



数学，究竟怎么教

戴曙光 著

数学，究竟教什么 / 学生，究竟怎么学 / 教师，究竟怎么教



大夏书系·数学教学培训用书

数学，究竟怎么教

戴曙光 著



著
者
商
标

华东师范大学出版社

全国百佳图书出版单位

图书在版编目(CIP)数据

数学, 究竟怎么教 / 戴曙光著. —上海: 华东师范大学出版社, 2016.1
ISBN 978-7-5675-4831-2

I. ①数… II. ①戴… III. ①数学教学 IV. ①O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 031945 号

大夏书系·数学教学培训用书

数学, 究竟怎么教

著 者 戴曙光
策划编辑 朱永通
审读编辑 卢风保
封面设计 百丰艺术

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537
邮购电话 021-62869887 地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 北京季蜂印刷有限公司
开 本 700×1000 16 开
插 页 1
印 张 14.5
字 数 237 千字
版 次 2016 年 4 月第一版
印 次 2016 年 4 月第一次
印 数 6 100
书 号 ISBN 978-7-5675-4831-2/G·9173
定 价 35.00 元

出 版 人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

序 在追问中悟道

任 勇^①

第一次见到戴老师，是在我的办公室。那天他和朱永通老师一起来，大家谈数学，谈数学教育，谈厦门教育，其乐融融。戴老师当时给我的印象是儒雅的，他对教育尤其对数学教育有独到的见解。

后来，在北师大海沧附校，我多次在教育论坛上听到他富有哲理的讲演，在教研活动中多次分享他精彩平实的点评，在教育刊物上读到他的多篇文章，我又发现戴老师还是睿智的。

近年来，我国基础教育界关注教师的教学主张。教学主张，就是教师对教学的一种见解、一种思想，也就是教师的教学观。如李吉林的“情境教育”，窦桂梅的“主题教学”，邱学华的“尝试教学”，孙双金的“情智教学”，张齐华的“文化数学”等，就是这些名师的教学主张。正当我深感厦门少有教学主张的老师时，我惊喜地收到了戴老师送给我的他的新著《简单教数学》，我眼睛一亮，这不就是戴老师的教学主张吗？

教学主张是卓越教师的品牌内核。大凡成功的、有影响的教学名师和流派均有自己鲜明的、独特的、坚定的教学主张。

前不久，我收到戴老师发来的他的新著《数学，究竟怎么教》的电子版，一看书名我就被吸引住了，因为书好读，我竟然用了一个晚上的时间就粗读完全书，第二天我又细读了一遍。

书分三章写，实则是三问。

^① 任勇，厦门市教育局副局长，数学特级教师，享受国务院政府特殊津贴专家，获“苏步青数学教育奖”一等奖，教育部“国培计划”首批专家。

第一问：数学，究竟教什么？

数学教什么？传授知识？培养能力？渗透方法？提升兴趣？学会应用？或许都有一些。国家不是编写教材给你了嘛，你“教教材”不就好了？不！课改追求的理念是“用教材教”。教师还要把握教材、吃透教材、激活教材、改组教材、拓展教材。

第二问：学生，究竟怎么学？

学生怎么学，非常重要。一个学生要想取得优良的学习效果，单靠教师教得好、教得得法是不行的，他自身还必须学得好、学得得法。长期以来，我们多研究教，少研究学。实践证明，忽视了学，教也失去了针对性，减弱了实效性。

第三问：教师，究竟怎么教？

教师怎么教？教需有法，教无定法。大法必依，小法必活。“儿童化的教学之术”，让我们耳目一新；“数学化的教学之道”，让我们辩证思探；“前置式的教学之变”，让我们看到了数学课改理念“融入教学实践”的一个成功的生动的样本。

朴素的追问，没有华丽的词句，却问在点子上，探在关键处，答在合情中。

教育之事，过于理想走不动，没有理想走不远。怎么办？当理想遭遇现实挑战时，考量着我们的教育勇气和智慧。戴老师的追问，就是勇气，就是智慧。在追问中我们逼近了教育的本真，在追问中我们悟出了教育之道。

《简单教数学》，让我感受到大道至简之境界；《数学，究竟怎么教》，让我感受到问道至极之境界。

说到境界，多曰“三重”。此时，我们已经感受到戴老师数学教育到达“第二重境界”了，也许过不了多久，戴老师的第三本新著，将带领我们走进数学教育的“第三重境界”。

我们期盼着……

序 | 在追问中悟道 / 任 勇 / 1

第一编 | 数学，究竟教什么

教什么好比供应，如果盲目供应，或供大于求，或供不应求，或供非所求，都会出问题的，所以，弄清楚教什么，必须先弄清楚需求——为什么学与考，从而平衡好供求关系，才能确定教什么。

问题一 我为什么要学数学 / 3

反思 1 三个“不等号”引发的质疑 / 4

反思 2 “考场状元”是怎么造就的 / 11

反思 3 数学教育遭遇的三大挑战 / 15

问题二 我为什么要考数学 / 21

反思 1 是谁让考试走了歪路 / 22

反思 2 应试能力不等于应试教育 / 27

反思 3 让“考试能手”成为“职场能手” / 32

问题三 我教什么样的数学 / 42

反思 1 数学基础的重新定位 / 42

反思 2 教有用的数学 / 51

反思 3 教有趣的数学 / 63

第二编 | 学生，究竟怎么学

“怎么学”好比接收，如果盲目接收，或不想接收，或者没有能力接收，或者接收的东西是有害的，同样出现问题。所以必须弄清楚接收者是怎么想的，是怎么接收的，接收时会出现哪些问题。

问题一 学生是怎么想的 / 79

研究 1 学生是有想法的 / 80

研究 2 学生是怎么想的 / 87

研究 3 学生的想法很简单 / 96

问题二 学生是怎么学的 / 104

研究 1 学生是会学习的 / 104

研究 2 学生是怎么学的 / 111

研究 3 学生的学习假象需警惕 / 117

问题三 学生是怎么成长的 / 125

研究 1 学生是在哪里学的 / 126

研究 2 学生受谁的影响 / 131

研究 3 学生需要什么帮助 / 135

第三编 | 教师，究竟怎么教

如果把教材当作供应者，把学生当作接收者，那么教师就是传输者，传输不当，或传输得过多，或传输过少，对学生的学习都是有害的。教师要想传输得科学、适当、通畅、有效，就要尽量拉近供应者（教材）与接收者（学生）的距离，灵活地处理教材，使数学学习活动贴近学生的实际，从而实现三种思维活动的统一。

策略一 儿童化的教学之术 / 145

方法 1 教学设计儿童化 / 146

方法 2 教学过程儿童化 / 155

方法 3 教学方式儿童化 / 165

策略二 数学化的教学之道 / 173

方法 1 形象与抽象中互动 / 174

方法 2 迁移与转化中变通 / 179

方法 3 联系与对比中聚焦 / 186

策略三 前置式的教学之变 / 195

方法 1 从先教向先学转变 / 197

方法 2 从先学后补向先补后学转变 / 205

方法 3 从课外作业向课内作业转变 / 212

附 录 / 219

后 记 / 221

第一编
数学，究竟
教什么

第一编

100

教什么

数学，究竟教什么？这是一个看似幼稚的问题。

这一“幼稚”的问题，容易被人们忽略。

数学老师思考最多的是：数学，究竟怎么教？却鲜有老师静下心来思考：我要教给学生什么样的数学？

然而，正是这一“幼稚”的问题，对于数学老师来说，是何等的重要！如果没有把这个问题想清楚，可能你正在努力教好数学，却不是在教正确的数学。

教什么是方向，是目标；怎么教是策略，是方法。方向与目标模糊不清，策略与方法就失去了它应有的意义。

因此，我们首先应该厘清：数学，究竟教什么？

教什么好比供应，如果盲目供应，或供大于求，或供不应求，或供非所求，都会出问题的，所以，弄清楚教什么，必须先弄清楚需求——为什么学与考，从而平衡好供求关系，才能确定教什么。

“教什么”这一编，重点讨论以下三个问题：

第一个问题：我为什么要学数学？

第二个问题：我为什么要考数学？

第三个问题：我教什么样的数学？

问题一 我为什么要学数学

女儿贝贝上了大学后，像变了一个人似的，对专业学习非常用心，一有时间就泡在图书馆，学业成绩一直名列前茅。

大学毕业后，贝贝到德国留学。

上大学前，贝贝是个成绩平平、爱偷懒的孩子。小学时，贝贝偷偷向前一届学生借练习册，轻轻松松地抄了两年的家庭作业。我这个当老师的爹竟然被这“小屁孩”忽悠了两年。

读大学后，是什么激发了她学习的干劲？这让我感到好奇。

放暑假了，女儿回到家，我得问个明白：“小时候，为什么背着老爹偷抄别人的作业？”

女儿的回答让我感到意外：“爸爸，小时候天天上课呀、作业呀、背诵呀，不知道为什么要学这令人头大的数学，所以我就另辟蹊径了！”

“上大学了，怎么就认真了，每年都拿一等奖学金？”

“我选择的是自己喜欢的专业，知道学好这个专业是有用的！”

哦，原来如此！

有些孩子不喜欢数学学习，是否也是这原因呢？如果是这原因，那就不足为怪了！

我猜想，孩子幼小的心灵，也许会不自觉地冒出这个问题：我为什么要学数学？

如果学生不明白为什么要学数学，往往会出现这样的结果：为了满足

家长和老师的要求，只好盲目地强迫自己去学习数学——有些像我女儿一样“聪明”的家伙，就会另辟蹊径，要么偷抄作业，要么潦草应付。

由此，教师应该自觉地面对同一个问题：学生为什么要学数学？

如果教师也没有弄明白学生为什么要学数学，必然的结果是稀里糊涂地走在没有目标或者错误目标的教学道路上，学生又会面临怎样的境地呢？

一个教师非常认真地在做没有方向或方向错误的数学教育，结局是多么可怕啊！

因此，“学生为什么要学数学？”自然成为本书首先要反思的话题。

现在，请先随我一起从以下三个角度来思考这个问题。

反思1 三个“不等号”引发的质疑

学好数学，考出好成绩，上一所好大学，就能有一个比较好的工作，改变自己的命运，这是小时候父母亲经常告诫我们这些穷孩子的话。

为了考上大学，有一份好工作，过上比较好的生活，这是学数学的一个重要缘由。

小学毕业考、中考、高考，数学都是一门重要的考试科目。人们常说：“学好数理化，打遍天下都不怕。”可以看出数理化的重要性，其重要性直接体现在中高考上，影响中高考成绩，从而决定了重点高中与大学的录取。无论家长和学校，对数理化都相当地重视。

数理化三科，数学又是最为重要的基础学科，从幼儿园开始就接触数学、学习数学，小学、中学、大学的学习，数学都是一门必修的学科。而小学没有理化，只有数学，数学学好了，中学的理化没有太大问题。

那么，长大后，离开学校，也就离开了数学考试，学好数学的理由就更高尚一些了。从个人角度来看，学好数学，提高解决数学问题的能力，提升自己的生活水平和生活质量；从社会角度来说，学好数学，做一个有用的人，为社会作出更大的贡献。

然而，像我这样四十几岁的群体中，数学成绩好的，真的能活得好，对社会的贡献大吗？

这个问题值得我们每个教育工作者好好去琢磨。

思考这个问题之前，先容我讲一讲下面这个对我触动非常大的故事：

按现在流行的标准，我的一位年龄相仿的朋友郭总，可谓货真价实的成功人士。跟郭总聊天，常会激发我回头思考教育的问题。

郭总为孩子的学习而苦恼，找我问计。聊起学校读书的事，难免会勾起儿时的往事。他滔滔不绝地说开了。

还小的时候，他是班上最调皮的学生，经常挨班主任老师的批评和惩罚，学习也是最差的一个，由于记恨班主任老师，有一次纠集了几个同伙，潜进了老师家，“偷”走了几只鸡，抱着鸡跑到村头河边沙滩上烧烤，还未品尝到鸡肉的香味，就被老师跟踪发现，在“犯罪”现场逮了一个正着。

小学毕业时，由于成绩很差，没有考上初中。离开学校时，班主任老师还送给他一句话：“你这小子，长大后肯定要进‘那个地方’！”

不言而喻，“那个地方”指的是牢房。

长大后体检当上兵，在部队里历练了几年，退伍后到了厦门打拼。从一个建筑工人开始干起，慢慢当了小工头，现在成了大老板、企业家。

幸运的是，他没有进小学班主任说的“那个地方”。

在艰苦创业的过程中，慢慢感受到学习的重要性，郭总花了几十万人民币读厦门大学的MBA，读清华的“大款班”。教授的课让他知道自己的钱是怎么来的，自己的企业是怎么发展壮大，为什么赚了钱要去做善事……

每次回老家，他总要做三件事。第一件事是，准备两瓶茅台去拜访小学时的班主任，他成为班里学生与班主任关系最好的一个；第二件事是，向儿时读书的小学捐款20万元；第三件事是邀请儿时的同学聚会。

聊了一会儿，郭总给我提了一个他始终想不明白的问题：同学聚会时，总是小时候在班主任家“偷”鸡的那几个“坏蛋”买单，而学习很好、经常受老师表扬的那几个同学，大多在做小生意维持生计，生活困难。为什么会出现这种情况？

郭总的问题让我一时无法回答上来，于是约好第二天继续聊这个话题。

难道这是个案？

在我的同学中，很多学习成绩好的同学的确也不如当时“最落后”的。

我给几个朋友打电话，把同样的问题抛给他们，朋友们也有同样的感受。

晚上，我辗转反侧，无法入睡。回想小时候的学习生活，似乎找到了答案。

第二天，我们如约在一个咖啡馆喝茶，我开玩笑说：“幸运的是，你没有被套进老师为你定制的笼子里。”

“小时候读书，老师没有给我们造笼子呀！”

“有的，这只笼子会害人，只要钻进去，很难逃出来。”

“什么笼子？”郭总不得其解。

“这只笼子看不见，孩子们只要被套进去，就没有自由，思维受限制，被禁锢，会做题而不会做事。”我郑重其事地说。

“是应试教育的笼子！”郭总若有所思。

“应试教育的笼子是怎样的？”郭总像小孩子一样好奇。

“小时候，老师是怎么教我们语文的？”我开始启发与引导。

“背生字、生词，给课文分段，背课文中心思想，没有一点意思！”郭总毫不犹豫地说。

“数学呢？”

“计算，每天就计算，更没意思！”

“学这些，对你现在的工作有用吗？”

“没有多大用！谁还会那样算，我有计算器。”郭总似乎明白了许多，一个劲地笑。

“在笼子里面的学生，反反复复地看笼子里面的东西，考试也是考笼子里面的内容，因此，他们的‘成绩’比笼子外的学生好；在笼子外的学生，不受笼子的禁锢与束缚，活动空间大，能看到外面的世界，虽然‘成绩’不如笼子里面的学生，但他们有灵活性与创造性。”我继续解释。

“哦！明白了！以后要经常跟你这样的人聊天。”郭总似乎认同我的观点。

.....

郭总小时候是典型的“坏孩子”，学习成绩差使他在小学五年级就停止了学校学习的脚步，经过他多年的努力（社会学习），成就了一番事业。我们无法臆断郭总与他学习成绩好的同学幸福指数的高低，因为幸福感在人的心里，与钱的多少很难画等号。但从郭总身上可以印证一点：小时候的数学学习，与长大后取得的成就（个人财富以及社会贡献等）不能简单画等号。

郭总是山区学校里的孩子，他那些所谓学习好的同学到了县城读初中后，成绩保持很好的不多。而那些中学时真正书念得很好的学生，毕业后的表现又如何呢？

回答这个问题前，我们不妨先读读中国社科院的一则调查报告：

中国恢复高考以来 3300 名状元中，无一人成为行业领袖，100 位科学家、100 位社会学家、100 位企业家中，除科学家的成就与学校教育有一定关系外，其余与学校教育没有正相关关系。

通过核查“2007 中国高校杰出校友排行榜”的杰出人才发现，在“杰出企业家”中没有一位是高考状元，通过调查中国两院院士、外国两院院士、长江学者和长江学者成就奖获奖人等专家名单，均没有出现高考状元的名字，同样在“杰出政治家”中也没有出现高考状元的影子。这说明了高考状元尚未出现在主流行业的“职场状元”群体中，状元仅是“考场状元”，尚未成为“职场状元”。

中科院的这则报告说明“考场状元” $\neq$ “职场状元”，或者可以这么说，“考场能手” $\neq$ “职场能手”。学校教育到底是为了培养“考场能手”还是“职场能手”？当然是“职场能手”，通过培养“考场能手”，最后成就“职场能手”和“职场状元”。

为什么我们总是能制造“考试状元”，而“考试状元”却无法成为“职场状元”呢？

2013 年 10 月 25 日《北京晚报》的一则关于“数学滚出高考”的报道，从一个侧面回答了这个问题。

继北京高考英语降分引发热议，数学又引发了大家的集体吐槽，对于高考数学，网上喊“滚”一片，并纷纷吐槽被数学虐待的那些年。新浪微博关于“数学该滚出高考吗”的调查显示：截至今日，已有近 10 万网友参与投票讨论。其中，7 万多网友支持数学滚出高考，称自己仅是“做题机器”，实际生活中广泛使用的只有加减乘除，仅有 2 万多网友表示“学习数学能培养逻辑思维能力”。

“数学该滚出高考吗”的问卷调查结果，暂且不去追究其真实性与准确性，作为数学教育工作者，应从网络上的民意，敏锐地发出对数学教育有价值的追问：

难道数学学习对人的成长真的无用吗？

小时候，我们学习的是什么样的数学？

小时候，老师是怎么教数学的？自己是如何学习数学的？

小时候所学的数学，哪些记忆深刻？哪些已经彻底被遗忘？

小时候所学的数学，是否在我的生活和工作中发挥了作用？起到了多大的作用？

小时候所学的数学，哪些在我的工作和生活中发挥了作用？哪些数学学习是无用的，甚至是起反作用的？

.....

带着这一连串的问题，我“采访”了许多同事和朋友，说法虽不尽相同，但意思基本一致：

小时候学的数学知识忘得差不多了。

小时候学的数学知识在工作和生活中运用得不多。

小时候学习的数学主要是计算与解题，比较枯燥无味。

小时候学习的数学与现实有很大差异，数学学得比较好的学生，在解决实际生活问题时并不占多大的优势。

.....

一句话，小时候数学学习的成绩，不能与解决实际生活问题的能力画等号。我到厦门买房，经历了一次深刻的“自我教育”。

买了几套房，自认为使用数学头脑买出了水平。到厦门后买的一套房，却买出了三个数学问题。

第一个问题：

2008年下半年，全球金融危机让房地产市场雪上加霜，每个售楼部门庭冷落时，我却走了进去，享受各种优惠政策：每平方米减400元，省了6万多；贷款按首套房计息并七折优惠；160平方米按普通住房贷款。按这样计算，每个月的还贷就比原来节省1000多元。

有两种还贷方式供我选择，一种是等量还贷；一种是递减还贷。等量