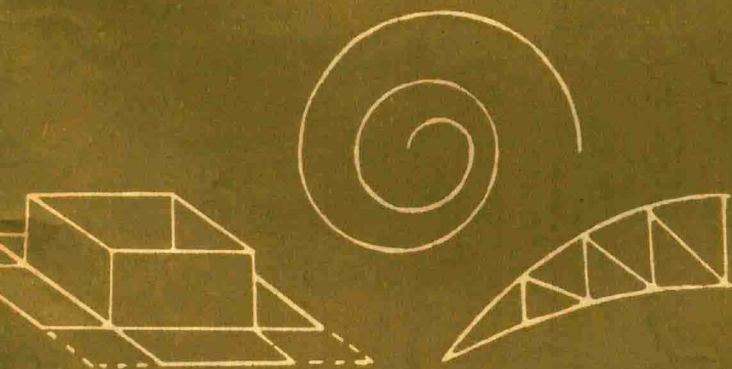


数学应用实例选编

第一辑



四川南充师范
学院数学系

中学数学教学参考资料编辑组编

毛 主 席 語 录

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结·

思想上政治上的路线正确与否是决定一切的。

在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。因此，人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。

目 录

(页23)00, (页22)长度问题

四则运算; 1 (1页)

解不等式; 2 (1页)

应用周长公式; 3 (3页)

应用勾股定理; 4 (4页), 5 (6页), 6 (7页),

7 (8页), 8 (8页), 9 (9页), 10 (10页), 11 (10页)

应用相似三角形; 12 (11页), 13 (12页), 14 (13页), 15 (13页)

应用体积公式; 16 (14页)

解直角三角形; 17 (15页), 18 (15页), 19 (16页)

综合题; 20 (17页), 21 (19页), 22 (21页)

应用正弦定理, 余弦定理; 23 (22页), 24 (23页), 25 (24页)

建立直角坐标系立方程解方程; 26 (25页), 27 (26页)

数列求和; 28 (29页), 29 (29页)

立 方 程 解 应 用 问 题

一次方程; 30 (31页), 31 (32页), 32 (33页), 33 (33页),

34 (34页), 35 (35页), 36 (35页), 37 (36页)

38 (36页), 39 (37页), 40 (39页), 41 (41页), 42 (42页)

43(42页), 44(43页), 45(43页), 46(44页), 47(44页),
48(45页), 49(46页), 50(46页), 51(46页), 52(47页),
164(148), 二次方程: 53(49页), 54(49页), 55(50页),
56(51页), 57(51页), 58(52页), 59(53页), 60(53页)
方程组: 61(54页), 62(55页), 63(56页), 64(58页),
65(59页), 66(61页), 67(63页)

面积问题

应用棱形、圆面积公式: 68(66页)
应用勾股定理, 解直角三角形: 69(67页), 70(68页)
应用相似三角形: 71(70页)
应用三角基本知识: 72(70页)

体积问题

四则运算: 73(71页), 74(72页), 75(72页), 76(73页),
77(74页), 78(74页), 79(75页)
应用基本体积公式: 80(75页), 81(76页), 82(77页)
应用勾股定理: 83(78页), 84(78页), 85(79页), 86(79页)

面、体积综合问题

四则运算: 87(80页), 88(80页)
应用体、面积基本公式: 89(81页), 90(82页)
求解不等式: 91(83页), 92(84页)

应用平面几何方法: 93 (85页), 94 (85页), 95 (86页),
96 (86页), 97 (87页), 98 (88页), 99 (89页),
100 (90页), 101 (91页)

应用正、余弦函数的极值性: 102 (92页), 103 (93页),
104 (93页), 105 (94页), 106 (95页), 107 (95页),
108 (96页), 109 (97页), 110 (99页)

应用二次方程有实根的条件: 111 (99页), 112 (100页),
113 (102页)

应用平均值不等式, 定和定比、定积定比定理:
114 (106页), 115 (107页), 116 (108页), 117 (109页)

118 (109页), 119 (110页), 120 (110页), 121 (111页),
122 (112页), 123 (113页), 124 (113页), 125 (114页),
126 (115页), 127 (116页), 128 (117页), 129 (118页)

130 (119页), 131 (120页), 132 (121页), 133 (121页),
134 (122页), 135 (123页), 136 (124页),

137 (125页), 138 (126页), 139 (127页),
140 (128页), 141 (129页), 142 (130页),
143 (131页), 144 (132页), 145 (133页)

应用二次函数的极值点: 146 (134页), 147 (135页),

148 (136页), 149 (137页), 150 (138页),
151 (138页), 152 (139页), 153 (139页),
154 (140页), 155 (141页)

求角問題

解三角形: 156 (142页), 157 (142页), 158 (143页),
159 (144页), 160 (145页), 161 (145页),
162 (146页), 163 (147页)

估值問題

应用不等式求解: 165 (149页), 166 (150页),
167 (150页), 168 (151页), 169 (152页)

定点位置問題

引进坐标系、建立方程求解方程: 170 (153页), 171 (154页),
172 (159页), 等角分圆周: 173 (157页), 174 (157页),
直线、曲线、直线方程及其应用:

175 (158页), 176 (158页)

极坐标法: 177 (159页), 178 (160页), 179 (162页)

立方抛物线: 180 (164页)

经验公式: 181 (165页) 运动軌跡: 182 (167页)

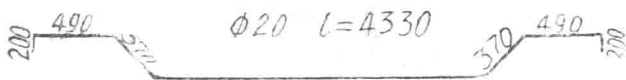
曲线方程: 183 (170页), 184 (173页)

編 后 記 (178)

数学应用实例选编

第一辑

1、一条钢筋弯铁，直径 d 为20mm，有 45° 转弯部4处， 90° 转弯部2处，设计长度为4330mm，除去转弯的延伸率，问实际断料该多少？



解：在建筑学里，钢筋弯成各种角度以后所伸长出来的长度，叫做钢筋延伸率。这种延伸出来的多余长度，可以测出其延伸数值，在配料时减去作为节约措施。

钢筋弯转成 30° 、 45° 、 60° 、 90° 角时，转弯部分的延伸率分别是 $0.25d$ 、 $0.5d$ 、 $0.75d$ 、 $2d$ 。

所以本题的延伸率 = $(0.5 \times 4 + 2 \times 2)d = 6d = 6 \times 20 = 120$ 。

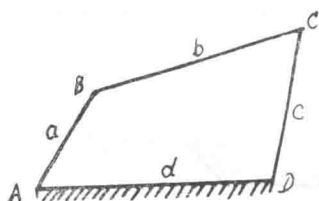
实际下料长度 = $4330 - 120 = 4210$ (mm)。

2、如下图(1)的四杆机构，它的一臂AB能绕A点转动，这种四杆机构称为有曲柄的四杆机构，能转圈的AB称为曲柄，有曲柄的四杆机构在实践中是很有用的。如下图(2)和下图(3)所示的颚式破碎机和缝紉机的踏板，都是有曲柄的四杆机构。但是并非每个四杆机构都有曲柄，要使一个四

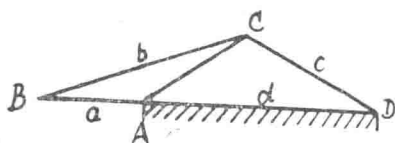
杆机构有曲柄，这个机构的四个杆长必须具备一定的条件，试证明下列结果：若四杆机构有曲柄存在，则四杆的长度必须满足下列条件：

①四杆中，或者曲柄的长度最短，或者静件的长度最短；

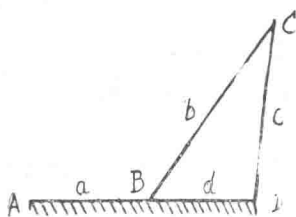
②最短杆件与最长杆件之和不大于其它二杆件长度之和。



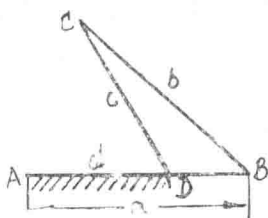
(1)



(2)



(3)



(4)

证：如图(1)，设AD固定，AB为曲柄。则AB在旋转过程中，必有二次与AD共线如图(2)、(3)、(4)所示。

由图(2)、在 $\triangle ACD$ 中，有

$$a + d < b + c \dots\dots\dots ①$$

以下分四种情形进行讨论：

I) 如果 $a < d$ ，则由图(3)可知，在 $\triangle ACD$ 中有

$d-a < b-C$ (如果 $b > C$) 或 $d-a > C-b$ (如图 $C > b$) 这二式可改写为:

$$a+b < C+d \quad (b > C \text{ 时}) \dots\dots\dots ②$$

或 $a+C > b+d \quad (C > b \text{ 时}) \dots\dots\dots ③$

1° 如果 $b > C$, 则由①+②可得 $a < C$, 因为 $C < b$, 所以更有 $a < b$, 又 $a < d$, 故 $a < b$, $a < C$, $a < d$, 因此 a 为最短杆件。同时, 由①, ②可知 a 与最长杆件 (b 或 d) 之和不大于其它二杆长之和。

2° 如果 $b < C$, 同理可证得: a 为最短杆件, 同时由③可得 a 与最长杆件 (C 或 d) 之和不大于其它二杆件之和。

2) 如果 $a < d$, 则由图 (3) 可知, 在 $\triangle BCD$ 中,

$$a-d > b-C, \quad (b > C \text{ 时}) \text{ 或 } a-d > C-b \quad (b < C \text{ 时})$$

这两式可改写为: $d+b < a+C \quad (b > C \text{ 时}) \dots\dots\dots ④$

$$d+C < a+b \quad (b < C \text{ 时}) \dots\dots\dots ⑤$$

1° 如果 $b > C$, 则由①+④可得: $d < C$ 、更有 $d < b$, 又有 $d < a$, 故以 d 为最短, 同时由 (1)、(4) 可知, 最短杆 d 与最长杆 (a 或 b) 之和不大于其它二杆之和。

2° 可类似 1) 中的 2° 进行讨论

3、运动会里常有 200 米赛跑项目。但一般赛跑的标准场地, 它的内圈长 400 米, 每条跑道阔是 1.2 米, 跑道的第一段一般是半圆形的弯道然后转入直道。如果有六个人同时赛跑, 就应有六条等间隔的跑道。为了便于最后比较快慢, 比赛终点是在一条直线上, 当一个人由里圈跑道的起点时, 其余五人就逐个比跑内圈的起点向前 (否则越在外面跑道的人, 跑的路就越长了) 究竟应该向前多少;

通常弯道里圈半径是 36 米。跑这条道的人实际是从距离

里圈线约0.3米的地方起跑，所以实际跑的弯道是：

$$\pi R \doteq 3.14 \times 36.3$$

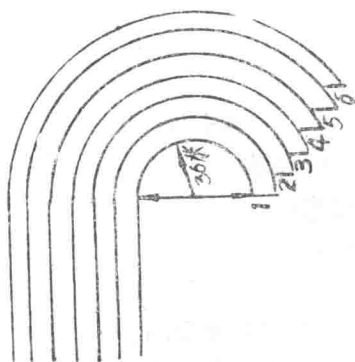
$$\doteq 114 \text{ (米)}$$

每外面一圈的半径增大1.2米，从而增加的弯道长是：

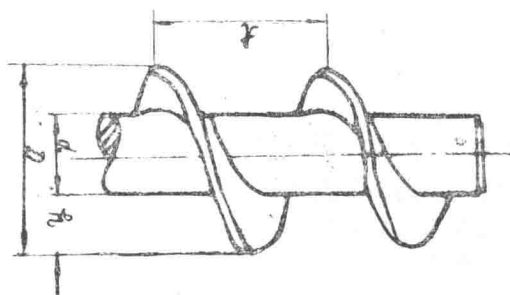
$$1.2 \times 3.14 \doteq 3.77 \text{ (米)}$$

这就是每外面一圈应该向前移动3.77米。

因而六条弯道上，六条起跑线成为阶梯形。彼此相差3.77米，最外圈人的起跑线要比最里圈的人的起点前移 $5 \times 3.77 \doteq 18.85 \text{ (米)}$ 。我们这样画起跑线，就能使六个比赛者每人都在弯道上跑114米，再在直道上跑86米，而终点都在同一直线上。



4、绞龙螺旋送料机构中的螺旋叶（图①），一般都是



一节一节地焊在一个圆筒上面的，它的每一节在拉开成形以前的下料图形是一个缺口的圆环，如（图②）所

示。若工艺的要求螺旋叶的螺距为 t ，高度为 h ，则在入料时，缺口圆环的工艺尺寸可按下列各式计算：

缺口圆环的内圆弧 ABC 的长：

$$L_1 = \sqrt{\pi^2 b^2 + t^2} ;$$

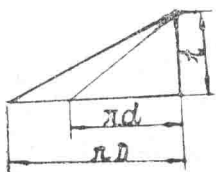
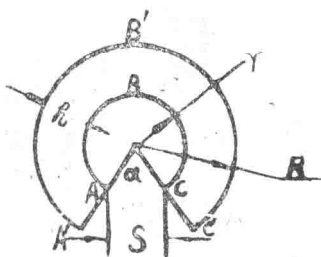
缺口圆环的外圆弧 $A'B'C'$ 的长：

$$L_2 = \sqrt{\pi^2 D^2 + t^2} ;$$

缺口圆环的内圆半径： $r = \frac{hL_1}{L_3 - L_1}$

缺口圆环的外圆半径： $R = r + h$ ，

$$S = 2r \sin(180^\circ - \frac{L_1}{\pi r} \times 90^\circ)$$



解： L_1 相当绕在以 d 为直径的圆柱上一圈螺线的长；

L_2 相当绕在以 D 为直径的圆柱上一圈螺线的长。

由（图）可得：

$$L_1 = \sqrt{(\pi d)^2 + t^2}$$

$$L_2 = \sqrt{(\pi D)^2 + t^2} ;$$

$$\text{又} \because L_1 = (2\alpha - 2) r ;$$

$$L_2 = (2\pi - \alpha) R .$$

$$\therefore \frac{r}{R} = \frac{L_1}{L_2}, \quad r = \frac{L_1 R}{L_2} = \frac{L_1 (r+h)}{L_2}$$

$$\text{因此, } L_2 r - L_1 r = L_1 h, \quad \therefore r = \frac{h L_1}{L_2 - L_1}$$

由 $(2\pi - \alpha) r = L_1$ 可以得到:

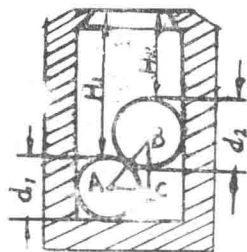
$$\alpha = \frac{2\pi r - L_1}{r} \quad (\text{弧度}) \quad (\text{此式不如写成:}$$

$$(2\pi - \frac{L_1}{r}) \text{ 为直观}) = (2\pi - \frac{L_1}{r}) \frac{180^\circ}{\pi} (\text{度})$$

$$\therefore S = 2r \sin \frac{\alpha}{2} = 2r \sin (180^\circ - \frac{L_1}{\pi r} \times 90^\circ)$$

5、一个内凹孔工件，如何利用钢球测内孔直径D?

解：先将一个半径是 d_1 的钢球放在深孔下面测得球顶端离孔口平面距离 H_1 ，再放入一个半径为 d_2 的钢球，测得球顶端离孔口平面的距离 H_2 。



设深孔直径为D，

$$\text{则 } D = \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} + AG, \text{ 在 } \triangle ABC \text{ 内}$$

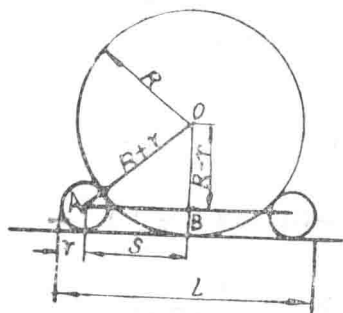
$$AB = \frac{d_1 + d_2}{2}, \quad BC = H_1 + \frac{d_1}{2} - (H_2 + \frac{d_2}{2})$$

$$\text{因此, } AC = \sqrt{\left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right)^2 - \left(H_1 - H_2 + \frac{d_1 - d_2}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(d_1 + H_1 - H_2)(d_2 - H_1 + H_2)}$$

$$\therefore D = \frac{d_1 + d_2}{2} + \sqrt{(d_1 + H_1 - H_2)(d_2 - H_1 + H_2)}.$$

6、一个工件的直径很大，如何利用钢柱测量它的直径
D?



解：可利用两个直径都是 r 的钢柱来测量大型工件的直径如图的样子放置。可测得两钢柱外距离为 L ，那么在 $\triangle ABO$ 中，有：

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + S^2$$

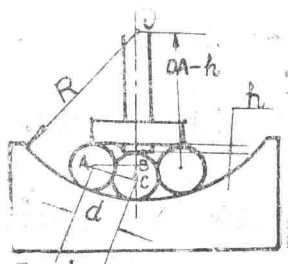
$$\text{即 } 4Rr = S^2 \quad \therefore R = \frac{S^2}{4r}$$

$$\text{但 } S = \frac{L}{2} - r, \quad \therefore R = \frac{(L - 2r)^2}{16r}$$

如果用 d 表示测量钢柱的直径， D 表示工件的直径，

$$\text{那么} \quad D = \frac{(L - d)^2}{4d}$$

7、经加工后的园弧形零件园弧不到整个园的一半要检验半径是符合要求，试用三根半径相同的园柱和卡尺进行测



量，並求出計算R的公式。

解：用三根尺寸相同的鋼柱和深度卡尺，進行測量。可以檢驗半徑尺寸的加工是否準確（如圖）從圖中可知

$$BC = CE - BE = h, \quad OA = R - \frac{d}{2}$$

$$OB = OA - BC = R - \frac{d}{2} - h, \quad AC = d.$$

$$\text{在}\triangle ABO\text{中, } AB^2 = OA^2 - OB^2 = \left(R - \frac{d}{2}\right)^2 -$$

$$\left(R - \frac{d}{2} - h\right)^2 = 2h\left(R - \frac{d}{2}\right) - h^2$$

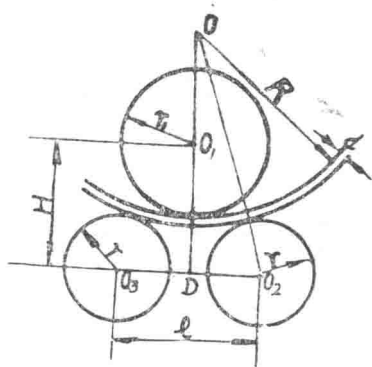
$$\therefore d^2 - h^2 = 2h\left(R - \frac{d}{2}\right) - h^2 \quad \text{即 } d^2 = 2h\left(R - \frac{d}{2}\right)$$

$$\therefore R = \frac{d^2}{2h} + \frac{d}{2}.$$

即從鋼圓柱直徑d和用卡尺測得的鋼柱間的高度差h，就可以算出圓弧零件的半徑R。

8、用三星軋圓機，可將鋼板卷成圓筒形，軋圓機的下面兩軋為定軋，半徑都等於r，中心距離為L。第三軋（半徑為r，）的高度H可以調節。

設計 ①今欲把厚度為d的鋼板彎成半徑為R的圓筒形，問應



如何调节第三辊的高度
H?

②若 $r=250$ 毫米,

$r_1=275$ 毫米,

$L=600$ 毫米.

$R=500$ 毫米,

$d=14$ 毫米, 求 H 。

解①: 在直角三角形 ODO_2 中应用勾股定理得:

$$[(R-r_1)+H]^2 + (\frac{1}{2}L)^2 = [(R+d)+r]^2$$

$$\therefore (R-r_1)+H = \sqrt{(R+d+r)^2 - \frac{1}{4}L^2}$$

$$\text{即: } H = \frac{1}{2} \sqrt{4(R+d+r)^2 - L^2} - (R-r_1).$$

这就是调整第三辊高度 H 的公式。

解②把已知数据代入第三辊调整公式得:

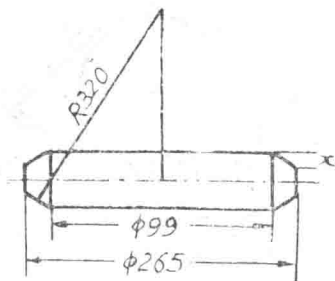
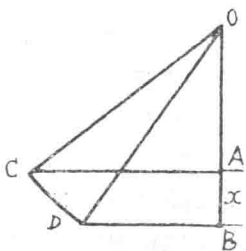
$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \sqrt{4(500+14+250)^2 - 600^2} - (500-275) \\ &= 477.6 \text{ 毫米。} \end{aligned}$$

9、车球形垫圈 R 为 320 毫米的球面时, 如何确定车刀的横向走刀量 X ?

解: 因 $OC=OD=320$

$AC=132.5$, $BD=99.5$

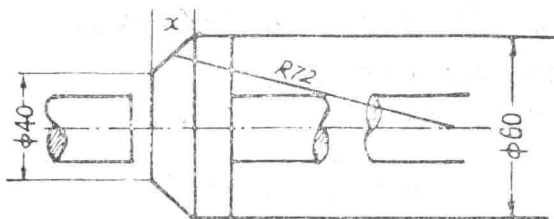
$$\therefore OE = \sqrt{320^2 - 99.5^2} = 304.14$$



$$OA = \sqrt{320^2 - 132.5^2} = 291.28$$

$$\therefore X = OB - OA = 304.14 - 291.28 = 12.86$$

10、车轴时，要车R72的球面，如何确定车刀的横向走



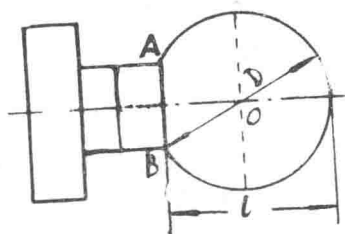
刀量 X?。

解：设横向走刀量为 X。

则根据勾股定理得：

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{72^2 - 20^2} - \sqrt{72^2 - 30^2} \\ &= \sqrt{92 \times 52} - \sqrt{102 \times 42} = 3.7 \end{aligned}$$

11、有一个带有园柄的球形工件在车床上加工，已知园



柄的直径是 d ，球的半径是 D ，试算出在球体上应车的长度 L 。

解：如图，在圆 O 内设 AP 的弦心距是 X ，

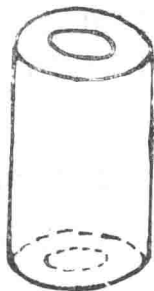
$$\text{则 } X = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 - d^2},$$

$$L = \frac{D}{2} + X = \frac{D}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{D^2 - d^2} = \frac{1}{2} (D + \sqrt{D^2 - d^2}).$$

即在球体上应车的长度是 $\frac{1}{2} (D + \sqrt{D^2 - d^2})$ 。

12、造一只电石桶，要先制好外桶，再按外桶大小，大约缩小多少，裁好内桶料，用气焊搭起来敲圆，放在外桶里试验。因为怕把内桶做小了，就先放大一些再裁掉，这样试试裁裁要好几次，不但浪费材料，人工也浪费很大。

利用相似形第四比例项的求法后，求新内桶的园周长就容易了。例如，原来外桶园周长1.5米，原来内桶园周长1.4米；现在新外桶园周长要1.75米，求新内桶的园周长。如下图



解：设 X 为新内桶的园周长，得 $\frac{1.5}{1.4} = \frac{1.75}{X}$