华腾教育

高等学校教材经典同步辅导丛书数学基础类(一)
配高教社《高等数学》(第六版)下册 同济大学数学系 编

高等数学
同步辅导及习题全解

下册 同济·第六版

华腾教育教学与研究中心
丛书主编 清华大学 范亮宇
本书主编 同济大学 王建福

◈紧扣教材 ◈知识精讲 ◈习题全解
◈应试必备 ◈联系考研 ◈网络增值

中国矿业大学出版社

高等学校教材经典同步辅导丛书

高等数学

（第六版）下册

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心
丛书主编　清华大学　范亮宇
本书主编　同济大学　王建福

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书是应用数学系编的出版，同济大学应用数学系编的《高等数学》（第六版）教材的配套辅导书。及备忘录等部分组成、学习导引、知识点归纳、典型例题与解题技巧、历年考研真题评析、课后习题全解及备忘录等部分组成，旨在帮助读者掌握知识要点，学会分析及备忘录等部分组成法技巧，并且提高学习能力及应试能力。

本书可供及备忘录等部分组成程的同步辅导使用，也可作为研究生入学考试的复习资料，及备忘录等部分组成及相关工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学（下册）同步辅导及习题全解/王建福主编．徐州：中国矿业大学出版社，2006.8

（高等学校教材经典同步辅导丛书）

ISBN 7-81107-395-1

Ⅰ．高…　Ⅱ．王…　Ⅲ．高等数学—高等学校—教学参考资料　Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 086956 号

书　　名　高等数学（下册）同步辅导及习题全解

主　　编　王建福

责任编辑　罗　浩

选题策划　孙怀东

特约编辑　王丽娜

出版发行　中国矿业大学出版社

印　　刷　北京市昌平百善印刷厂

经　　销　新华书店

开　　本　880×1230　1/32　**本册印张** 16　**本册字数** 330 千字

印　　次　2007 年 8 月第 1 版第 2 次印刷

总 定 价　114.00 元

高等学校教材
经典同步辅导丛书编委会

前 言

《高等数学》是高等院校理工科专业的一门重要的基础课程，也是全国硕士研究生理工专业入学考试的统考课。

同济大学数学系编的《高等数学》(第六版)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材，被全国许多院校采用。

为了帮助读者更好地学习这门课程，掌握更多的知识，我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《高等数学同步辅导及习题全解》(第六版)。本书旨在使广大读者理解基本概念，掌握基本知识，学会基本解题方法与解题技巧，进而提高应试能力。本书作为一种辅助性的教材，具有较强的针对性，启发性，指导性和补充性的特点。

考虑到《高等数学》这门课程的特点，我们在内容上作了以下安排：

1. 课程学习指南　从该课程的知识体系出发，对各个章节在全书中的位置，以及与其他章节的联系作了简明扼要的阐述，使学习更有重点。

2. 学习导引　说明该章包括的主要内容，学习的侧重点，以及要掌握的知识点。

3. 知识点归纳　串讲概念，总结性质和定理，使知识全面系统，便于掌握。

4. 典型例题与解题技巧　对本章所涉及的知识点进行分类，给出典型的例题，并进行深入、详细地讨论和分析，引导学生思考问题，拓展思路。

5. 历年考研真题评析　精选近年名校考研真题并进行深入地讲解。

6. 课后习题全解　给出了同济大学数学系编的《高等数学》(第六版)各章习题的答案。我们给出了详细的解题过程，而且对有难度或综合性较强的习题做了分析和小结，从而更好地帮助学生理解掌握每一知识点。

7. 备忘录　给出本章考点和易错点，便于复习和深入学习。

8. 2007 年考研真题　本书在最后附有 2007 年研究生统考数学试题，并给出了相应的答案，便于学生对自己的学习效果进行考核。

本书在编写时参考了大量的优秀教材和权威考题。在此，谨向有关作者和所选考试、考研试题的命题人以及对本书的出版给予帮助和指导的所有老师、同仁表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，本书难免出现不妥之处，恳请广大读者批评指正。

联系我们

华腾教育网：http://www.huatengedu.com.cn

电子邮件：huateng@huatengedu.com

华腾教育教学与研究中心

目 录

课程学习指南

高等数学是理工类、经济管理类等各专业必修的一门重要的理论基础课，又是学习后续技术基础课程和专业课程的重要基础，也是有关各专业研究生入学考试的必考科目。

学习高等数学的目的是要掌握高等数学的基本概念、基本定理以及重要公式，进而提高分析问题与解决问题的能力，同时也为后续各专业课的学习打下基础。

高等数学具有很强的理论性和逻辑性，需要一定的初等数学基础。同时，高等数学具有很广泛的基础性和适用性，是电学、力学、化学、经济管理等许多专业最重要的先修课程。电学中电路理论、数学信号处理等课程中都广泛运用了微积分、傅立叶级数等相关知识。化学中物理化学、分析化学等课程都用到了高等数学中的微积分、导数等相关知识。力学中理论力学、材料力学等课程都用到了微积分、无穷级数等相关知识。同样在经济管理类学科中，高等数学也得到了广泛运用。

高等数学共分为五个部分。第一部分函数与极限，主要讲述了函数与极限的基本概念、性质及定理；第二部分为一元微积分，主要讲述了导数与微分、微分中值定理、不定积分、定积分、微分方程及其应用；第三部分为空间解析几何与向量代数，主要讲述了向量的运算及曲线曲面方程；第四部分为多元微积分，主要讲述了多元函数微分法、重积分、曲线曲面积分；第五部分为无穷级数，主要讲述了常用级数的概念、性质以及判定方法。

为了加强读者对高等数学相关知识的掌握，为了帮助读者学好这门基础课程，建议在学习过程中按以下方法学习：

1. 掌握基本概念、理解基本定理、熟记重要公式。
2. 要注意前后联系，融会贯通，保持知识的连贯性。
3. 培养自己分析和解决问题的能力。
4. 培养自己抽象思考和逻辑推理的能力。
5. 要养成认真思考、细心推导的良好学习习惯。

此外，为了帮助学生在期末、考研等考试中取得好成绩，我们提出以下建议：

1. 爱思考、勤分析。准确判断问题所蕴含的数学知识，并能够建立对应的模型，想出解决方法。

2. 能抽象、会推导。把具体的、复杂的问题化为抽象的、简单的数学问题，并能合理运用相关公式进行推理、演绎。

3. 多做题、善归纳。要解答大量的相关题目，并归纳总结解题思路及技巧，做到举一反三。

第八章

空间解析几何与向量代数

学习导引

空间解析几何与平面解析几何的思想方法类似，都是用代数方法研究几何问题，其重要工具就是向量代数，空间解析几何知识是进一步学好多元函数微积分的重要基础。

第一节 向量及其线性运算

知识点归纳

1. 向量的相关概念

(1) 向量：既有大小，又有方向的量称为向量(或矢量)，例如，力、位移、速度等都是向量.

(2) 向量的表示：以 A 为起点，B 为终点的向量记作$\overrightarrow{AB}$，它可以用一个从点 A 到点 B 的带有箭头的有向线段表示，向量也常用黑体字母表示，如 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{F}$.

(3) 自由向量：具有大小和方向，而无特定位置的向量称为自由向量. 在数学中，我们通常只研究与起点无关的自由向量.

(4) 相等向量：大小相等、方向相同的两个向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$称为相等向量，记作$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 相等的向量经过平移可以完全重合(起点和终点分别重合).

(5) 向量的模：向量 $\boldsymbol{a}(\overrightarrow{AB})$ 的大小称为向量的模，记作 $|\boldsymbol{a}|$ ($|\overrightarrow{AB}|$).

(6) 单位向量：模等于 1 的向量称为单位向量，即若 $|\boldsymbol{a}|=1$，则 $\boldsymbol{a}$ 就是单位向量.

(7) 零向量：模等于零的向量称为零向量，记作 $\mathbf{0}$. 零向量的起点和终点重合，其

方向是任意方向.

(8) 平行向量(共线向量):若两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的方向相同或相反,则称它们是平行向量,记作 $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$. 两个平行向量经过平移可以位于同一条直线,因此平行向量也称为共线向量. 零向量与任何向量都平行.

2. 向量的坐标

将向量 $\boldsymbol{a}$ 的起点与空间直角坐标系的原点重合,则向量 $\boldsymbol{a}$ 终点的坐标 (x,y,z) 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标,记为 (x,y,z),并且 $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

注 设向量的起点和终点分别为 $A(x_1,y_1,z_1)$、$B(x_2,y_2,z_2)$,则向量 $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$.

3. 方向角与方向余弦

非零向量 $\boldsymbol{a}$ 与坐标轴的三个夹角 α、β、γ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 的方向角. $\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 的方向余弦. 以向量 $\boldsymbol{a}$ 的方向余弦为坐标的向量就是与 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位向量 $\boldsymbol{e}_a$,故 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$, $\boldsymbol{e}_a=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$

若 $\boldsymbol{a}=(x,y,z)$,则

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \cos\beta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}.$$

4. 向量在轴上的投影

设向量 $\boldsymbol{a}$ 与数轴 u 轴的夹角为 φ,则 $|\boldsymbol{a}|\cos\varphi$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 在 u 轴上的投影,记为 $\mathbf{Prj}_u\boldsymbol{a}$ 或 $(\boldsymbol{a})_u$.

$$\mathbf{Prj}_a = |\boldsymbol{a}|\cdot\cos\varphi \quad \mathbf{Prj}_u(\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2) = \mathbf{Prj}_u\boldsymbol{a}_1 + \mathbf{Prj}_u\boldsymbol{a}_2$$

$$\mathbf{Prj}_u(\lambda\boldsymbol{a}) = \lambda\mathbf{Prj}_u\boldsymbol{a}$$

注 ① 向量在与其方向相同的轴上投影为向量的模 $|\boldsymbol{a}|$.

② 在空间直角坐标系上,向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标 (x,y,z) 是 $\boldsymbol{a}$ 向各坐标轴的投影,向量 $\boldsymbol{a}$ 可以表示成分量 $\boldsymbol{a} = x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$.

5. 向量的线性运算

向量的加法 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$ 和数乘向量 $(\lambda\boldsymbol{a})$ 称为向量的线性运算.

两个向量平行(共线)的条件:

(1) 设 $\boldsymbol{a}\neq\mathbf{0}$,则向量 $\boldsymbol{b}$ 平行于向量 $\boldsymbol{a}$ 的充分必要条件是存在唯一的实数 λ,使得 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

(2) 两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行(共线)的充分必要条件是存在不全为零的数 λ 和 μ,使得 $\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$(即向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 线性相关).

(3) 在线性运算中,按首尾连接法可知 $\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots\boldsymbol{a}_n$ 等于 $\boldsymbol{a}_1$ 的起点到 $\boldsymbol{a}_n$ 的终点所确定的向量.

6. 向量的单位化

设 $\boldsymbol{a}$ 是非零向量，则向量 $\frac{1}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a}$ 是与 $\boldsymbol{a}$ 方向相同的单位向量，称为向量 $\boldsymbol{a}$ 的单位化，记作 $\boldsymbol{a}^0=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$. $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}\xrightarrow{\text{单位化}}\boldsymbol{a}^0=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$.

典型例题与解题技巧

题型 1 空间直角坐标系的概念

解题分析 向量的坐标表示

在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，以原点为起点，点 $M(a,b,c)$ 为终点，向量 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}$ 都可以唯一地分解成基本单位向量 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 的线性组合

$$\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}=a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j}+c\boldsymbol{k},$$

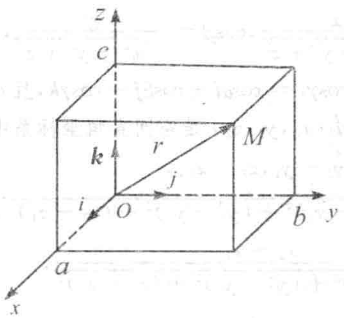

图 8-1

称 x,y,z 为向量 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}$ 的坐标或分量，记

$$\boldsymbol{r}=a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j}+c\boldsymbol{k}=\{a,b,c\}.$$

例 1 证明：以三点 $A(3,1,10)$，$B(9,-1,7)$，$C(1,4,4)$ 为顶点的三角形是等腰直角三角形.

分析 空间中两点 $A(x_1,y_1,z_1)$，$B(x_2,y_2,z_2)$ 的距离

$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

解 $|AB|=\sqrt{(3-9)^2+(1+1)^2+(10-7)^2}=7$

$|AC|=\sqrt{(3-1)^2+(1-4)^2+(10-4)^2}=7$

$|BC|=\sqrt{(9-1)^2+(-1-4)^2+(7-4)^2}=7\sqrt{2}$

因 $|AB|=|AC|$，且 $|AB|^2+|AC|^2=|BC|^2$

所以 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

练习题 设向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 的坐标分别是 $(1,5,2),(0,-3,1),(-1,2,3)$ 求下列向量的坐标(1) $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$;(2) $-\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$.

提示 利用向量的坐标表示可得 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}=(-1,19,12)$

$-\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=(0,-13,3)$.

题型 2 向量的概念和线性计算

解题分析 设 $M(x,y,z)$ 为空间直角坐标系中任一点,$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别为三个坐标轴上的单位矢量,则 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OM}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$.

简记 $\boldsymbol{a}$ 的同向单位矢量为

$$\boldsymbol{a}^0=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\left\{\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right\}$$

若令 $\cos\alpha=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\cos\beta=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\cos\gamma=\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$,

则 $\boldsymbol{a}^0=\{\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma\}=\cos\alpha\boldsymbol{i}+\cos\beta\boldsymbol{j}+\cos\gamma\boldsymbol{k}$,且 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$.

设 $M_1(x_1,y_1,z_1),M_2(x_2,y_2,z_2)$ 是空间直角坐标系中的两点,则

$\overrightarrow{M_1M_2}=\{x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1\}$,

$|\overrightarrow{M_1M_2}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$,

$$\cos\alpha=\frac{x_2-x_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}},$$

$$\cos\beta=\frac{y_2-y_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}},$$

$$\cos\gamma=\frac{z_2-z_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}}.$$

例 2 设 $\boldsymbol{a}=(4,5,-3),\boldsymbol{b}=(2,3,6)$,求 $\boldsymbol{a}$ 对应的单位向量 $\boldsymbol{a}^0$ 及 $\boldsymbol{b}$ 的方向余弦.

分析 利用单位向量和方向余弦的概念

解 与 $\boldsymbol{a}$ 对应的单位向量 $\boldsymbol{a}^0$ 是与 $\boldsymbol{a}$ 方向相同的单位向量,因此

$$\boldsymbol{a}^0=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{1}{\sqrt{4^2+5^2+(-3)^2}}(4,5,-3)=\left(\frac{4}{\sqrt{50}},\frac{5}{\sqrt{50}},\frac{-3}{\sqrt{50}}\right)$$

同上,可求出与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同的单位向量 $\boldsymbol{b}^0$.

$$\boldsymbol{b}^0=\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{1}{\sqrt{2^2+3^2+6^2}}(2,3,6)=\left(\frac{2}{7},\frac{3}{7},\frac{6}{7}\right)$$

从而,$\boldsymbol{b}$ 的方向余弦为 $\cos\alpha=\dfrac{2}{7},\cos\beta=\dfrac{3}{7},\cos\gamma=\dfrac{6}{7}$.

例 3 向量$\boldsymbol{a}$与x轴正向、y轴正向的夹角相等，与z轴的夹角是前者的两倍，求与$\boldsymbol{a}$同方向的单位向量.

分析 与向量$\boldsymbol{a}$同方向的单位向量即以$\boldsymbol{a}$的方向余弦为坐标的向量，故问题的关键在于求出$\boldsymbol{a}$的方向余弦.

解 设向量$\boldsymbol{a}$与x轴正向、z轴正向的夹角为α，则它与y轴的正向夹角为2α，那么，$\boldsymbol{a}$的方向余弦分别是$\cos\alpha,\cos\alpha,\cos2\alpha$，

故 $\cos^2\alpha+\cos^2\alpha+\cos^2(2\alpha)=1$

即 $2\cos^2\alpha-1+\cos^2(2\alpha)=0$.

由此得到 $\cos2\alpha(\cos2\alpha+1)=0$

故 $\cos2\alpha=0$ 或 $\cos2\alpha=-1$

又因 $2\alpha\in[0,\pi]$，所以 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{\pi}{2}$

则 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2},\cos\beta=\frac{\sqrt{2}}{2},\cos\gamma=0$ 或 $\cos\alpha=0,\cos\beta=0,\cos\gamma=-1$

因此，所求的单位向量为$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$或$(0,0,-1)$.

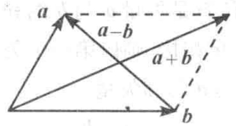

图 8-2

例 4 已知 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=\frac{\pi}{4}$，求向量$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$的夹角.

分析 当已知向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的模及夹角时，常常将其一向量沿x轴摆放. 注意，这是一种常用方法，往往能起到化繁为简的作用.

解 如图 8-2 所示，将向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$表示在坐标系中，由此可得

$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i},b=\sqrt{2}\cdot\cos\frac{\pi}{4}\boldsymbol{i}+\sqrt{2}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\boldsymbol{j}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$，

故 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\{2,1\},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\{0,-1\}$，

$\cos(\widehat{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}})=\frac{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}||\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

因此$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$的夹角为$\arccos(-\frac{\sqrt{5}}{5})$.

练习题 向量$\overrightarrow{OM}$与 x 轴成 $45°$，与 y 轴成 $60°$，它的长度等于 6，它在 z 轴上的坐标是负的，求$\overrightarrow{OM}$的坐标和沿$\overrightarrow{OM}$方向的单位向量

提示 利用 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$ 得沿$\overrightarrow{OM}$方向的单位向量为$(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{OM}=(3\sqrt{2},3,-3)$.

题型 3 利用向量的运算性质求证的证明题

解题分析

1. 数乘

数乘矢量 $\triangleq$ 矢量 $\boldsymbol{a}$ 与一数量 m 之积 $m\boldsymbol{a}$.

该矢量 $m\boldsymbol{a}$ 的大小为 $|m\boldsymbol{a}|$，方向与 $\boldsymbol{a}$ 平行，当 $m>0$ 时，与 $\boldsymbol{a}$ 同向；当 $m<0$ 时，与 $\boldsymbol{a}$ 反向；而当 $m=0$，$m\boldsymbol{a}$ 为零向量，设 $\boldsymbol{a}=\{x,y,z\}$，则 $m\boldsymbol{a}=\{mx,my,mz\}$.

2. 矢量的加法

平行四边形法则：将两矢量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的起点平移至 O 点处，以 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为邻边作平行四边形，设 P 为 O 的对角顶点，则$\overrightarrow{OP}$就是矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和.

三角形法则：将矢量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 首尾相接，则以第一个矢量的起点为起点，第二个矢量的终点为终点的矢量 $\boldsymbol{c}$，就是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和矢量

$$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}.$$

3. 矢量的减法

将矢量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的起点平移至 O 点处，则以 $\boldsymbol{a}$ 的终点为终点，$\boldsymbol{b}$ 的终点为起点的矢量就是$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，类似地可定义$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$.

设空间直角坐标系中有两个矢量：

$$\boldsymbol{a}=x_1\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}+z_1\boldsymbol{k}=\{x_1,y_1,z_1\}$$

$$\boldsymbol{b}=x_2\boldsymbol{i}+y_2\boldsymbol{j}+z_2\boldsymbol{k}=\{x_2,y_2,z_2\}$$

则 $$\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{x_1\pm x_2,y_1\pm y_2,z_1\pm z_2\}.$$

例 4 用向量的方法证明：三角形的中位线平行于底边且它的长度等于底边的一半.

分析 只需证明表示中位线的向量与表示底边的向量方向相同，前者长度是后者的一半即可

证 设$\triangle ABC$ 中，D、E 分别为 AB、AC 的中点，

因$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$EA=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$，