高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高等数学

练习册

廖 辉 主编

科学出版社
www.sciencep.com

高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高等数学练习册

主　编　廖　辉

副主编　吴元清　张青山　李晓华

参　编　赵凤鸣　汪　婧　唐纪芳

　　　　张隆辉　张子位　石化国

主　审　谭光全　肖福积

科学出版

北　京

内 容 简 介

本书是与《高等数学》配套的练习册，主要内容有极限与连续、一元函数微分学、一元积分学、行列式与矩阵、线性方程组、微分方程、无穷级数、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学和重积分，全书共10章，按教材章节给出配套练习题和答案.

本书可作为高职高专理工、经管类专业及其“专升本”考试使用的数学课程教材.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册/廖辉主编. —北京：科学出版社，2010. 10

高等职业教育人才培养创新教材出版工程

ISBN 978-7-03-027891-3

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①廖…　Ⅲ.①高等数学-高等学校：技术学校-习题

Ⅳ.①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第107662号

责任编辑：苏　鹏　张克忠 / 责任校对：刘小梅

责任印制：张克忠 / 封面设计：陈　敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

北京市安泰印刷厂 印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2010年10月第一版　开本：B5(720×1000)

2010年10月第一次印刷　印张：14 1/2

印数：1—6 000　字数：290 000

定价：25.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

本书依据教育部制定的《高职高专教育专业人才培养目标及规格》和《高职高专教育数学课程教学基本要求》,并结合高职教育特点、发展趋势及我们多年的教学实践经验编写,力求发挥高等数学的文化育人、知识基础和技术应用这三大功能,在选择教学内容和要求时坚持“必需、够用和适用”的原则.突出用数学建模的方法,培养学生提出问题、分析问题和解决问题的能力.本书可作为高职高专理工、经管类专业及其“专升本”考试使用的数学课程教材.

本书由《高等数学》教材及其配套的《高等数学练习册》组成.教材主要内容包括极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学、行列式与矩阵、线性方程组、微分方程、无穷级数、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学和重积分,这些内容分别设为章,全书共10章,每章末安排了用Matlab大型数学计算软件编写的数学实验,书末附了简易积分公式表和Matlab简介.练习册按教材章节给出配套练习题和答案.我们还开发了配合该教材教学的网上课程资源,网址是http://www.sczyxy.cn/jpck/jpkc.htm,其中包含电子课件、习题详解、单元综合测试题等内容,使教和学更为便捷.

本书教学分必修的高等数学I和选修的高等数学II两部分.必修学时为120~140学时,第1章至第3章为所有专业的必学内容,经管类专业还必修第4章、第5章和第6章的一阶微分方程部分;理工类专业还必修第6章和第7章.选修学时在48学时左右,选修内容为第8章至第10章.所有选修内容在章节等处标有“*”号,各学校可根据自己的实际情况和学生的不同需要选择内容组织教学.

本书有以下特点:

(1) 注意与普高和中职新教材内容紧密衔接,在学生已有知识经验的基础上提供专业学习必须的数学基础知识、数学方法和计算工具.

(2) 对概念、命题多作描述性说明,适当降低数学学习难度和严谨性要求.例如,一般从几何意义、物理意义和生活背景等实际问题引入数学概念.对部分难以理解的概念不严格定义,只作定性描述.对部分较难的定理,只从实例中抽象概括出来,而不给严谨的证明.

(3) 本书逻辑清晰、叙述详细、通俗浅显、例题较多,有相应配套练习册和网上课程资源,便于自学.

(4) 本书扩大了适用面,在保证教学基本要求的前提下,视专业差异给教学内容选择留有一定的弹性.例如,泰勒公式、导数在经济中的应用、方程的近似解、曲

线的曲率、积分在经济中的应用、行列式与矩阵、线性方程组、傅里叶级数、第一类曲线积分、第二类曲线积分、第一类曲面积分、第二类曲面积分等内容，可针对不同的专业需要选学.

(5) 突出会用会算的技能，使学生通过各专题的学习形成数学观念，养成数学的应用意识，学会应用数学解决实际问题的一些基本方法.

(6) 本书在解决数学问题时，比较突出数学软件的工具作用，尽量训练学生使用数学软件和数学工具书，为日后利用数学知识解决实际问题培养一些基本素养.

本书主编为廖辉，副主编为吴元清、张青山和李晓华，具体负责各章编写的人员有：赵凤鸣(第 1 章)、汪婧(第 2 章)、唐纪芳(第 3 章)、李晓华(第 4 章)、张隆辉(第 5 章)、张子位(第 6 章)、廖辉(第 7 章)、石化国(第 8 章)、吴元清(第 9 章和各章数学实验)、张青山(第 10 章)，谭晓康为本书作了统稿和服务工作，李凤清作了校对工作，谭光全和肖福积分别对本书进行了主审. 由于编审人员水平有限，不足之处在所难免，恳请有关专家和同仁使用本书时进行批评和指正，并将在使用教材过程中遇到的问题、改进意见及时反馈给我们，以利于我们再版此书时作改进.

编　者

2010 年 3 月

目　　录

第1章　极限与连续

习　题　1.1

一、判断题（正确的打“√”，错误的打“×”）

1. $y=2\sin x$ 是基本初等函数.　（　）
2. $y=e^{-x}$是基本初等函数.　（　）
3. $y=a^{2x}$不是基本初等函数.　（　）
4. $y=\arccos u, u=1+2^x$ 的复合函数是 $y=\arccos(1+2^x)$　（　）
5. $y=e-x^2+\sin 2x$ 是初等函数.　（　）
6. $y=\begin{cases}-1, & x\geqslant 0,\\ 3, & x<0\end{cases}$ 是初等函数.　（　）

二、填空题

1. 设 $f(x)=2x^2-1, \varphi(x)=\sin 2x$，则 $f[\varphi(x)]=$________，$\varphi[f(x)]=$________.

2. 函数 $y=\ln u, u=\sqrt{v}, v=1+\tan x$ 的复合函数是____________.

3. 函数 $y=(2^x+1)^{\frac{2}{3}}$是由________与________复合而成.

4. 函数 $y=\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$是由________与________复合而成.

5. 函数 $y=\dfrac{1}{(1-x^2)^3}$是由________与________复合而成.

6. 函数 $y=3^{2\cos^2 x}$ 是由____________，____________与____________复合而成.

7. 函数 $y=(1+\arctan x^2)^3$ 是由____________，____________与____________复合而成.

8. 函数 $f(x)=x^2-x+1$，则 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=$____________.

9. 函数 $\varphi(x)=x^3+1$，则 $\varphi(x^2)=$____________.

10. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$，则 $f[f(x)]=$____________.

*11. 某商品年销售额为 5 万元，计划从今年起平均每年多销售 20%，经过

________年销售额可达 8.5 万元.

*12. 某厂生产服装，日产量不超过 1000 件，已知每件服装出厂价 20 元，又知每件的可变成本为 15 元，每天的固定成本为 2000 元. 若每天生产 600 件，则收入________元，总成本为________元，每天可获利________元，无盈亏点是________件.

三、选择题

1. 函数 $y=\sqrt{\sin(x^2+1)}$ 的复合过程为　　(　　)

(A) $y=u, u=\sqrt{v}, v=\sin(x^2+1)$　　(B) $y=u, u=\sqrt{\sin v}, v=x^2+1$

(C) $y=\sqrt{u}, u=\sin(x^2+1)$　　(D) $y=\sqrt{u}, u=\sin v, v=x^2+1$

2. 函数 $y=\cos^2(3x+1)$ 的复合过程为　　(　　)

(A) $y=\cos^2 u, u=3x+1$　　(B) $y=u^2, u=\cos(3x+1)$

(C) $y=u^2, u=\cos v, v=3x+1$　　(D) $y=(\cos u)^2, u=3x+1$

3. 函数 $y=\left(\arctan\dfrac{x+1}{3}\right)^2$ 的复合过程为　　(　　)

(A) $y=u^2, u=\arctan\dfrac{x+1}{3}$

(B) $y=u^2, u=\arctan v, v=\dfrac{x+1}{3}$

(C) $y=\arctan u, u=v^2, v=\dfrac{x+1}{3}$

(D) $y=u^2, u=\arctan v, v=\dfrac{w}{3}, w=x+1$

4. 函数 $y=\sqrt[5]{\ln\sin^3 x}$ 的复合过程为　　(　　)

(A) $y=\sqrt[5]{u}, u=\ln v, v=w^3, w=\sin x$　　(B) $y=\sqrt[5]{u^3}, u=\ln\sin x$

(C) $y=\sqrt[5]{\ln u^3}, u=\sin x$　　(D) $y=\sqrt[5]{u}, u=\ln v^3, v=\sin x$

四、应用题

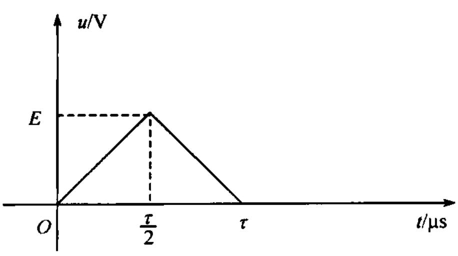
1. 某罐头厂要生产容积为 V 的圆柱形罐头盒，试建立罐头盒表面积 A 与底半径 r 之间的函数关系式.

2. 有一边长为 a 的正方形铁片，从它的四个角截去相等的小方块，然后折起各边做成一个无盖的小盒子，求它的容积与截去小方块边长之间的函数关系式.

3. 一物体做直线运动，已知阻力 f 的大小与物体运动的速度 v 成正比，但方向相反. 当物体以 1m/s 的速度运动时，阻力为 1.96×10^{-2}N，建立阻力与速度之间的函数关系.

4. 电压在某电路上等速下降，在实验开始时，电压为 12V，经过 8s 后降到 6.4V，试把电压 u 表示成时间 t 的函数.

5. 已知一个单三角脉冲电压，其波形如图所示，试建立电压 u 与时间 t 之间的函数关系式.



第 5 题图

6. 某运输公司规定 1000kg 货物的运价为：在 $a$km 内（含 $a$km），每千米 k 元. 超过 $a$km，每增加 1km 为 $\frac{4}{5}k$ 元. 试建立 1000kg 货物的运价 y 和运程 s 之间的函数关系.

*7. 某商品的需求关系是 $2P+Q=100$，其中 Q 是需求量，P 是商品的价格，求销售 10 件商品时的总收入.

*8. 存入银行现金 100 元，银行以复利计算，每年支付 5% 的利息，利息仍存入账户，两年后账户上存款数约为多少？

*9. 设工厂生产某种产品，最高年产量为 9000t，固定成本为 300 万元，单位变动成本为 0.5 万元/t，若每吨销售价为 0.8 万元，

(1) 当产量为 xt 时，求总成本函数和平均成本函数；

(2) 求总利润函数；

(3) 求无盈亏点.

习 题 1.2

一、判断题(正确的打"√",错误的打"×")

1. 数列 $a_n=(-1)^n$ 的极限存在. ( )
2. 数列 $a_n=-1$ 的极限存在. ( )
3. 当 $x\to 0^+$ 时,$\ln x$ 的极限不存在. ( )
4. 当 $x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-$ 时,$\tan x$ 的极限不存在. ( )
5. 若 $f(x)$ 在点 x_0 无定义,则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在. ( )

二、填空题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+4\right)=$________.
2. $\lim\limits_{n\to\infty}(-1)^n\frac{1}{n}=$________.
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=$________.
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+1}{n-1}=$________.
5. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{2^n}=$________.
6. $\lim\limits_{n\to\infty}\cos n\pi=$________.
7. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(2+\frac{1}{x}\right)=$________.
8. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^x=$________.
9. $\lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x=$________.
10. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\sin x=$________.
11. $\lim\limits_{x\to 0}\cos x=$________.
12. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\tan x=$________.

三、选择题

1. $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$ 是 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在的 ( )

   (A) 充分条件且不是必要条件 (B) 必要条件且不是充分条件

   (C) 充分必要条件 (D) 既不是充分条件也不是必要条件

2. $x=x_0$ 时,$f(x)$ 有定义是 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在的 ( )

   (A) 充分条件且不是必要条件 (B) 必要条件且不是充分条件

   (C) 充分必要条件 (D) 既不是充分条件也不是必要条件

四、作出函数图像,观察写出极限

1. 设 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\geqslant 0,\\ 1, & x<0,\end{cases}$ 写出当 $x\to 0$ 时,$f(x)$ 的左、右极限,并判别当

$x \to 0$时，$f(x)$的极限是否存在？

2. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x \geqslant -1, \\ 1, & x < -1, \end{cases}$写出 $f(-1+0)$和 $f(-1-0)$，并判别当 $x \to -1$ 时，$f(x)$的极限是否存在？

3. 设 $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x-1}$，写出 $f(1-0)$和 $f(1+0)$，并判别当 $x \to 1$ 时，$f(x)$的极限是否存在？

习 题 1.3

一、判断题（正确的打“√”，错误的打“×”）

1. 无穷小量是越来越接近于零的量. ( )
2. 0 是无穷小量. ( )
3. 无穷小量是 0. ( )
4. 无穷小量是很小的正数. ( )
5. 比任何正数都小的数是无穷小量. ( )

6. 当 $x\to 0$ 时，$y=\dfrac{x}{2x^3}$ 是无穷小. (　　)

7. 当写出 $x\to 0^+$ 时，$y=\ln x$ 是无穷大. (　　)

8. 当 $x\to -\infty$ 时，$y=2^x$ 是无穷大. (　　)

9. 两个函数和的极限等于两个函数极限的和. (　　)

10. 两个有极限函数商的极限等于两个函数极限的商. (　　)

二、填空题

1. $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\dfrac{1}{x}=$________.　　2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=$________.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\arcsin\dfrac{1}{x}}{x}=$________.　　4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\arctan x}{x}=$________.

5. $\lim\limits_{x\to 0}(2x^3+3x^2-x)=$________.　　6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+5}{x-3}=$________.

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{6x^2+5}{(x-1)^2}=$________.　　8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{2-x}=$________.

9. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}=$________.　　10. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+1}{x^2-3x}=$________.

11. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+x^5}{(3+x)^3}=$________.　　12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}=$________.

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}=$________.　　14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\sin 5x}=$________.

15. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^x=$________.　　16. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x=$________.

17. $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}=$________.　　18. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x=$________.

三、选择题

1. $\ln x$ 当 $x\to 0^+$ 时与 $\dfrac{\sin x}{1+\sec x}$ 当 $x\to 0$ 时分别是 (　　)

(A) 无穷小量，无穷大量　　(B) 无穷小量，无穷小量

(C) 无穷大量，无穷大量　　(D) 无穷大量，无穷小量

2. 函数 $y=\cos\dfrac{1}{x}$ 为无穷小量的条件是 (　　)

(A) $x\to\infty$　　(B) $x\to 0$　　(C) $x\to\dfrac{\pi}{2}$　　(D) $x\to\dfrac{2}{\pi}$

3. 函数 $y=\sin\dfrac{1}{x}$ 为无穷小量的条件是 (　　)

(A) $x\to 0$　(B) $x\to\dfrac{1}{\pi}$　(C) $x\to\pi$　(D) $x\to 2\pi$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\dfrac{1}{x}}{\dfrac{1}{x}}=$ (　　)

(A) 0　(B) 1　(C) e　(D) 不存在

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+\sin x}{x}=$ (　　)

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) ∞

6. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^2-x^2}{h}=$ (　　)

(A) $2x+h$　(B) $2x$　(C) 0　(D) ∞

7. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+4x+4}{x^2-4}=$ (　　)

(A) 1　(B) 3　(C) 0　(D) ∞

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)(n+1)(n+2)}{n^3}=$ (　　)

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) ∞

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+5}{\sqrt[3]{(n-5)^2}}=$ (　　)

(A) 0　(B) 3　(C) $\sqrt[3]{5}$　(D) ∞

10. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x}=$ (　　)

(A) ∞　(B) 0　(C) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$　(D) $2\sqrt{x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}x\cot 2x=$ (　　)

(A) 1　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) 0　(D) ∞

12. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x}{x}\right)^{2x}=$ (　　)

(A) e^{-1}　(B) e^0　(C) e　(D) e^2

13. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{|x-3|}{x-3}=$ (　　)

(A) -1　　(B) 0　　(C) 1　　(D) 不存在

14. 若设 $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{x-1}, & x<0\\ 0, & x=0,\\ x+1, & x>0,\end{cases}$,则$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$ (　　)

(A) 0　　(B) 1　　(C) -1　　(D) 不存在

15. 若设 $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{-1}{x-1}, & x<0,\\ 3, & 0\leqslant x<1,\\ \dfrac{x^2-x-6}{x-3}, & x>1,\end{cases}$ 则$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=$ (　　)

(A) 不存在　　(B) 2　　(C) -3　　(D) 3

16. 若设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-x}, & x<0,\\ 2, & 0\leqslant x<1,\\ \dfrac{x^2-x-6}{x-3}, & x>1,\end{cases}$ 则$\lim\limits_{x\to 3}f(x)=$ (　　)

(A) $-\dfrac{1}{2}$　　(B) 2　　(C) 5　　(D) 不存在

四、计算题

1. $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{6x^2-5x+1}$.

2. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+\cdots+n}{n^2}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{3^n}}$.