

高等学校规划教材



SHUXUE SHIYAN

数学实验

主 编 冯卫兵

西北工业大学出版社

高等学校规划教材

数 学 实 验

主 编 冯卫兵

副主编 夏小刚 马继丰 郭 强

西北工业大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学实验/冯卫兵主编. —西安: 西北工业大学出版社, 2010. 8

ISBN 978-7-5612-2857-9

I. 数… II. ①冯… III. ①高等数学—实验—高等学校—教材 IV. ①013-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 158359 号

出版发行: 西北工业大学出版社

通讯地址: 西安市友谊西路 127 号 邮编: 710072

电 话: (029) 88493844 88491757

网 址: www.nwpup.com

印 刷 者: 陕西丰源印务有限公司印刷

开 本: 787 mm×960 mm 1/16

印 张: 6.875

字 数: 144 千字

版 次: 2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 13.00 元

前 言

计算机的出现,对数学科学的发展产生了重要的影响,从而也对高等数学教育提出了新的要求。在大学中开设数学实验课,是教育部组织的“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”课题组的重要研究成果,也是从事高等数学教育的工作者多年在进行了各种各样的探索基础上取得的共识。数学实验是引进现代教育技术最好的形式。

“数学实验”是大学数学课程的重要组成部分,是与微积分、线性代数、概率论与数理统计等课程同步的重要教学环节,它将数学知识、数学建模知识与计算机应用能力三者融合为一体。“数学实验”可以使學生深入理解数学的基本概念与基本理论,熟悉常用的数学软件,培养学生运用所学的知识建立数学模型,使用计算机解决实际问题的能力。

“数学实验”是我国高等学校中新开设的一门课程,还处于探索和试点阶段。西安科技大学 2004 年开始面向全校理工类专业开设这门课程,但是一直缺乏一本适合学生实际需要的教材,经过教研组的讨论,我们决定编写本教材。在“数学实验”教学中,我们的教学理念是以学生为主体,通过在计算机上做大量的实验,发现问题中存在的数学规律,提出猜想,进行证明和论证。这要求讲授该课程的老师要充分调动学生的学习积极性,发挥学生的主观能动性,这样才能达到本课程教学的目的。

在我们的“数学实验”教学中,主要使用的数学软件是在世界上已经广为流传的 Matlab,由于它的优越性能,因而受到高等学校教师和学生的喜爱。

参加本书编写的人员有冯卫兵、夏小刚、马继丰、郭强、刘杰、周彬。丁正生教授审阅了全稿,并提出了宝贵的意见。

由于时间仓促,书中缺点和不足在所难免,敬请读者和各位老师批评指正。

编 者

2010 年 5 月

目 录

绪 论	1
第一篇 软件实验	
实验 1 矩阵及其基本运算	7
实验 2 基本数学函数	14
实验 3 微积分运算	21
实验 4 线性方程组求解	31
第二篇 基础实验	
实验 5 梯子长度问题	41
实验 6 陈酒出售的最佳时机问题	43
实验 7 作物育种方案的预测问题	46
实验 8 交通流量问题	48
实验 9 生日问题	50
第三篇 数学建模实验	
实验 10 简单的数学模型	55
实验 11 代数模型	65
实验 12 微分方程模型	67
实验 13 传染病模型	75
实验 14 线性规划	81
实验 15 檐沟问题	92
实验 16 插值和拟合	96
主要参考文献	104

绪 论

同学们在中学都做过“物理实验”和“化学实验”，却没有做过“数学实验”，那么为什么要做“数学实验”？什么是“数学实验”？我们先从 21 世纪的时代特征谈起。面向 21 世纪，现代社会正经历着由工业社会向信息社会过渡的变革。信息社会有两个主要特征：

一、计算机技术的迅速发展与应用

计算机技术的发展已经对人类社会的全部生活(包括物质生活与文化生活)产生了十分巨大的影响，以致计算机被称为“改变世界的机器”。计算机的应用不是为了让人们变得无所事事，变得更笨更懒，而是使人们变得更高效，更聪明，更富有想象力和创造力。

计算机最明显的功能就是高速度地进行大量的重复计算，这种高速计算机使得过去无法求解的问题成为可能，例如，天气预报离开了计算机是不可能的。因此，科学计算已成为与理论研究，科学实验并列为科学研究的三大支柱。由于计算机技术的发展使计算数学的发展日新月异，新的分支不断涌现，例如计算模拟，计算力学，计算物理，计算化学，计算几何，计算数论及计算概率等相继诞生。特别是 2 000 多年前早已有的算法的概念，由于计算机的发展，又引起了人们极大的兴趣，对许多同类问题开发了很多计算机算法。人们选择算法，不仅要解决问题，而且还要选择符合要求的几种算法中“最佳”的一个。有些算法虽节省了运行时间，但可能浪费了内存空间，或者出现反过来的情况，这就是需要找出与一个或多个参数有关的最优的或至少是最有效的算法。

计算机仿真实验(即计算机模拟)，将所要研究的问题的数学模型转换为输入计算机进行运算的形式，或将所要研究的问题设计成实验，将图形显示在计算机屏幕上，由计算机进行大量计算，甚至推导与证明，得出某种新的结论或新的发现。这种研究方法正在部分地代替实验或成为其重要的补充。特别是一些自称为“实验数学家”的新潮数学家正在创立一种新的数学研究方法，即主要通过计算机实验从事新的发现。在这些数学家看来，数学正在成为一门“实验科学”。也有一些数学家认为，由于计算机的出现，今日数学已经不仅是一门科学，还是一种关键的普通适用的技术。

二、数学的应用范围急剧扩大

早在 1959 年，著名的数学家华罗庚教授在《人民日报》发表了文章——《大哉数学之为用》，形象地概述了数学的各种应用：“宇宙之大、粒子之微、火箭之速、化工之巧、地球之变、生物之迷、日用之繁等各个方面，无处不有数学的重要贡献。”时至今日，计算机的高速计算能力

使得许多过去无法求解的问题成为可能,大量新兴的数学方法正在被有效地运用,数学的应用范围急剧扩大。由于计算机具有处理大量信息的功能,所以定量分析的技术已经渗透到一切科学领域。如果说第二次世界大战以前,数学主要用于天文和物理,那么,现在数学已经深入到化学、生物以及经济、管理等社会科学领域中。下面列举几例来说明。

数学对经济学的发展起到了很大的作用。1969—1981年颁发的13个诺贝尔经济学奖中,有7个获奖者从事的工作是相当数学化的,其中Kantorovich由于对物资最优调拨理论的贡献而获1975年奖;Kldin的“设计预测经济变动的计算机模式”获1980年奖;Tobin的“投资决策的数学模型”获1981年奖;等等。在经济学和管理学中,预测是管理(资金的投放、商品的产销、人员的组织等)的依据,而数学则是预测的重要工具,我国数学工作者在气象、台风、地震、病虫害、鱼群、海浪等方面进行过大量的统计预测,获得了良好的效果。现在不懂数学的经济学家,决不会成为杰出的经济学家。

医学中广泛应用的CT(X射线计算机层析摄影仪)的研制成功是本世纪医学领域的奇迹。其原理是基于不同的物质有不同的X射线衰减系数,如果能确定人体的衰减系数的分布,就能重建其断层或三维图像,但通过X射线透射时,只能测量人体的直线上的X射线衰减系数的平均值(是一个积分)。当直线变化时,此平均值(依赖于某参数)也随之变化。能否通过此平均值求整个衰减系数的分布呢?人们利用数学中的Radon变换解决了此问题,Radon变换已成为CT理论的核心。首创CT理论的A. M. Cormark(美)及第一台CT制作者C. N. Hounsfield(英)因而荣获1979年诺贝尔医学奖和生理学奖。由此可以看出数学在CT技术中的关键作用。

在设计与工业制造方面广泛地用到数学。以飞机制造为例,设计师必须考虑结构强度和稳定性,这是用有限元来分析的,而机翼的振动情况则需解特征值问题;为了使飞机省油与提高速度必须找到一种最佳机翼和整个机体的形状;飞机设计在相当大的程度上以计算为基础,研究描绘机翼和整体机体附近气流的方程。随着计算机技术的飞速发展,目前以计算机辅助设计(CAD)和计算机辅助制造(CAM)技术为标志的设计革命正在波及整个制造业,CAD是数学设计与计算机技术相结合的产物。计算流体力学可以帮助人们设计新的飞行器。数学模型可以替代许多实验,以前设计某一部件,必须在机械车间建造模型,而今天可以设计一个数学模型在计算机上进行模拟,如果改变设计,只要通过键盘输入新的参数即可,这样既降低成本又省时省力,且具有适用性、安全性。

综上所述,21世纪信息社会的两个重要特征,简言之就是“计算机无处不在”、“数学无处不在”。根据这一分析,21世纪培养的科技人才究竟应该具备什么样的数学素质呢?数学素质是数学知识和能力的综合体现。数学素质除了包含抽象思维能力、逻辑能力(含数据处理能力),还要会“用数学”解决实际问题,会用计算机进行科学计算。

中国科学院院士吴文俊在《数学教育不能从培养数学家的要求出发》一文中指出:“任何数学都要讲逻辑推理,但这只是问题的一个方面,更重要的是用数学去解决问题,解决日常生活中、其他学科中出现的数学问题。学校给的数学题目都是有答案的,已知什么,求证什么,都是

清楚的,题目也一定是做得出的。但是将来到了社会上,所面对的大多数是预先不知道答案的,甚至不知道是否有答案,这就要求培养学生的创造能力,学会处理各种实际数学问题的方法。”中国科学院院士王梓坤在《今日数学及其应用》一文中指出:“精确定量思维是对 21 世纪科技人员共同的素质要求,所谓定量思维就是指人们从实际问题中提炼数学问题,抽象化为数学模型,用数学计算求出此模型的解或近似解,然后回到现实中进行检验,必要时修改模型使之更切合实际,最后编制解决问题的软件包,以便得到更广泛的、方便的应用。”

1992 年,美国工业与应用数学学会(SIAM)的一篇论文指出:“一切科学与工程技术人员的教育必须包括愈来愈多的数学和计算科学的内容。数学建模和相应的计算正在成为工程设计过程中的关键工具。科学家正日益依赖于计算方法以及在解释结果的精度和可靠性方面有充分的经验。”美国科学、工程和公共事务政策委员会在一份报告中指出:“今天,在技术科学中最有用的数学研究领域是数值分析和数学建模。”

21 世纪培养的各类专业科技人才,应该具有将他所涉及的专业实际问题建立数学模型的能力,这样才能在实际工作中发挥更大的创造性。例如,1981 年 Tobin 建立了“投资决策的数学模型”获得了当年的诺贝尔经济学奖;飞机设计师为了寻找最佳机翼与整个机体的形状,需要建立描绘飞机机翼和整个机体附近气流的数学模型;在水资源研究方面,为了建立一套地下水资源评价的理论和方法,需要建立各种地层结构的数学模型。随着计算机的发展,数学渗透到各个行业,从卫星到核电站,从天气预报到家用电器,高技术、高精度、高速度、高自动、高安全、高质量、高效率等特征,无不是通过数学模型和数学方法并借助于计算机的计算控制来实现的,所以,说到底,高技术就是数学技术。

为了培养学生的定量思维能力和创造能力,就必须在数学教学中培养学生的数学建模能力与数值计算(含数据处理)能力,加强在“用数学”方面的教育,使学生具有应用数学知识解决实际问题的意识和能力。“数学实验”正是为实现这一目标而开设的。

“数学实验”是一种新的教学模式,是大学数学课程的重要组成部分,是与微积分、线性代数、概率论与数理统计等课程同步开设的重要的教学环节。它将数学知识、数学建模与计算机应用三者融为一体,通过数学实验使学生深入理解数学基本概念和基本理论,熟悉常用的数学软件,培养学生运用所学知识建立数学模型,使用计算机解决实际问题的能力。

“数学实验”可以理解为“数学模型方法”的初步实践,“数学模型方法”已成为科学技术中常用的非常重要的方法,它是数学和其他科学技术之间的媒介和桥梁。所谓“数学模型”是指利用数学语言模拟显示,即将某种事物的主要特征、主要关系抽象出来,用数学语言概括或近似地表达出来的一种数学结构。所谓“数学模型方法”是指利用数学模型解决实际问题的一般数学方法。用“数学模型方法”解决实际问题的过程是根据实际问题的特点和要求,做出某些合理的假设,使问题简化,并进行抽象概括,建立数学模型,然后研究求解所建立的数学模型的方法与算法,最后将求解所得到的结果返回到实际中去解释、检验。

由此可见,“数学实验”具有以下特点:

(1)以问题为载体。通过实际问题的解决,培养应用数学知识解决实际问题的意识与能

力。因此选择适当的实际问题就十分重要。

(2)以计算机为手段。实际问题的解决离不开数值计算,计算机的强大功能正是高速计算。

(3)以软件为工具。科学计算工具的主体是各种软件,而它们的共同基础是数学软件工具,合理使用软件工具可以使有限的资源发挥更好的效益,避免低水平的重复劳动。因此,进行数学实验要充分利用数学软件。

(4)以学生为主体。“数学实验”既然是实验,就要求学生多动手、多上机,多练,在教师指导下探索建立模型解决问题的方法,在失败与成功中获得真知。

既然“数学实验”的载体是“问题”,从实际问题出发进行研究,因此选准、选好实验课题就显得十分重要。我们选择实验课题一般应遵循以下原则:

(1)量力性。适合大学一二年级知识水平,在从事数学实验时不需要补充大量知识就可以入手;问题的“可读性”好,学生容易理解。

(2)实用性。要有生产生活的实际背景和较好的应用价值。选择“可移植性”的实际问题,可以使学生从建模和求解过程中不仅能体会到理论与实践之间的相互作用,而且还能从结果的实际意义中看到数学的价值,体会到解决大量的生产生活中的实际问题离不开数学,提高数学学习的自觉性。

(3)开放性。最好有多种求解模型和求解方法,给学生以发挥聪明才智的空间,并比较多种方法的利弊,提高分析问题和解决问题的能力。

(4)趣味性。富有趣味的实际问题,能吸引学生思考,引导学生钻研,启迪学生思维,开阔学生眼界,提高学生学习数学的兴趣。

(5)能体现计算机的作用。实际问题需要通过计算机计算或模拟,不仅在建模求解过程中使用计算机,而且在思考、猜想、探索、发现、模拟、作图、检验过程都可以使用计算机。

“数学实验”要求学生积极主动地参与,把教学过程更自觉地变成学生活动的过程,充分发挥学生的创造性。传统的数学教学模式是:老师讲→学生听→作题→复习→考试,学生一般处在比较被动的状态,不利于激发学生学习数学的兴趣,不利于培养学生的创造精神,学生学了数学后不知道怎么“用数学”。“数学实验”就是为了解决传统数学教学模式的弊端,让学生在大量数学学习阶段,就能面对实际问题,积极思考,主动参与,学会数学建模,学会使用数学软件,亲身体验“数学大有用武之地”。

第一篇 软件实验

实验 1 矩阵及其基本运算

一、实验目的

熟悉 Matlab 软件环境,并学会用 Matlab 软件进行矩阵的基本运算。

二、实验内容

1. Matlab 软件的启动

双击桌面上的 Matlab 图标或者从开始菜单中选择程序,点击 Matlab 选项即可启动 Matlab 软件,界面如图 1.1 所示。

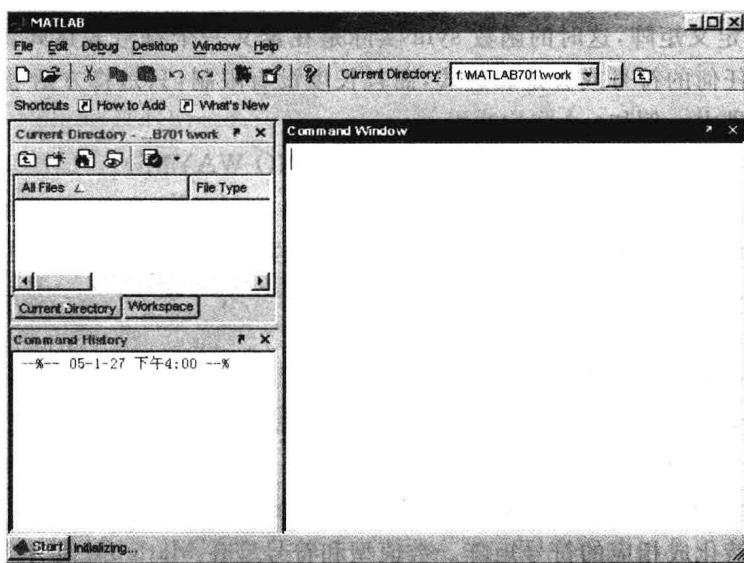


图 1.1 Matlab 启动界面

2. 常用运算指令

(1) 实数值矩阵的输入。

任何矩阵(向量)都可以直接按行方式输入每个元素:同一行中的元素用逗号(,)或者用空格符来分隔,且空格个数不限;不同的行用分号(;)分隔。所有元素处于一方括号([])内;当矩阵是多维(三维以上),且方括号内的元素是维数较低的矩阵时,会有多重的方括号。例如:

```
>>Time=[11 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]
```

```
>>X_Data=[2.32 3.43;4.37 5.98]
```

```
>>Null_M=[ ] %生成一个空矩阵
```

(2)复数矩阵的输入。

复数矩阵有如下两种生成方式:

第一种方式:

```
>>a=2.7;b=13/25;
```

```
>>C=[1,2*a+i*b,b*sqrt(a);sin(pi/4),a+5*b,3.5+1]
```

第二种方式:

```
>>R=[1 2 3;4 5 6],M=[11 12 13;14 15 16]
```

```
>>CN=R+i*M
```

(3)符号矩阵的生成。

在 Matlab 中输入符号向量或者矩阵的方法和输入数值类型的向量或者矩阵在形式上很相像,只不过要用到符号矩阵定义函数 `sym`,或者是用到符号定义函数 `syms`,先定义一些必要的符号变量,再像定义普通矩阵一样输入符号矩阵。

用命令 `sym` 定义矩阵,这时的函数 `sym` 实际是在定义一个符号表达式,这时的符号矩阵中的元素可以是任何的符号或者是表达式,而且长度没有限制,只是将方括号置于用于创建符号表达式的单引号中。例如:

```
>>sym_matrix=sym('[a b c;Jack,HelpMe!,NO WAY!]'')
```

```
>>sym_digits=sym('[1 2 3;abc;sin(x) cos(y) tan(z)]'')
```

用命令 `syms` 定义矩阵,先定义矩阵中的每一个元素为一个符号变量,而后像普通矩阵一样输入符号矩阵,例如:

```
>>syms a b c;
```

```
>>M1=sym('Classical');
```

```
>>M2=sym('Jazz');
```

```
>>M3=sym('Blues')
```

```
>>syms_matrix=[a b c;M1,M2,M3;int2str([2 3 5])]
```

把数值矩阵转化成相应的符号矩阵。数值型和符号型在 Matlab 中是不相同的,它们之间不能直接进行转化。Matlab 提供了一个将数值型转化成符号型的命令,即 `sym`,例如:

```
>>Digit_Matrix=[1/3 sqrt(2) 3.4234;exp(0.23) log(29) 23^(-11.23)]
```

```
>>Syms_Matrix=sym(Digit_Matrix)
```

注意:不论矩阵是用分数形式还是浮点形式的,将矩阵转化成符号矩阵后,都将以最接近原值的有理数形式表示或者是函数形式表示。

(4)特殊矩阵的生成。

- 命令 全零阵

- 函数 zeros
- 格式 $B = \text{zeros}(n)$ %生成 $n \times n$ 全零阵
- $B = \text{zeros}(m, n)$ %生成 $m \times n$ 全零阵
- 命令 单位阵
 - 函数 eye
 - 格式 $Y = \text{eye}(n)$ %生成 $n \times n$ 单位阵
 - $Y = \text{eye}(m, n)$ %生成 $m \times n$ 单位阵
 - 命令 全 1 阵
 - 函数 ones
 - 格式 $Y = \text{ones}(n)$ %生成 $n \times n$ 全 1 阵
 - $Y = \text{ones}(m, n)$ %生成 $m \times n$ 全 1 阵
 - 命令 均匀分布随机矩阵
 - 函数 rand
 - 格式 $Y = \text{rand}(n)$ %生成 $n \times n$ 随机矩阵, 其元素在 $(0, 1)$ 内
 - $Y = \text{rand}(m, n)$ %生成 $m \times n$ 随机矩阵
 - 命令 产生以输入元素为对角线元素的矩阵
 - 函数 blkdiag
 - 格式 $\text{out} = \text{blkdiag}(a, b, c, d, \dots)$ %产生以 $a, b, c, d, \dots$ 为对角线元素的矩阵
 - 命令 Magic(魔方)矩阵
 - 函数 magic
 - 格式 $M = \text{magic}(n)$ %产生 n 阶魔方矩阵

(5) 矩阵运算。

① 加、减运算。

运算符：“+”和“-”分别为加、减运算符。

运算规则：对应元素相加减，即按线性代数中矩阵的“+”，“-”运算进行。

② 乘法。

运算符：*

运算规则：按线性代数中矩阵乘法运算进行，即放在前面的矩阵的各行元素，分别与放在后面的矩阵的各列元素对应相乘并相加。

③ 矩阵的数乘：数乘矩阵。

例如： $a = 2 * X$

④ 向量点积。

向量的点乘(内积)：维数相同的两个向量的点乘。

函数 dot

格式 $C = \text{dot}(A, B)$ %若 A, B 为向量，则返回向量 A 与 B 的点积， A 与 B 长度相

同;若为矩阵,则 A 与 B 有相同的维数

函数 `C=dot(A,B,dim)` %在 dim 维数中给出 A 与 B 的点积

⑤向量叉乘。

在数学上,两向量的叉乘是一个过两相交向量的交点且垂直于两向量所在平面的向量。在 Matlab 中,用函数 `cross` 实现。

函数 `cross`

格式 `C=cross(A,B)` %若 A, B 为向量,则返回 A 与 B 的叉乘

⑥除法运算。

Matlab 提供了两种除法运算:左除($\backslash$)和右除($/$)。一般情况下, $x=a\backslash b$ 是方程 $a * x = b$ 的解,而 $x=b/a$ 是方程 $x * a = b$ 的解。

⑦矩阵乘方。

运算符: $\wedge$

运算规则:

当 A 为方阵, P 为大于 0 的整数时, A^P 表示 A 的 P 次方,即 A 自乘 P 次; P 为小于 0 的整数时, A^P 表示 A 逆的 P 次方。

⑧矩阵转置。

运算符: $'$

运算规则:若矩阵 A 的元素为实数,则与线性代数中矩阵的转置相同;若 A 为复数矩阵,则 A 转置后的元素由 A 对应元素的共轭复数构成;若仅希望转置,则用如下命令: $A.'$

⑨方阵的行列式。

函数 `det`

格式 `d=det(X)` %返回方阵 X 的多项式的值

⑩逆。

函数 `inv`

格式 `Y=inv(X)` %求方阵 X 的逆矩阵。若 X 为奇异阵或近似奇异阵,将给出警告信息

⑪向量的范数。

函数 `norm`

格式 `n=norm(X)` % X 为向量,求欧几里德范数,即 $\|X\|_2 = \sqrt{\sum |x_k|^2}$

⑫矩阵的秩。

函数 `rank`

格式 `k=rank(A)` %求矩阵 A 的秩

`k=rank(A,tol)` % tol 为给定误差

(6)特征值与二次型。

①特征值与特征向量的求法。

设 A 为 n 阶方阵, 如果数“ λ ”和 n 维列向量 x 使得关系式 $Ax = \lambda x$ 成立, 则称 λ 为方阵 A 的特征值, 非零向量 x 称为 A 对应于特征值“ λ ”的特征向量。

函数 eig

格式 $d = \text{eig}(A)$ % 求矩阵 A 的特征值 d , 以向量形式存放 d

$d = \text{eig}(A, B)$ % A, B 为方阵, 求广义特征值 d , 以向量形式存放 d

$[V, D] = \text{eig}(A)$ % 计算 A 的特征值对角阵 D 和特征向量 V , 使 $AV = VD$ 成立

$[V, D] = \text{eig}(A, 'noblance')$ % 当矩阵 A 中有与截断误差数量级相差不远的值时, 该指令可能更精确。'noblance' 起误差调节作用

$[V, D] = \text{eig}(A, B)$ % 计算广义特征值向量阵 V 和广义特征值阵 D , 满足 $AV = BVD$

$[V, D] = \text{eig}(A, B, \text{flag})$ % 由 flag 指定算法计算特征值 D 和特征向量 V , flag 的可能值为: 'chol' 表示对 B 使用 Cholesky 分解算法, 这里 A 为对称 Hermitian 矩阵, B 为正定阵。'qz' 表示使用 QZ 算法, 这里 A, B 为非对称或非 Hermitian 矩阵

说明: 一般特征值问题是求解方程: $Ax = \lambda x$ 解的问题。广义特征值问题是求方程: $Ax = \lambda Bx$ 解的问题。

② 正交基。

命令 orth

格式 $B = \text{orth}(A)$ % 将矩阵 A 正交规范化, B 的列与 A 的列具有相同的空间, B 的列向量是正交向量, 且满足 $B' * B = \text{eye}(\text{rank}(A))$

(7) 秩与线性相关性。

① 矩阵和向量组的秩以及向量组的线性相关性。

矩阵 A 的秩是矩阵 A 中最高阶非零子式的阶数; 向量组的秩通常由该向量组构成的矩阵来计算。

函数 rank

格式 $k = \text{rank}(A)$ % 返回矩阵 A 的行(或列)向量中线性无关个数

② 矩阵化成行最简形。

函数 rref 或 rrefmovie

格式 $R = \text{rref}(A)$ % 用高斯-约当消元法和行主元法求 A 的行最简行矩阵 R

$\text{rrefmovie}(A)$ % 给出每一步化简的过程

【例 1】 计算向量 $a = (1, 2, 3)$, $b = (4, 5, 6)$ 和 $c = (-3, 6, -3)$ 的混合积 $a \cdot (b \times c)$ 。

解

```
>>a=[1 2 3];b=[4 5 6];c=[-3 6 -3];
```

```
>>x=dot(a,cross(b,c))
```

结果显示: $x =$

注意: 先叉乘后点乘, 顺序不可颠倒。

【例 2】 求 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵。

解法一

```
>>A=[1 2 3;2 2 1;3 4 3];
```

```
>>Y=inv(A)或 Y=A^(-1)
```

则结果显示为

Y=

```
1.0000    3.0000   -2.0000
-1.5000   -3.0000    2.5000
1.0000    1.0000   -1.0000
```

解法二

由增广矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 进行初等行变换。

```
>>B=[1,2,3,1,0,0;2,2,1,0,1,0;3,4,3,0,0,1];
```

```
>>C=rref(B) %化行最简形
```

```
>>X=C(:,4:6) %取矩阵C中的A^(-1)部分
```

结果显示如下:

C=

```
1.0000    0         0         1.0000    3.0000   -2.0000
0         1.0000    0         -1.5000   -3.0000    2.5000
0         0         1.0000    1.0000    1.0000   -1.0000
```

X=

```
1.0000    3.0000   -2.0000
-1.5000   -3.0000    2.5000
1.0000    1.0000   -1.0000
```

【例 3】 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量。

解

```
>>A=[-2 1 1;0 2 0;-4 1 3];
```

```
>>[V,D]=eig(A)
```

结果显示如下:

V=