$e^{\pi i}+1=0$

Panorama of Mathematics

数学概览 10.2

数学的世界 II

从阿默士到爱因斯坦
数学文献小型图书馆

高等教育出版社

Panorama of Mathematics

数学概览 10.2

SHUXUE DE SHIJIE II

数学的世界 II

从阿默士到爱因斯坦
数学文献小型图书馆

J.R. 纽曼 编

李文林 等译

译 者 王丽霞 杨宝山 赵继伟 滕艳辉
赵振江 杨 显 袁向东 朱尧辰
李文林 周 畅 聂淑媛 程 钊
（排名不分先后）

高等教育出版社·北京

图书在版编目 (C I P) 数据

数学的世界 . 2 / (美) 纽曼 (Newman, J. R.) 编 ; 李文林等译. -- 北京 : 高等教育出版社, 2016. 5

(数学概览 / 严加安, 季理真主编)

ISBN 978-7-04-044640-1

I. ①数··· Ⅱ. ①纽··· ②李··· Ⅲ. ①数学-普及读物 Ⅳ. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 030452 号

策划编辑 王丽萍　　责任编辑 李 鹏　　封面设计 王 琰　　版式设计 杜微言
责任校对 张小镝　　责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	网　址	http://www.hep.edu.cn
社　址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印　刷	国防工业出版社印刷厂		http://www.hepmall.com
开　本	787mm×1092mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印　张	23.25		
字　数	370 千字	版　次	2016 年 5 月第 1 版
购书热线	010-58581118	印　次	2016 年 5 月第 1 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　价	59.00 元

物料号　44640-00

目 录

第 11 部分*

历史和传记

*原书第 II 部分.

编者评注

大数学家

在刚开始收录本选集时, 我就决定应该收入一部本学科的传记史著作. 这既可为本书的其他选题提供背景和环境支撑, 也可作为一般读者的小参考手册. 但要找到一本简洁、权威、可读性强的初级数学史著作并非易事. W. W. R. 鲍尔 (W. W. R. Ball) 的《初级数学史》(*A Primer of the History of Mathematics*) 是一本有价值的书, 但太老了. J. W. N. 沙利文 (J. W. N. Sullivan) 的《欧洲数学史》(*The History of Mathematics in Europe*) 是一本非常好的概论, 但只讲述了直到 18 世纪末的故事; 我把它推荐给大家, 提请注意该书. 德克 · 斯特罗伊克 (Dirk Struik) 的《数学简史》(*A Concise History of Mathematics*) 有诸多优点, 但对于我的目的来说它有点儿太高深了, 而且有时也比较枯燥. 由于需要将之翻译为英文, 我没有考虑少数几本可能比较合适的法文和德文书.

特恩布尔 (Turnbull) 的这本传记史著作, 是一本精彩的小书, 它刚好能在所有方面满足我的要求. 这本书讲的是几位 "在这门历史悠久的学科中代表着其所在时代" 的伟大数学家的故事. "我试图说明," 特恩布尔教授在该书序言中写道, "一个数学家如何思考, 他的想象力和推理如何将他引领到针对已知事实的新观点. 书中偶尔也需要画一个图或引用一个公式, 但不喜欢这些图和公式的读者完全可以跳过它们往后读. 然而, 我希望读者不要太轻易地绝望和放弃, 而能在所附评论的帮助下, 在这门学科那些优雅的工具中找到某些值得赞赏的东西." 这本书与在它之前收录的那本书有重叠之处, 但是这两本书互相补充, 喜欢其中一本的读者也会从另外一本中得到同样的乐趣. 茹尔丹 (Jourdain) 着重阐释数学思想, 特恩布尔则致力于为提供这些思想的人物勾勒大量生动的草图.

特恩布尔对代数学 (行列式、矩阵、方程理论) 有卓越的研究, 他是苏格兰圣·安德鲁斯大学数学钦定教授、皇家学会会员, 而且正如在本书以及其他一些作品中所展示出的, 他还是一位有天赋的数学思想的简化者.

我们想到欧几里得就像想到晶莹剔透的冰宫; 我们赞美牛顿就像赞美特纳利夫岛的山峰. 即使是抽象思维中最紧张的劳动、最遥远的胜利, 似乎也把我们带到不同于我们自己领域的地带 —— 进入纯粹推理的未知领域, 向人类的光荣投射一股寒意.

—— 沃尔特 · 巴奇霍特

集腋成裘.

—— 乔叟

每件重要的事情在被某个刚发现它的人说出之前都已经被别人说过了.

—— 艾尔弗雷德 · 诺思 · 怀特海

1 大数学家*

赫伯特 · 威斯特恩 · 特恩布尔

前 言

数学对科学发展的推动作用是公认的. 但除了专家之外, 很少有人将数学作为一项专门的人类活动来研究其性质和目的. 这无疑要归因于数学研究从头到尾都充满了专业术语这一不可避免的缺点. 尽管充分认识到本人所承担的这项工作充满各种困难, 但我还是抱着既要帮助揭示某种数学精神、又不使用复杂的数学符号而过度增加读者阅读困难的希望来写这本小书的. 本书讲的是在这门历史悠久的学科中代表其所在时代的几位伟大数学家的故事. 我试图说明一个数学家如何思考, 他的想象力和推理如何将他引领到针对已知事实的新观点. 书中偶尔也需要画一个图或引用一个公式, 但不喜欢这些图和公式的读者完全可以跳过它们往后读. 然而, 我希望读者不要太轻易地绝望和放弃, 而能在所附评论的帮助下, 在这门学科那些优雅的工具中找到某些值得欣赏的东西.

*本文及编者评注由王丽霞翻译.

这样篇幅的小书对历史的叙述自然是不完全的; 为此, 我们提供了几本参考文献以供进一步阅读. 在这里我很高兴地对这些文献以及其他一些大部头著作的作者们, 特别是我大学时的导师、已故的罗斯 · 鲍尔 (W. W. Rouse Ball) 先生表达深深的谢意, 罗斯先生是第一个唤醒我对这个主题的兴趣的人. 我还要真诚地感谢圣 · 安德鲁斯大学的几位新老同事们, 他们对于古代数学做了重要而且具有启发性的研究; 真诚地感谢对本书提出许多宝贵建议和批评的好心的朋友们.

在准备本书第二版的时候, 我得益于朋友们不时提出的一些建议. 我对大家提出的那些消除一些小瑕疵以及作少量增补的方法表示感谢. 特别地, 本版增加了一个年表.

第三版前言

对前几章以及第 6 章的内容做了少量增加, 包括吸收了在数学铭文和手稿中发现的最新结果, 特别是那些扩展了我们对于古巴比伦和古埃及数学认识的结果. 非常感谢托马斯 · 希思爵士 (Sir Thomas Heath) 的《希腊数学指南》(*Manual of Greek Mathematics*)(1931), 以及阅读该书所给予我的帮助. 这本书对于相关进展提供了简短而精湛的描述, 科学界由此受益良多.

H. W. T.

1940 年 12 月

第四版前言

在进入下半世纪的转折点处, 对第 11 章增加一个后记, 谈谈数学在本世纪最初几年的发展情况是适当的. 哈密顿 (Hamilton) 的代数学发现, 魏尔斯特拉斯 (Weierstrass) 的分析理论, 还有冯 · 施陶特 (Von Staudt) 的几何学创新以及他们的许多杰出同代人的工作, 开启了数学的美妙进展, 紧随这些进展之后数学又发生了哪些变化呢? 一个非常值得注意的发展就是美国数学上升到世界前列, 这件事情发生得异常迅速, 而且主要是伴随着受皮尔斯 (Peirce) 启发形成的抽象代数的研究而发生的. 皮尔斯是哈密顿学派的一个伟大的美国弟子. 代数学中这种进展的代表人物是韦德伯恩 (Wedderburn), 他在皮尔斯以及德国数学家弗罗贝尼乌斯 (Frobenius)、法国数学家嘉当 (Cartan) 奠定

的基础上建立了抽象代数. 通过放弃乘法交换律、发明四元数, 哈密顿为不同于人们所熟悉的普通系统的新代数系统的研究打开了一扇门. 单一代数学变为多种代数学, 正如非欧几何的发明使单一几何学变为多种几何学一样. 人们长久以来一直未曾想到过的多种代数学的出现很自然地导致了代数分类问题的研究. 对于这个问题, 韦德伯恩循着嘉当暗示的线索进行研究并取得了巨大的成功. 这件事情使人们对抽象理论有了更加深入广泛的理解, 也为量子力学的进一步发展提供了颇受欢迎并且肥沃丰产的介质. 与这种代数抽象方法同时发生的是代数处理技术通过弗罗贝尼乌斯、舒尔 (Schur) 和 A. 杨 (A. Young) 在群论及其表示和应用方面的发现获得了强有力的推进.

在同样明显地出现多种分支的算术和分析中也有类似的趋势. 其中的典型代表是巴拿赫空间的估值及识别理论. 阿基米德公理 (第 29 页) 在此处于危险状态: 一旦关于直线上正则相等步骤的概念被几何学的新形式所拓展, 这也就不足为奇了. 可以说, 算术和分析被规划和打造得更加抽象了. 值得注意的是, 随着纯数学 4 个伟大分支中这种一般化趋势的发展, 这些分支失去了它们自身的某些独特性而变得更加相似了. 怀特海 (Whitehead) 关于几何学作为跨类科学的描述仍然是极为正确的. 数学的应用 —— 尤其是在逻辑学和统计学中的应用, 还在继续扩展.

H. W. T.

1951 年 5 月

目　录

年　表

?公元前 18 世纪	阿姆士 (?1800—)
公元前 6 世纪	泰勒斯 (640—550), 毕达哥拉斯 (569—500)
公元前 5 世纪	安纳萨戈拉斯 (?500—428), 芝诺 (495—435), 希波克拉底 (470—), 德谟克利特 (?470—)
公元前 4 世纪	阿尔希塔斯 (?400), 柏拉图 (429—348), 欧多克索斯 (408—355), 梅内克缪斯 (?375—325)
公元前 3 世纪	欧几里得 (?330—275), 阿基米德 (287—212), 阿波罗尼奥斯 (?262—200)
公元前 2 世纪	希帕凯斯 (?160—)
公元 1 世纪	门纳劳斯 (?100)
公元 2 世纪	托勒密 (?100—168)
公元 3 世纪	海伦 (?250), 帕普斯 (?300), 丢番图 (—320?)
公元 6 世纪	阿耶波多 (?530)
公元 7 世纪	婆罗摩笈多 (?640)
公元 12 世纪	比萨的列奥纳多 (1175—1230)
公元 16 世纪	西皮奥 · 费罗 (1465—1526), 塔尔塔利亚 (1500—1557), 卡尔达诺 (1501—1576), 哥白尼 (1473—1543), 韦达 (1540—1603), 纳皮尔 (1550—1617), 伽利略 (1564—1642), 开普勒 (1571—1630), 卡瓦列里 (1598—1647)
公元 17 世纪	德萨格 (1593—1662), 笛卡儿 (1596—1650), 费马 (1601—1665), 帕斯卡 (1623—1662), 沃利斯 (1616—1703), 巴罗 (1630—1677), 葛列格里 (1638—1675), 牛顿 (1642—1727), 莱布尼茨 (1646—1716), 雅各 · 伯努利 (1654—1705), 约翰 · 伯努利 (1667—1748)
公元 18 世纪	欧拉 (1707—1783), 棣莫弗 (1667—1754), 泰勒 (1685—1741), 麦克劳林 (1698—1746), 达朗贝尔 (1717—1783), 拉格朗日 (1736—1813), 拉普拉斯 (1749—1827), 柯西 (1759—1857)

公元 19 世纪	高斯 (1777—1855), 冯 · 施陶特 (1798—1867), 阿贝尔 (1802—1829), 哈密顿 (1805—1865), 伽罗瓦 (1811—1832), 黎曼 (1826—1866), 西尔维斯特 (1814—1897), 凯莱 (1821—1895), 魏尔斯特拉斯 (1815—1897), 以及其他许多数学家
公元 20 世纪	拉马努金 (1887—1920), 以及许多在世的数学家

第 1 章
早期发端: 泰勒斯、毕达哥拉斯及毕达哥拉斯学派

即使在今天, 就人们长期积累的精确测量技术来看, 让从不同方向穿过同一座山体的直线汇聚并形成一条隧道仍然是一项值得关注的大工程. 而使得从一个完美正方形的四个角出发的直线, 以特定的角度向上延伸并成功地汇聚于几百英尺高处的一点, 更是何其美妙! 这一点以及更多令人称奇的事实就体现在金字塔的建造中 —— 而且所有这些都是埃及人在比亚伯拉罕时代[1]早得多的遥远年代里完成的!

完成这些宏伟的建筑显然需要非常精确的设计方案和模型. 但遗憾的是目前没有任何确切记录能够说明, 是谁最早发现了足以使人们完成这些建筑的数学方法. 不过在希罗多德 (Herodotus) 以及其他古希腊旅行者的著述中, 人们找到了许多关于古埃及数学发展的一般性描述. 对于某位西索斯特里斯 (Sesostris) 法老, 希罗多德写道:

"这位法老把土地分给所有埃及人, 他给每人一块面积均等的四边形土地, 并从他们每年的收入里征收一定的税金. 任何人一旦其土地被河水冲毁就必须到法老处进行说明, 然后法老会派遣督察员前去勘测、确定其土地损失面积, 以便此人只需按其所剩土地面积依比例缴纳本年的赋税. 在我看来, 由此传播到希腊的几何学就是这样起源的."

柏拉图 (Plato) 在《斐德罗篇》(*Phaedrus*) 里评论道:

"在埃及的瑙克拉提斯 (Naucratis) 城有一位名叫修斯 (Theuth) 的著名智慧长者; 那种叫做朱鹭 (Ibis) 的鸟对于他来说是神圣的, 而且他还是数字、计算、几何学、天文学、国际跳棋以及骰子等诸多技艺的发明人, 但他最伟大的发明是字母的使用."

[1]指约公元前 18 世纪. —— 译注

据亚里士多德 (Aristotle) 所说, 数学之所以能够产生, 是由于古埃及的祭司阶层拥有进行数学研究所必需的闲暇时间. 两千多年以后, 这一说法由于一份纸草书的发现而得到了精确的佐证, 它就是如今珍藏在大英博物馆的莱茵德藏品. 这份由生活在公元前 1700 年以前的僧侣阿姆士 (Ahmose) 书写的奇特文献被称为 "知暗黑物指导"; 它其实是一部几何与算术的问题集. 该文献特别关注将形如 $2/(2n+1)$ 的分数化简成若干个分子为 1 的分数之和的问题. 即使是采用我们的改良记号, 对于

$$2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232$$

等一些著名的例子, 这种化简也仍然是一项非常复杂的工作.

大量证据表明, 古埃及人在精确测量科学方面取得了惊人的进展. 他们用在等间隔处打结或者做记号的绳索为工具来丈量土地. 他们会用这种简单的方法构造直角; 因为他们知道三条长度分别为 3, 4, 5 个单位的绳索, 可以构成一个直角三角形. 该发现当然不止局限于埃及, 中国人以及其他一些地方的人们也知道这个有用的事实. 然而古埃及人在应用几何方面的技巧远远超出了构建直角的范畴: 事实上, 除了矩形的角, 他们还会作五边形、六边形、七边形等其他常见图形的角.

用一副圆规, 我们很容易就能画出一个圆然后将其圆周*六*等分. 这六个等分点形成一个正六边形, 这就是广为人知的蜂巢截面图. 将圆周*五*等分是困难得多的问题, *七*等分更是难上加难. 然而那些仔细考察过古埃及寺庙和金字塔设计的人告诉我们, 这些特别的图形和角在那里都可以看到. 目前处理几何问题有两种不同方法 —— 即实践的方法和理论的方法. 埃及人是一流的实践几何学家, 而希腊人则是顶尖的理论几何学家. 例如, 就像罗伯 (Röber) 所指出的, 埃及人采用一种实践法则来确定正七边形的角. 尽管缺少理论精度, 但除非需要以巨大尺度绘图, 否则这种方法已经精确到足以忽略误差 —— 而且即使是在半径为 50 英尺[2)]的圆上这种误差都并不明显.

埃及人无疑是实用几何的大师, 但他们是否知道几何理论也就是他们所得结论的潜在原因则另当别论. 他们知道边长分别为 3, 4, 5 个单位的直角三角形包含了一个*精确*的直角吗? 很有可能他们是知道的, 而且也许知道的还远不止这些. 因为就像达西 · 汤普森 (D'Arcy Thompson) 教授指出的那样,

[2)] 英制长度计量单位, 1 英尺 = 0.3048 米. —— 译注

大金字塔的特有形状表明它与正五边形的形状之间有着值得注意的密切关系. 将希罗多德著作中某个晦涩的段落稍作文字修正就会得到非同寻常的意义. 它一定暗示着金字塔每个侧面的三角形面积与金字塔垂直高度的平方相等; 而且这一点与实际情况非常一致. 如果真是这样, 高度、斜率以及底边之间的比率就能用 "黄金分割", 或者圆的半径与其内接正十边形的边长之比来表示. 简言之, 在早期希腊旅行者开始了解数学之前, 埃及牧师们就已经珍藏了大量几何与代数方面的结果. 然而, 只有在希腊人敏锐而富有想象力的目光落在这些古埃及文献上时, 它们奇妙的秘密才被揭开, 它们的内在本质才得以呈现.

大约生活在公元前 640 年至公元前 550 年的米利都 (Miletus) 富商泰勒斯 (Thales) 就是这些早期希腊旅行者之一. 作为商人泰勒斯非常成功: 由于经商的原因他到过很多国家, 而与生俱来的智慧使他从自己见到的新奇事物中学到了不少东西. 对于那些敬仰他的晚辈同胞们来说, 他是 "希腊七圣" 之一, 关于他有许多奇闻异事. 据说泰勒斯曾经负责管理一些驮盐的骡子. 有一头骡子在过河时滑倒了, 结果它背上驮着的盐袋里的盐就溶化在水中, 它的负重因此明显减轻. 自然地, 这头聪明的骡子下次驮运中故意将自己浸入水中, 并故伎重演, 直到泰勒斯想出了在袋子里装满海绵的主意! 事实证明这一招的确有效. 还有一次, 泰勒斯预见到当年的橄榄会有不同寻常的大丰收, 于是他买下了当地所有的橄榄压榨机. 由于造成了这种 "垄断" 的局面, 他自然成了市场的主宰, 可以随心所欲地制定规则. 然而, 流传下来的说法之一是: 由于已经达到了证明自己可以做到什么的目的, 所以他并没有牺牲顾客们的利益, 而是大度地选择了使当今金融家震惊的合理价格进行交易.

与许多同时期的商人一样泰勒斯很早就从商界退休, 但与其他人不同的是他将自己的闲暇时间花在了哲学与数学上. 他把注意力集中于自己在旅行中、尤其是在与埃及牧师们的交流中所学到的东西上; 而且他是第一个对埃及科学知识的真正意义作出某些阐释的人. 他既是伟大的数学家又是伟大的天文学家. 事实上, 很多人知道他是因为他成功地预测了公元前 585 年的一次日食. 然而, 据说有一天晚上他在散步时凝视星星结果掉进了沟里. 负责照顾他的老大妈因此惊叫道: "你连脚下的路都看不清, 怎么能知道天上的事呢?"

我们距离这些关于自然之物的理性质疑的开端如此之远, 因此很可能错过那些现在大家非常熟悉的结论的真正意义. 某些大家所熟知的命题, 如圆周被任意直径所等分, 等腰三角形的两底角相等, 半圆上的角是直角, 相似三角形之等角所对应的边长成比例, 以及其他一些类似的命题都被归功于泰勒斯. 这些命题虽然简单, 却是划时代的. 它们将埃及测量法的冗长细节升华为一般真理; 类似地, 他的天文学研究结果以真正的科学取代了以前的星象目录编制工作.

有人恰当地评论说, 在泰勒斯的几何中我们也能找到代数的真正来源. 因为直径等分圆这一定理的确是一个真正的方程; 而且正如普鲁塔克 (Plutarch) 所说, 泰勒斯通过比较金字塔的影长与一根垂直长杆的影长来确定大金字塔高度的实验 "如此简单, 没有任何小题大做或者仪器", 但我们由此有了等比或比例的概念.

从一种特殊的物体形状如正方形或三角形中抽象出体积和面积, 并将之作为直线的组合模式进行考虑的想法, 看来也肯定要归功于泰勒斯. 他似乎也是第一个强调几何轨迹或者按照某种特定规则运动的点的运动轨迹所形成的曲线的重要性的人. 他被称为希腊数学、天文学和哲学之父, 因为他将注重实效的睿智与真正的智慧相结合. 在他的那个时代, 打破异教徒专注于崇拜个别对象与地方的思维习惯并不意味着什么成就. 泰勒斯断定了抽象事物以及更一般事物的存在性: 他说, 这些比那些直观的或可感知的东西更值得深入研究. 这里说话的是那位哲学家泰勒斯. 另一方面, 他带给人们一些非常有实用价值的礼物, 如一年中的确切天数, 以及一种通过观察来确定海上船只距离的简便方法.

泰勒斯将自己的思考归结为一个哲学命题 —— "万物皆水". 而并非所有的事物都是水这一事实与他的观点的重要性相比则显得微不足道了. 他注意到了这个领域; 他提出了正确的问题; 而且他开创了研究潜藏于所有短暂的、转瞬即逝的事物之中的内在规律的先河.

泰勒斯从来没有忘记那些埃及牧师对自己的影响. 到了晚年, 他强烈建议他的学生毕达哥拉斯 (Pythagoras) 去拜访他们. 按照这个建议, 毕达哥拉斯开始旅行并由此获得了丰富的经验, 这为他日后能稳定下来并聚集起自己的弟子, 继而发展得比他的老师名气更大奠定了坚实的基础. 毕达哥拉斯被认为是萨摩斯岛 (Samos) 的原住民, 与泰勒斯一样都是爱奥尼亚人 (Ionian). 爱