

Z

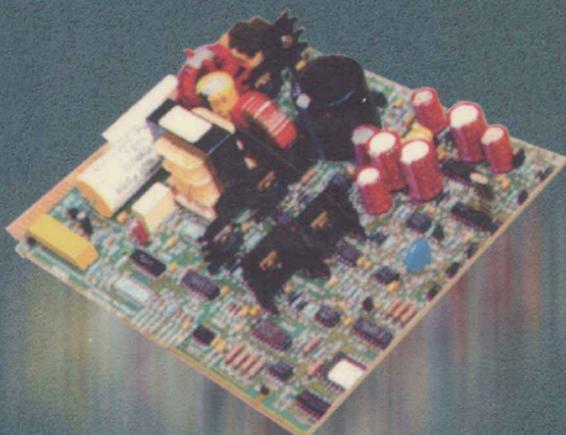
国家教委中等专业学校规划教材

电工类专业通用

# 电工基础

(删订本) 下册

谭恩鼎 主编



高等教育出版社

国家教委中等专业学校规划教材

# 电 工 基 础

(删 订 本)

下 册

谭恩鼎 主编

高等 教育 出版 社

(京)112号

**图书在版编目(CIP)数据**

电工基础 下册/谭恩鼎主编. —2 版. —北京:高等教育出版社, 1988(1996 重印)

ISBN 7-04-000812-2

I. 电… II. 谭… III. 电工-理论 IV. TM1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 11300 号

\*

高等~~教育~~出版社 出版

新华书店上海发行所发行

商务 印刷厂 印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 8.875 字数 212 000

1988 年 3 月第 2 版 1997 年 7 月第 20 次印刷

印数 244 089~269 297

定价 8.30 元

## 下册 目录

<b>第六章 非正弦周期性电路</b> .....	1
§ 6-1 非正弦周期量的产生 .....	1
§ 6-2 非正弦周期函数分解为傅里叶级数 .....	5
§ 6-3 几种对称的周期性函数 .....	11
§ 6-4 有效值、平均值和平均功率 .....	22
§ 6-5 非正弦周期性电路的计算 .....	32
习题 .....	41
<b>第七章 线性动态电路的分析</b> .....	45
§ 7-1 稳态与暂态 .....	45
§ 7-2 线性动态电路的初始值 .....	48
§ 7-3 $RC$ 串联电路的零输入响应 .....	53
§ 7-4 $RC$ 串联电路的零状态响应与全响应 .....	60
§ 7-5 $RL$ 串联电路的零输入响应与零状态响应 .....	69
§ 7-6 一阶直流线性电路过渡过程的三要素法 .....	78
§ 7-7 一阶电路接通正弦电压时的全响应 .....	83
§ 7-8 $RLC$ 串联电路的零输入响应 .....	92
§ 7-9 运算法简介 .....	102
习题 .....	113
<b>第八章 电场与磁场</b> .....	119
§ 8-1 电场强度 .....	119
§ 8-2 电压·电位 .....	122
§ 8-3 高斯定理·电位移 .....	133
§ 8-4 电介质的极化 .....	139
§ 8-5 电容·电容的计算 .....	145
§ 8-6 电场能量 .....	155
§ 8-7 恒定电场 .....	157
§ 8-8 磁感应强度 .....	159

§ 8-9 磁通·磁通连续性原理 .....	163
§ 8-10 安培环路定律 .....	165
§ 8-11 磁介质的磁化·磁场强度 .....	168
§ 8-12 铁磁物质的磁化 .....	177
§ 8-13 电感·电感的计算 .....	183
§ 8-14 磁场能量 .....	187
§ 8-15 交变电磁场简介 .....	189
习题 .....	195
<b>第九章 磁路·铁心线圈 .....</b>	<b>200</b>
§ 9-1 磁路和磁路定律 .....	200
§ 9-2 恒定磁通磁路的计算 .....	205
§ 9-3 永久磁铁的磁路 .....	216
§ 9-4 交流铁心线圈 .....	219
§ 9-5 交变磁通下的铁心损耗 .....	220
§ 9-6 铁心线圈中电流、电压和磁通的波形 .....	228
§ 9-7 正弦交变磁通磁路的计算 .....	234
§ 9-8 交流铁心线圈的等效电路 .....	237
§ 9-9 交流铁心线圈的伏安特性 .....	246
§ 9-10 理想变压器 .....	250
§ 9-11 电磁铁 .....	256
习题 .....	261
<b>附录 .....</b>	<b>265</b>
一、拉普拉斯变换 .....	265
二、绝缘材料的电性能 .....	268
三、常用铁磁材料基本磁化曲线数据表 .....	269
四、几种电工钢片铁损数据表 .....	271
<b>习题答案 .....</b>	<b>273</b>

## 第六章 非正弦周期性电路

在电工技术中不仅经常遇到直流电路和正弦交流电路，而且也经常遇到非正弦周期性电路。所谓非正弦周期性电路是指在线性电路中的电压、电流不按正弦规律变化，但还是作周期性变化的电路。分析、计算非正弦周期性电路要比分析、计算直流电路、正弦交流电路复杂，但电路中非正弦的电动势、电压和电流瞬时值的关系仍然遵循两条基尔霍夫定律。借助数学中学过的傅里叶级数，将非正弦周期性电压(电流)分解为一系列不同频率的正弦量之和，按照正弦交流电路计算方法对不同频率的正弦量分别求解，再根据线性电路叠加原理进行叠加，这是分析非正弦周期性电路的基本方法，称为谐波分析法。

至于非周期性的电压、电流，不在本书讨论范围。

### § 6-1 非正弦周期量的产生

在线性电路中，当作用于电路的电动势或电压是恒定量，则电路中各支路、各元件上的电流、电压也都是恒定的。而当作用于电路的电动势、电压按正弦规律变化，则电路中各支路、各线性元件上的电流、电压都按同频率正弦规律变化。如电路中电压电流不按正弦规律变化，但还是按周期性变化，这种电路称为非正弦周期性电路(non-sinusoidal periodic circuit)。

在第三章中，讨论了正弦交流电路，实际上，由于电源本身的各种原因，交流电源产生的电压和电流波形并非是正弦波，而是一种近似正弦波。图 6-1-1 所示为交流发电机产生的电动势波形，显然这电动势是非正弦的，但仍然是周期性变化的。

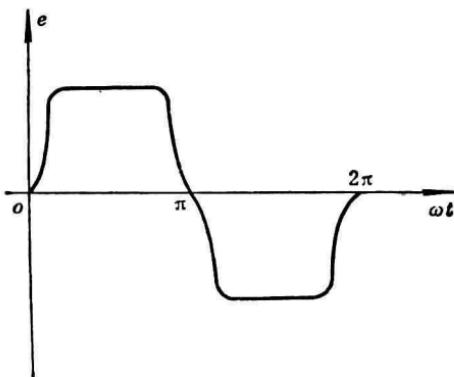


图 6-1-1

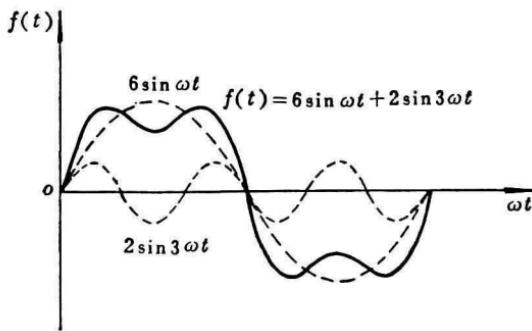


图 6-1-2

在电子线路中，信号源的电压大量是非正弦的。例如收音机天线上同时接收几个不同频率的正弦电压，它们叠加起来却是非正弦的。图 6-1-2 说明两个不同频率的正弦波叠加后的非正弦波形。

此外，现代的自动控制、电子计算机中大量用到的脉冲电路的电压和电流是脉冲波或方波，如图 6-1-3(a)(b)(c) 所示，图 6-1-3(d) 则是用作电子示波器扫描电压的锯齿波。这些都是非正弦的。

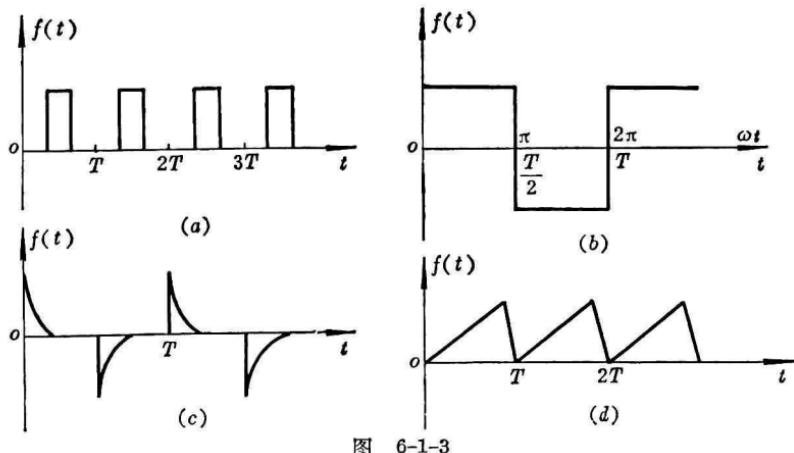


图 6-1-3

当这些非正弦的信号源加在线性电路上，导致电路中产生非正弦的电压、电流波形，而且波形还可能与电源电压的波形有所不同。

另一方面，如果电路中存在非线性元件，例如半导体二级管、可控硅、具有铁芯的电感线圈等，即使电源是正弦的，电路中也会

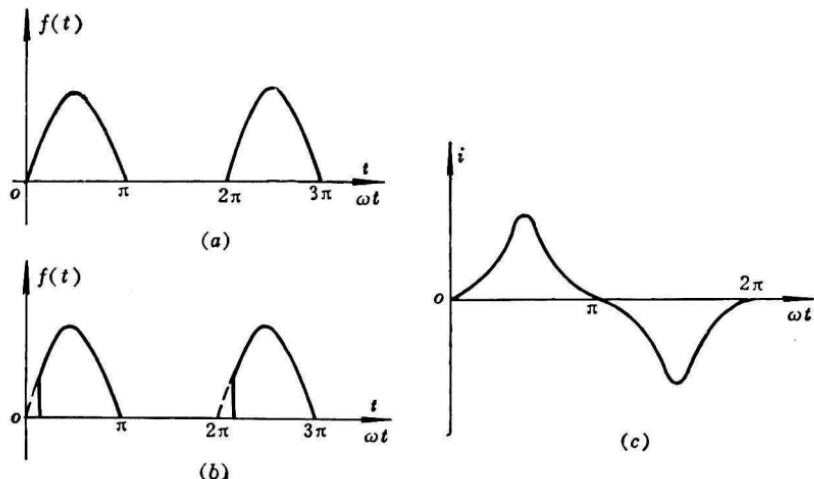


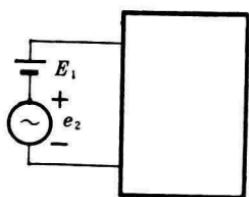
图 6-1-4

产生非正弦的电流和电压，它们产生的原因将在以后有关章节中介绍。图 6-1-4(a)(b)(c) 只分别说明二极管、可控硅半波整流电路的输出电压与铁芯线圈中电流的非正弦波形。

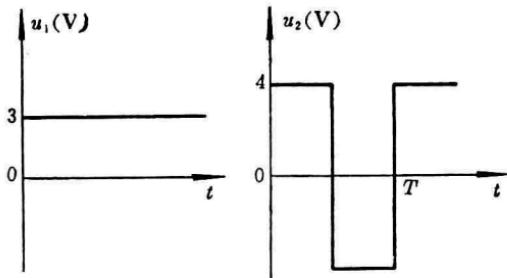
由此可知，不论产生非正弦波的原因如何，或电源信号的非正弦或元件的非线性，都有一个共同特点，即波形的变化仍然是周期性的，或者说，每经过一定的时间，电压或电流重复原来的变化，这个时间即为周期，周期的倒数即每秒钟重复变化的次数称为非正弦周期量的频率。

### 练习

6-1-1. 作用于电路上的电动势  $E_1=5 \text{ V}$ ,  $e_2=\sin 314t \text{ V}$ 。试画出作用于电路的总电动势的波形。



题图 6-1-1



题图 6-1-2

6-1-2. 试确定  $u=u_1+u_2$  的波形，已知  $u_1$  和  $u_2$  的波形如题图 6-1-2 所示。

6-1-3. 试求下列各组电动势  $e=e_1+e_2$  的波形：

$$(1) \quad e_1=2\sin \omega t \text{ V}, \quad e_2=\sin 2\omega t \text{ V}$$

$$(2) \quad e_1=2\sin \omega t \text{ V}, \quad e_2=\sin \omega t \text{ V}$$

$$(3) \quad e_1=2\sin(\omega t - 30^\circ) \text{ V}, \quad e_2=\sin \omega t \text{ V}$$

$$(4) \quad e_1=2\sin(\omega t + 30^\circ) \text{ V}, \quad e_2=\sin 2\omega t \text{ V}$$

由上述  $e$  的四组波形将得出什么结论？

## § 6-2 非正弦周期函数分解为傅里叶级数

本节首先从概念上说明一个非正弦周期函数可以用无穷多个频率成整数倍的正弦函数之和来表示。为此，先看一个例子。

设有一个方波，周期为  $T$ ，角频率  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ，振幅为 1，图 6-2-1(a) 给出了前半个周期的波形。如果用一个周期相同，振幅为  $\frac{4}{\pi}$  的正弦波  $f_1(t) = \frac{4}{\pi} \sin \omega t$  [图 6-2-1(b)] 来替代原来的方

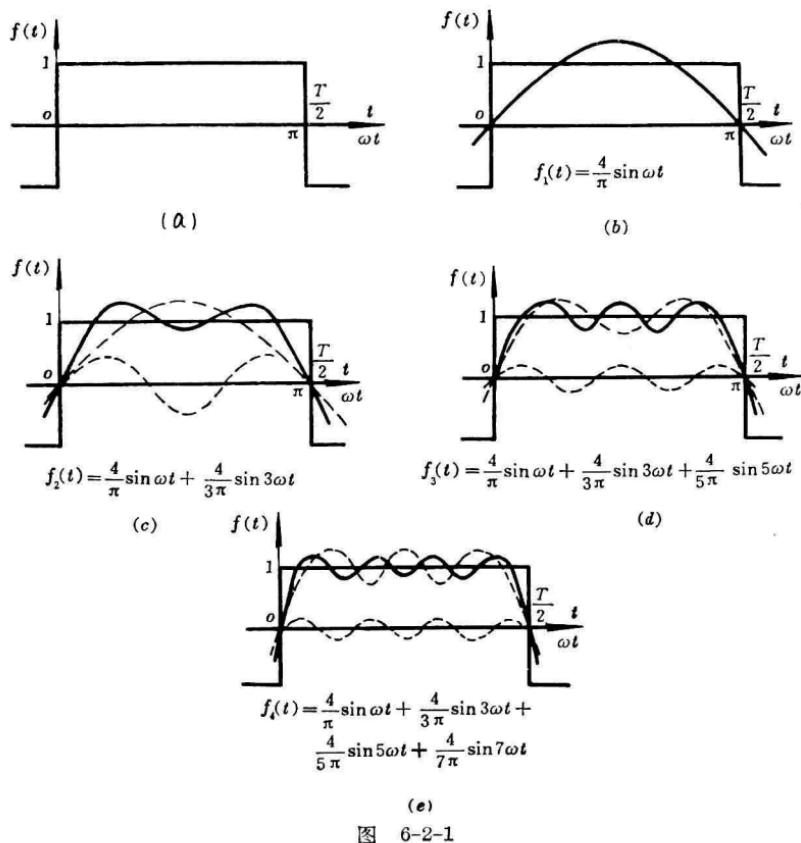


图 6-2-1

波，显然差别很大。

但如果令  $f_2(t) = \frac{4}{\pi} \sin \omega t + \frac{4}{3\pi} \sin 3\omega t$ , 它是由频率为  $\omega$  的正弦波和频率为  $3\omega$  的正弦波相加而得，显然它是一个非正弦周期波。由图 6-2-1(c) 可看出， $f_2(t)$  波形稍接近于方波。

同理，图 6-2-1(d) 是

$$f_3(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t \right)$$

的波形；图 6-2-1(e) 是

$$f_4(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t \right)$$

的波形。由图可看出  $f_3(t)$ 、 $f_4(t)$  波形与图 6-2-1(a) 的方波更接近。

如果这样不断地在  $f(t)$  函数中加上  $\frac{1}{9} \sin 9\omega t$ ,  $\frac{1}{11} \sin 11\omega t$ , … 无限多个正弦项，那末  $f(t)$  的波形就会与方波一样。表示式为

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin k\omega t \right)$$

式中  $k$  为 1、3、5、7、9、… 等奇数。

由此可知，无穷多个正弦波相加可以合成一个方波，反过来，一个方波也可以分解为无穷多个不同频率的正弦波成分。

上述虽然是一特例，但数学已证明，一个非正弦周期波可以分解为无穷多个不同频率的正弦波之和，它们的频率都是非正弦周期波频率的整数倍。其中与非正弦周期波相同频率的分量称为基波(fundamental)，其他分量称为谐波(harmonics)。对于频率是基波频率  $k$  倍的谐波，称它为第  $k$  次谐波，例如三次谐波就是指它的频率是基波频率的三倍。这种分解称为谐波分析。

上面所举的方波例子，是用无穷多个正弦项之和来表示这一非正弦周期性函数。在一般情况下，一个非正弦周期性函数可表

示为无穷多个不同频率的正弦项与余弦项之和，这就是非正弦周期性函数的傅里叶级数的分解(Fourier's series analysis)。

根据数学分析：如  $f(t) = f(t + kT)$  ( $k$  是整数)，则  $f(t)$  是一个周期性函数， $T$  是周期。如果周期性函数满足狄里赫利条件则这一周期性函数可以展开成一个无穷收敛级数，即傅里叶级数。电工技术中所遇到的非正弦周期量，通常都能满足这个条件。

$f(t)$  的傅里叶级数展开式为：

$$\begin{aligned}f(t) &= A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots \\&\quad + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \\&= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t)\end{aligned}\quad (6-2-1)$$

式中常数  $A_0$ 、 $A_k$ 、 $B_k$  称为傅里叶系数，将一个非正弦周期量分解为傅里叶级数，就是确定这些傅里叶系数的问题。因  $\sin$  或  $\cos$  函数在一个周期  $T$  ( $= \frac{2\pi}{\omega}$ ) 的积分为零，故

$$\begin{aligned}\int_0^T f(t) dt &= \int_0^T A_0 dt + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \int_0^T A_k \cos k\omega t dt + \int_0^T B_k \sin k\omega t dt \right] \\&= A_0 T + 0\end{aligned}$$

得

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \quad (6-2-2)$$

同时，我们注意到  $\sin$  函数和  $\cos$  函数的正交性，即

$$\int_0^T \cos n\omega t \sin m\omega t dt = 0 \quad (\text{对所有 } m \text{ 和 } n)$$

$$\int_0^T \cos n\omega t \cos m\omega t dt = 0 \quad (m \neq n)$$

$$\int_0^T \sin n\omega t \cdot \sin m\omega t dt = 0 \quad (m \neq n)$$

从而有

$$\begin{aligned}
\int_0^T f(t) \cos k\omega t \, dt &= \int_0^T A_0 \cos k\omega t \, dt + \int_0^T \cos k\omega t \left( \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t \right) dt \\
&\quad + \int_0^T \cos k\omega t \left( \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k\omega t \right) dt \\
&= A_k \int_0^T \cos^2 k\omega t \, dt + 0 \\
&= A_k \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi} \cos^2 k\omega t \, d(\omega t) \\
&= A_k \frac{1}{2\omega} \int_0^{2\pi} (\cos 2k\omega t + 1) d(\omega t) \\
&= A_k \frac{1}{2\omega} \cdot 2\pi = \frac{T}{2} A_k
\end{aligned}$$

得

$$\begin{aligned}
A_k &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t \, dt \\
&= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos k\omega t \, d(\omega t)
\end{aligned} \tag{6-2-3}$$

同理

$$\begin{aligned}
B_k &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t \, dt \\
&= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin k\omega t \, d(\omega t)
\end{aligned} \tag{6-2-4}$$

由式 (6-2-2) 可知,  $A_0$  是非正弦周期函数在一周期内的平均值, 它是与时间无关的常数项, 电工技术中称为直流分量。

傅里叶级数还有另一种常用的表示式, 即把同频率的正弦项、余弦项合并成一项, 由于:

$$\begin{aligned}
A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t &= C_k \sin(k\omega t + \psi_k) \\
C_k &= \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \\
\psi_k &= \arctan \frac{A_k}{B_k}
\end{aligned}$$

并令

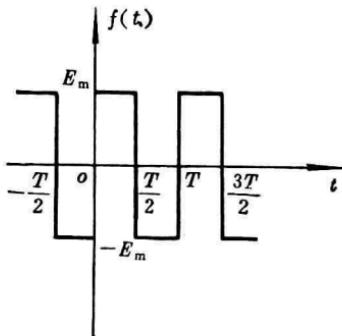
$$C_0 = A_0$$

则

$$f(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin(k\omega t + \psi_k) \quad (6-2-5)$$

这一形式的傅里叶级数在电工技术中更为常用，因为它表达了各次谐波分量的振幅与初相角。

**例题 6-2-1** 试求例图所示方波的傅里叶级数表示式。



例图 6-2-1

解 给定波形一个周期的解析式为

$$f(t) = E_m \quad \left( 0 < t < \frac{T}{2} \right)$$

$$f(t) = -E_m \quad \left( \frac{T}{2} < t < T \right)$$

根据式(6-2-2)、(6-2-3)与(6-2-4)，各傅里叶系数为：

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \left[ \int_0^{\frac{T}{2}} E_m dt + \int_{\frac{T}{2}}^T (-E_m) dt \right]$$

$$= \frac{E_m}{T} \left[ \frac{T}{2} - \left( T - \frac{T}{2} \right) \right] = 0$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos k\omega t d(\omega t)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} E_m \cos k\omega t d(\omega t) - \int_{\pi}^{2\pi} E_m \cos k\omega t d(\omega t) \right]$$

$$= \frac{E_m}{k\pi} [(\sin k\pi - \sin 0^\circ) - (\sin 2k\pi - \sin k\pi)] = 0$$

$$\begin{aligned}
 B_k &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t \, dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin k\omega t \, d(\omega t) \\
 &= \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^\pi E_m \sin k\omega t \, d(\omega t) - \int_\pi^{2\pi} E_m \sin k\omega t \, d(\omega t) \right] \\
 &= \frac{2E_m}{\pi} \int_0^\pi \sin k\omega t \, d(\omega t) \\
 &= \frac{2E_m}{k\pi} [-\cos k(\omega t)]_0^\pi = \frac{2E_m}{k\pi} (1 - \cos k\pi)
 \end{aligned}$$

因  $\cos k\pi = 1$  ( $k$  为偶数)  $B_k = 0$   
 $\cos k\pi = -1$  ( $k$  为奇数)

故  $B_k = \frac{4E_m}{k\pi}$  ( $k$  为奇数)

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \sum_{k=\text{奇数}}^{\infty} \frac{4E_m}{k\pi} \sin k\omega t \\
 &= \frac{4}{\pi} E_m \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)
 \end{aligned}$$

由此例可见，这个方波分解为傅里叶级数时，不含直流分量、余弦项和偶次谐波项，而只含奇次谐波正弦分量。并且可知，对于一般非正弦周期函数分解为傅里叶级数时，每项系数不一定都有值，即按式(6-2-1)展开时，不一定含有所有项数。

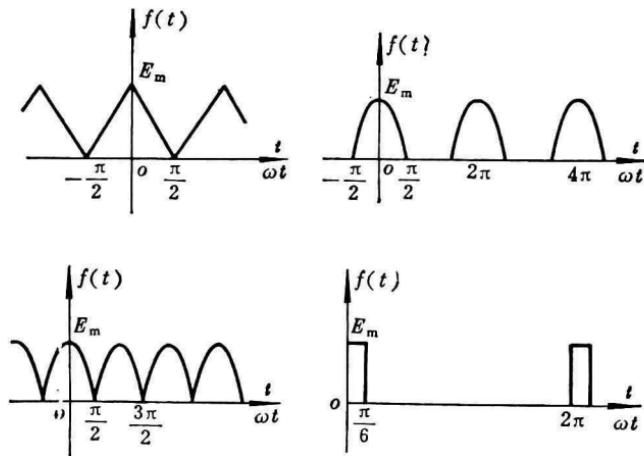
## 小结

1. 电路中非正弦周期电流、电压的生产，来源于电源信号和电路参数的非线性两方面。
2. 电工技术中经遇到的非正弦周期函数，可分解为傅里叶级数。
3. 把非正弦周期函数分解为傅里叶级数，就是确定各次谐波的傅里叶系数的问题。

## 练习

6-2-1. 写出例题 6-2-1 方波傅里叶级数的另一种表达式。

6-2-2. 求下列题图中各周期函数的直流分量  $A_0$ 。



题图 6-2-2

### § 6-3 几种对称的周期性函数

工程上常见的非正弦波形往往具有某种对称性。波形的对称性与某些谐波分量有一定关系，找出这些关系，就可以直观地判断各次谐波的存在与否，从而简化傅里叶级数分解时系数的计算。

下面研究几种常见的对称波形。

#### (一) 原点对称——奇函数(odd function)

图 6-3-1 所示的两种非正弦波形具有这样的特点，即它对称

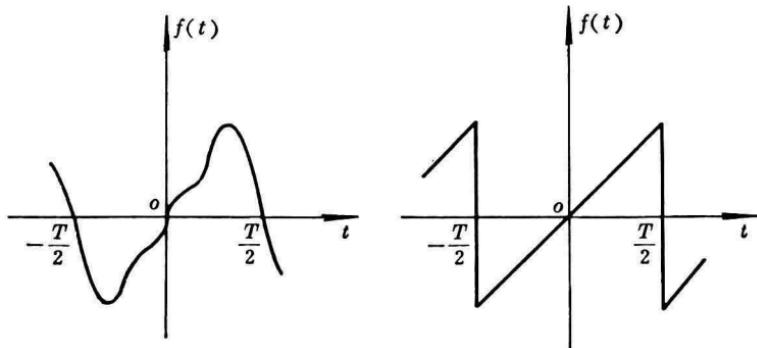


图 6-3-1

于原点，或以原点为中心，将原波形旋转  $180^\circ$ ，得到的图象和原来波形完全重合，在数学上称为奇函数。即

$$f(t) = -f(-t)$$

按傅里叶级数

$$\begin{aligned} f(t) &= A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots \\ &\quad + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} -f(-t) &= -A_0 - A_1 \cos \omega(-t) - A_2 \cos 2\omega(-t) \\ &\quad - A_3 \cos 3\omega(-t) + \dots - B_1 \sin \omega(-t) \\ &\quad - B_2 \sin 2\omega(-t) - B_3 \sin 3\omega(-t) + \dots \\ &= -A_0 - A_1 \cos \omega t - A_2 \cos 2\omega t - A_3 \cos 3\omega t + \dots \\ &\quad + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \end{aligned}$$

因  $f(t) = -f(-t)$ ，故必须  $A_0 = -A_0$ ， $A_k = -A_k$ ，所以只能  $A_0$ 、 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $\dots$ 、 $A_k$  都等于零，或者说原点对称的奇函数不含直流与各余弦分量，故

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k\omega t \quad (6-3-1)$$

由此可知，原点对称的非正弦周期波形展开为各次谐波的正弦项之和(正弦函数本身是奇函数)。

## (二) 纵轴对称——偶函数(even function)

图 6-3-2 的波形对称于纵轴，数学上称为偶函数，即

$$f(t) = f(-t)$$

按傅里叶级数

$$\begin{aligned} f(t) &= A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots \\ &\quad + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-t) &= A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots \\ &\quad - B_1 \sin \omega t - B_2 \sin 2\omega t - B_3 \sin 3\omega t + \dots \end{aligned}$$

因  $f(t) = f(-t)$ ，故只能  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $\dots$ 、 $B_k$  都等于零，所以纵轴对称