 1^-}(x+1)e^{\frac{1}{x-1}}=0$$

$$\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}=\lim_{x\to 1^+}(x+1)e^{\frac{1}{x-1}}=+\infty$$

所以 $x=1$ 是 $f(x)$的第二类间断点,所以选(A).

例 9　设 $f(x)$在$[0,2a]$上连续,且 $f(0)=f(2a)$

证明存在 $\xi\in[0,a]$,使得 $f(\xi)=f(a+\xi)$

证明　设函数 $\varphi(x)=f(x+a)-f(x)$,

又　$\phi(0)=f(a)-f(0)=f(a)-f(2a)$

　　$\phi(a)=f(2a)-f(a)=-\phi(0)$

若 $\phi(0)=0$,则　$\xi=0$ 或 $\xi=a$ 即为所求.

若 $\phi(0)\neq 0$,则由零点定理,知存在 $\xi\in(0,a)$使得 $\varphi(\xi)=0$,即有 $f(\xi)=f(a+\xi)$

三、习题一解答

1. 求下列函数的定义域

(1) $y=\cos\sqrt{x}$

解　当 $x\geqslant 0$ 时,$\sqrt{x}$有定义,所以　$y=\cos\sqrt{x}$的定义域为$[0,+\infty)$.

(2) $y=\arcsin(x-3)$

解　当 $-1\leqslant x-3\leqslant 1$ 即 $2\leqslant x\leqslant 4$ 时,该函数有定义,所以该函数的定义域为$[2,4]$.

(3) $y=\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$

解　当 $3-x\geqslant 0$ 即 $x\leqslant 3$ 时,$\sqrt{3-x}$有定义,当 $x\neq 0$ 时,$\arctan\dfrac{1}{x}$有定义,所以该函数的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,3]$.

(4) $y=\ln(x+1)$

解　当 $x+1>0$ 即 $x>-1$ 时 $\ln(x+1)$有定义,所以该函数的定义域为$(-1,+\infty)$.

(5) $y=\log_{(x-1)}(16-x^2)$

解　当 $x-1>0$ 且 $x-1\neq 1$ 同时 $16-x^2>0$ 时,函数 $y=\log_{(x-1)}(16-x^2)$有定义,即 $1<x<4$ 且 $x\neq 2$　所以该函数的定义域为$(1,2)\cup(2,4)$.

(6) $y=\arcsin\dfrac{2x-1}{7}+\dfrac{\sqrt{2x-x^2}}{\ln(2x-1)}$

解　由题意可得$\begin{cases}-1\leqslant\dfrac{2x-1}{7}\leqslant 1\\ 2x-1>0\\ \ln(2x-1)\neq 0\\ 2x-x^2\geqslant 0\end{cases}$

解之得　定义域为$\left(\dfrac{1}{2},1\right)\cup(1,2]$

2. 判别下列函数的奇偶性

(1) $y=x-\dfrac{x^3}{6}+\dfrac{x^5}{120}$

解　$f(-x)=-x-\dfrac{(-x)^3}{6}+\dfrac{(-x)^5}{120}=-\left(x-\dfrac{x^3}{6}+\dfrac{x^5}{120}\right)=-f(x)$

所以该函数是奇函数.

(2) $y=x^2+\cos x$

解　$f(-x)=(-x)^2+\cos(-x)=x^2+\cos x=f(x)$

所以该函数是偶函数.

(3) $y=x-x^2$

解 $f(-x)=(-x)-(-x)^2=-x-x^2\neq f(x)$且

$f(-x)\neq -f(x)$

所以该函数是非奇非偶函数.

(4) $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$

解 $f(-x)=\ln(-x+\sqrt{(-x)^2+1})=\ln(-x+\sqrt{x^2+1})$

$$=\ln\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}=-\ln(x+\sqrt{x^2+1})=-f(x)$$

所以该函数是奇函数.

3. 试证明下列函数在指定区间上的单调性

(1) $y=x^2,x\in(0,2)$

证 设 $x_1\in(0,2)$ $x_2\in(0,2)$且满足 $x_1<x_2$

$f(x_1)=x_1^2<f(x_2)=x_2^2$

所以 $y=x^2$ $x\in(0,2)$时是单调增加的.

(2) $y=\ln x,x\in(1,\mathrm{e})$

解 当 $x_1,x_2\in(1,\mathrm{e})$且 $x_1<x_2$ 时,恒有 $\ln x_1<\ln x_2$

所以 函数 $y=\ln x$ 在$(1,\mathrm{e})$上是单调增加的.

4. 求下列函数的周期

(1) $y=\sin 2x+\cos\frac{x}{2}$

解 $y=\sin 2x$ 的周期为 π,$y=\cos\frac{x}{2}$的周期为 4π

所以该函数的周期为 4π.

(2) 对一切实数 x,有 $f\left(\frac{1}{2}+x\right)=\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f^2(x)}$,求 $f(x)$的周期.

解 $$f\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}+x\right)\right]=\frac{1}{2}+\sqrt{f\left(\frac{1}{2}+x\right)-f^2\left(\frac{1}{2}+x\right)}$$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f^2(x)}-\left[\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f^2(x)}\right]^2}$$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{f^2(x)-f(x)+\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}+\sqrt{\left[f(x)-\frac{1}{2}\right]^2}$$

因为 $$f\left(\frac{1}{2}+x\right)=\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f^2(x)}\geqslant\frac{1}{2}$$

所以 $$f\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}+x\right)\right]=\frac{1}{2}+\left[f(x)-\frac{1}{2}\right]=f(x)$$

即 $$f(1+x)=f(x)$$

所以该函数的周期为 1.

5. 下列各函数可以看做是由哪些简单函数复合而成的?

(1) $y=\sqrt{2-x^2}$

解 $y=\sqrt{u}, u=2-x^2, u$ 为中间变量.

(2) $y=\ln\sqrt{1+x}$

解 $y=\ln u, u=\sqrt{v}, v=1+x, u$、$v$ 为中间变量.

(3) $y=\sin^2(1+2x)$

解 $y=u^2, u=\sin v, v=1+2x, u$、$v$ 为中间变量.

(4) $y=[\arcsin(1-x^2)]^3$

解 $y=u^3, u=\arcsin v, v=1-x^2, u$、$v$ 为中间变量.

(5) $y=(x-3)^{10}$

解 $y=u^{10}, u=x-3, u$ 为中间变量.

(6) $y=2^{\tan x}$

解 $y=2^u, u=\tan x, u$ 为中间变量.

(7) $y=\cos\sqrt{1+2x}$

解 $y=\cos u, u=\sqrt{v}, v=1+2x, u$、$v$ 为中间变量.

(8) $y=e^{x^2}$

解 $y=e^u, u=x^2, u$ 为中间变量.

6. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$,求:(1) 函数 $f(\ln x)$ 的定义域;(2) 函数 $f(\sin x)$ 的定义域;(3) 函数 $f\left(\frac{x-1}{x}\right)$ 的定义域.

解 (1) 当 $\ln x\in[0,1]$ 即 $x\in[1,e]$ 时 $f(\ln x)$ 有定义,所以 $f(\ln x)$ 的定义域为 $[1,e]$.

(2) 当 $\sin x\in[0,1]$ 即 $x\in[2k\pi,(2k+1)\pi], k\in Z$ 时, $f(\sin x)$ 有定义,所以 $f(\sin x)$ 的定义域为 $[2k\pi,(2k+1)\pi], k\in Z$.

(3) 当 $\frac{x-1}{x}\in[0,1]$ 即 $x\in[1,+\infty]$ 时, $f\left(\frac{x-1}{x}\right)$ 有定义,所以 $f\left(\frac{x-1}{x}\right)$ 的定义域为 $[1,+\infty)$

7. 设 $f(x-2)=x^2-2x+3$ 求 $f(x), f(x+2)$

解 $f(x-2)=x^2-2x+3=(x-2)^2+2(x-2)+3$