

高等学校土建类专业自学考试系列辅导教材



工程力学 自学指导

GONGCHENG LIXUE ZIXUE ZHIDAO

主 编 黎永索 麻彦娜

武汉理工大学出版社
Wuhan University of Technology Press

高等学校土建类专业自学考试系列辅导教材

工程力学自学指导

主 编 黎永索 麻彦娜

副主编 杨山波 陈 俊 朱街禄

武汉理工大学出版社

· 武 汉 ·

【内 容 提 要】

本书是为土建类专业编写的自学教材,根据专业的培养目标,包括工程力学基本知识、自考模拟试题和真题三部分内容。工程力学基本知识包括静力学和材料力学,前者研究物体的受力,后者研究物体受力后的应力和变形,以及由此引起的强度、刚度和稳定问题。

本书可作为土建类专业本专业院校的教学或自学参考用书,也可作为土建类相关从业人员的学习参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学自学指导/黎永索,麻彦娜. —武汉:武汉理工大学出版社,2011.8
ISBN 978-7-5629-3572-8

I. ①工… II. ①黎… ②麻… III. ①工程力学-高等教育-自学考试-自学参考资料
IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 177557 号

项目负责人:田道全 责任编辑:田道全 余 梦
责任校对:万三宝 装帧设计:牛 力
出版发行:武汉理工大学出版社
社 址:武汉市洪山区珞狮路 122 号
邮 编:430070
网 址:<http://www.techbook.com.cn>
经 销:各地新华书店
印 刷:湖北睿智印务有限公司
开 本:787×1092 1/16
印 张:12.25
字 数:314 千字
版 次:2011 年 8 月第 1 版
印 次:2011 年 8 月第 1 次印刷
印 数:1—3000 册
定 价:22.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线电话:027-87394412 87383695 87384729 87397097(传真)

· 版权所有 盗版必究 ·

前 言

这本《工程力学自学指导》是为土建类专业编写的自学教材,根据专业的培养目标,包含三部分内容:工程力学基本知识、自考模拟试题和真题。工程力学基本知识包括静力学和材料力学,前者研究物体的受力,后者研究物体受力后的应力和变形,以及由此引起的强度、刚度和稳定问题。

怎样学好工程力学中的基本概念和基本理论,掌握它们的基本分析方法,并运用它们去分析和处理工程实际问题是高等工科院校大部分专业的学生所面临的实际问题,也是相关专业的工人和技术人员共同关心的问题。编写《工程力学自学指导》一书的目的,除了介绍基本概念、基本理论和基本解题方法外,还希望为初学者学好工程力学提供一些学习方法。

在分析和解决工程力学的相关问题过程中,需要用到基本概念、基本理论和基本方法,解题前应对相关的知识有比较全面和准确的认识,通过分析和解题,加深对相关知识的理解。解题过程中需要分析已知条件和未知条件,分析问题的性质,根据问题的性质应用相关的基本概念和基本理论,归纳出解题的过程与步骤,得出所需的结果,利用相关的概念和理论判断和检查结果正确与否。

根据以上要求,每章首先对考点进行分析,然后对重点和难点知识进行串讲,对典型习题进行解析,最后提供单元练习题供初学者练习。学完后,通过模拟试题进行练习和提升,然后进行真题训练,使学生进入临考状态。

本书共计 16 章、3 套模拟试卷和 4 套真题,由湖南城市学院的黎永索、麻彦娜任主编,湖南城市学院的杨山波和江西蓝天学院的陈俊、朱街禄任副主编,其中第 1 章至第 5 章由杨山波编写,第 6 章由陈俊编写,第 7 章至第 12 章由麻彦娜编写,第 13 章由朱街禄编写,第 14 章至第 16 章、模拟试卷和真题由黎永索编写。全书由黎永索、陈俊、朱街禄统稿。

由于编写时间仓促,编者水平有限,书中的缺点和错误在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

2011 年 8 月

目 录

第 1 章 静力学公理和物体的受力分析	(1)
【考点分析】	(1)
【重难点知识串讲】	(1)
【典型习题解析】	(3)
单元练习	(5)
第 2 章 平面汇交力系	(8)
【考点分析】	(8)
【重难点知识串讲】	(8)
【典型习题解析】	(9)
单元练习	(12)
第 3 章 力对点的矩、平面力偶理论	(15)
【考点分析】	(15)
【重难点知识串讲】	(15)
【典型习题解析】	(16)
单元练习	(18)
第 4 章 平面任意力系	(20)
【考点分析】	(20)
【重难点知识串讲】	(20)
【典型习题解析】	(22)
单元练习	(26)
第 5 章 考虑摩擦的平衡问题	(29)
【考点分析】	(29)
【重难点知识串讲】	(29)
【典型习题解析】	(30)
单元练习	(33)
第 6 章 空间力系	(36)
【考点分析】	(36)
【重难点知识串讲】	(36)

【典型习题解析】	(38)
单元练习	(40)
第7章 轴向拉伸、压缩	(42)
【考点分析】	(42)
【重难点知识串讲】	(42)
【典型习题解析】	(45)
单元练习	(47)
第8章 剪切和扭转	(52)
【考点分析】	(52)
【重难点知识串讲】	(52)
【典型习题解析】	(54)
单元练习	(58)
第9章 梁的内力	(61)
【考点分析】	(61)
【重难点知识串讲】	(61)
【典型习题解析】	(63)
单元练习	(67)
第10章 截面的几何性质	(70)
【考点分析】	(70)
【重难点知识串讲】	(70)
【典型习题解析】	(71)
单元练习	(73)
第11章 梁的应力	(76)
【考点分析】	(76)
【重难点知识串讲】	(76)
【典型习题解析】	(77)
单元练习	(81)
第12章 梁的变形	(84)
【考点分析】	(84)
【重难点知识串讲】	(84)
【典型习题解析】	(85)
单元练习	(88)

第 13 章 应力状态和强度理论	(91)
【考点分析】	(91)
【重难点知识串讲】	(91)
【典型习题解析】	(93)
单元练习	(95)
第 14 章 组合变形	(98)
【考点分析】	(98)
【重难点知识串讲】	(98)
【典型习题解析】	(99)
单元练习.....	(103)
第 15 章 压杆稳定	(106)
【考点分析】	(106)
【重难点知识串讲】	(106)
【典型习题解析】	(110)
单元练习.....	(113)
第 16 章 动应力	(119)
【考点分析】	(119)
【重难点知识串讲】	(119)
【典型习题解析】	(120)
单元练习.....	(123)
模拟试卷	(124)
工程力学(二)全真模拟试卷一.....	(124)
工程力学(二)全真模拟试卷二.....	(129)
工程力学(二)全真模拟试卷三.....	(134)
真题	(140)
全国 2009 年 4 月自学考试工程力学(二)试题	(140)
全国 2009 年 7 月自学考试工程力学(二)试题	(145)
全国 2010 年 4 月自学考试工程力学(二)试题	(149)
全国 2010 年 7 月自学考试工程力学(二)试题	(155)
参考答案	(159)
参考文献	(188)

第 1 章 静力学公理和物体的受力分析

【考点分析】

1. 学习目的和基本要求

通过本章学习,了解力、刚体、平衡的概念;了解各种常见的约束类型及其约束性质;能熟练地画出各类约束的约束反力;能熟练地画出指定物体或物体系的受力图。

2. 考核知识点及考核要求

(1) 识记:刚体的概念;平衡的概念;二力平衡条件;力的平行四边形法则;加减平衡力系原理;作用与反作用定律;自由体与非自由体;约束与约束反力。

(2) 领会:判定约束反力方向的原则;光滑接触约束及其约束反力;柔索约束及其约束反力;光滑圆柱铰链约束及其约束反力;固定铰支座、滚动铰支座约束及其约束反力;链杆约束、链杆支座约束及其约束反力;内力与外力的概念。

(3) 简单应用:力的概念;物体的受力分析、受力图。

【重难点知识串讲】

1. 静力学的基本概念

(1) 力的概念

力是物体之间相互的机械作用。这种作用使物体的机械运动状态发生变化或使物体发生变形。前者称为力的运动效应或外效应,后者称为力的变形效应或内效应。静力学中主要讨论力的外效应。

(2) 刚体的概念

所谓刚体,是指在力的作用下不变形的物体,即刚体内部任意两点之间的距离保持不变。静力学的研究对象是刚体。

(3) 平衡的概念

平衡是指物体相对于惯性参考系静止或做匀速直线运动的状态。它是物体做机械运动的一种特殊状态。

(4) 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为作用于该点的一个合力,它的大小和方向由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定,即合力等于两个分力的矢量和。

(5) 作用与反作用定律

两物体间相互作用的力总是大小相等,方向相反,沿同一直线,并分别而且同时作用在这两个物体上。

(6) 二力平衡条件

作用在同一刚体上的两个力,使刚体处于平衡状态的必要和充分条件是:这两个力大小相等,方向相反,并作用在同一直线上(简称等值、反向、共线)。

(7) 加减平衡力系原理

在作用于刚体的任意力系中,加上或去掉任何一个平衡力系并不改变原力系对刚体的作用效应。

2. 约束和约束反力

工程实际中的多数物体,往往受到一定限制,使其在某些方向上不能运动。限制物体运动的条件称为约束,这种限制作用表现为力,称为约束力。

常见的约束类型有如下几种:

(1) 柔索约束

属于这类约束的有绳索、链条、皮带等。柔索约束只能承受张力,所以约束力沿柔性构件的轴线方向,背离被约束物体。

(2) 光滑接触面约束

物体与约束的接触面如果是光滑的,即当它们之间的摩擦可以忽略时,约束不能阻止物体沿接触面的切线方向位移,而只能限制其沿接触面的公法线方向进入接触面的位移。所以,光滑支承面约束力的方向应沿接触面在接触点处的公法线,并指向被约束物体。

(3) 光滑圆柱铰链约束

光滑圆柱铰链约束只能限制沿圆柱径向的相对移动,不能限制绕圆柱轴线的转动。约束力在垂直于转轴的平面内,并通过铰链中心,其方位和指向未定。

(4) 固定铰支座约束

固定铰支座约束是指将构件用铰链与地面或其他固定的物体连接所构成的约束,其约束性质与圆柱铰链约束相同,约束反力一般用两个相互垂直的分力来表示。

(5) 滚动铰支座约束

滚动铰支座约束只限制沿支承面法线方向的位移,约束力的作用线沿支承面的法线,通过铰链中心,并指向被约束物体。

(6) 链杆约束

这种约束只限制物体上的铰结点沿链杆轴线方向的运动,链杆对物体的约束反力沿着链杆中心线,其指向背离物体(拉力)或朝向物体(压力)。

3. 受力分析与受力图

恰当地选取研究对象,正确地画出受力图,是解决力学问题的基础,画受力图的具体步骤如下:

(1) 确定研究对象并选取分离体。可根据解题需要,选取整体、单个物体或者几个物体的组合(局部)为研究对象。

(2) 画出作用于研究对象上的全部主动力。

(3) 根据约束类型逐一画出约束力。

对于柔索、光滑接触面、链杆、可动铰支座等约束,可以直接根据约束类型画出约束反力的方向。但对铰链、固定铰支座、球铰等约束,其反力常用两个或三个相互垂直的分力表示,方向可以任意假定。当题意要求确定这些约束反力的作用线方位及指向时,就必须根据约束类型利用二力平衡条件或三力平衡汇交定律来确定约束反力的方向。

(4) 受力图上要清楚表示出每个力的作用位置、方位、指向及名称。同一个力在不同的受力图上的表示要完全一致。

(5) 注意受力图上只画研究对象的简图和所受的全部外力,不画已被解除的约束。每画一个力都要有来源,既不能多画也不能漏画。

【典型习题解析】

【例 1.1】 如图 1.1(a) 所示的简支梁 AB 两端用固定铰链支座和活动铰支座支撑, C 处作用一集中载荷 P 。若梁自重不计,试对梁 AB 进行受力分析。

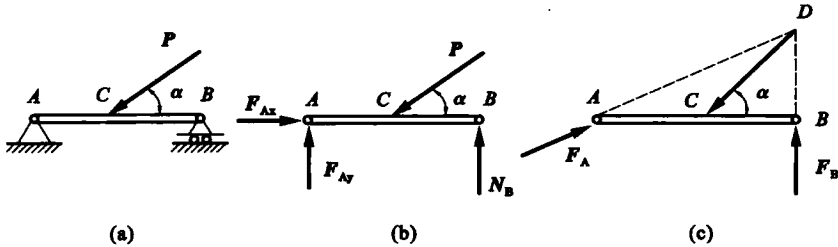


图 1.1

【解】 (1) 选取研究对象: 梁 AB。

(2) 画出研究对象所受的主动动力: P 。

(3) 解除约束,画出约束反力。A 处为固定铰链约束,约束反力为通过 A 点的两个正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} ; B 端为活动铰支座,只有一个垂直于支撑面的约束反力 N_B ,如图 1.1(b) 所示。

另外,梁 AB 的受力图可以根据三力平衡汇交定律,力 P 和 F 相交于 D 点,则 A 点的另一力 F_A (A 点合力) 也必交于 D 点,由此确定约束反力 F_A 沿 A、D 两点的连线,如图 1.1(c) 所示。

【例 1.2】 在图 1.2(a) 中,多跨梁 ABC 由梁 ADB 和梁 BC 两个简单的梁组合而成,受集中力 F 及均布载荷 q 作用,试画出整体及梁 ADB 和梁 BC 的受力图。

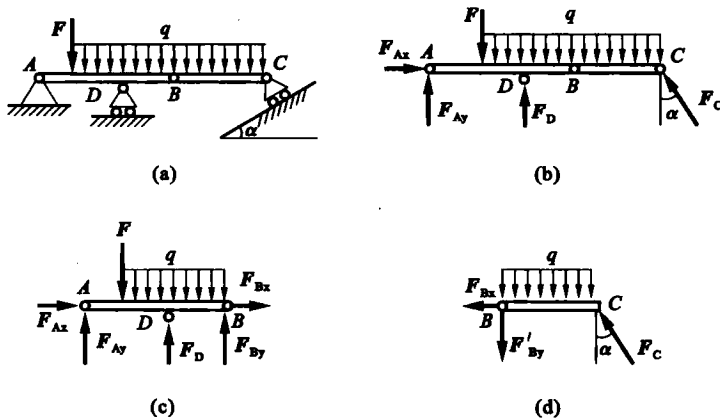


图 1.2

【解】 (1) 取整体为研究对象,先画集中力 F 与分布载荷 q ,再画约束反力。A 处约束反力分解为 F_{Ax} 和 F_{Ay} 两个正交分量, D、C 处的约束反力分别与其支撑面垂直, B 处约束反力为内力,不能画出,整体的受力图如图 1.2(b) 所示。

(2) 取梁 ADB 为分离体,先画集中力 F 及梁段上的分布载荷 q ,再分别画 A、D、B 处的约束反力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_D 、 F_{Bx} 、 F_{By} , ADB 梁受力如图 1.2(c) 所示。

(3) 取梁 BC 段为分离体,先画梁段上的分布载荷 q ,再分别画出 B 、 C 处的约束反力,注意 B 处的约束反力与 AB 段 B 处的约束反力是作用力与反作用力关系, C 处的约束反力 F_C 与斜面垂直, BC 梁受力如图 1.2(d) 所示。

【例 1.3】 如图 1.3(a) 所示的三铰拱桥由左右两拱铰接而成。设各拱自重不计, AC 拱受竖直载荷 P 的作用。试分别画出拱 AC 和拱 CB 的受力图。

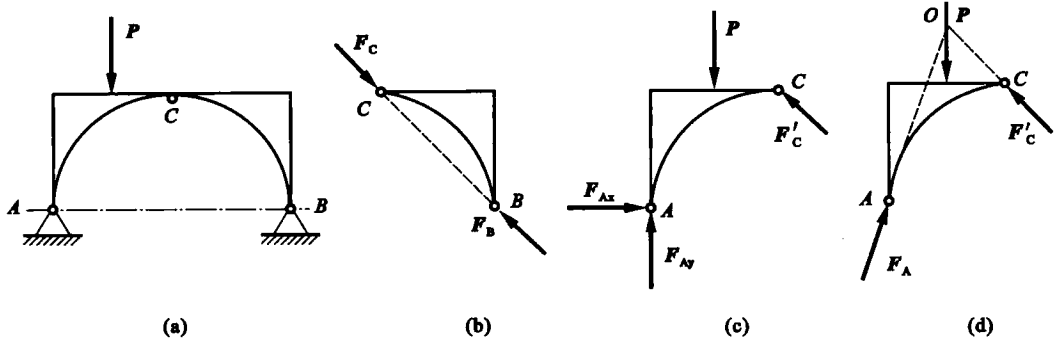


图 1.3

【解】 分析:对于 CB 拱,因为它只在 B 、 C 两处受铰链约束,因此 CB 拱是一个二力构件。而 AC 拱三点受力,并且三个力彼此不平行,在同一平面内,可以应用三力汇交定律确定。

(1) 研究 CB 拱: CB 拱是一个二力杆。受力图如图 1.3(b) 所示,在铰 B 、 C 处所受到的约束反力分别为 F_B 、 F_C ,并且 F_B 和 F_C 等值、反向、共线。因此 F_B 、 F_C 的作用线在 CB 的连线上,指向先假设,以后再根据主动力方向,以及平衡条件来确定。

(2) 研究 AC 拱: AC 拱受到主动力 P 。由于 AC 拱在 C 处受到 CB 拱给它的约束反力与 F_C 是作用力和反作用力的关系,所以用 F'_C 来表示, A 处是固定铰支座,约束反力为 F_{Ax} 、 F_{Ay} ,如图 1.3(c) 所示。

还可以根据三力平衡汇交定律来确定 F_{Ax} 、 F_{Ay} 的合力 F_A 通过 P 和 F'_C 作用线的汇交点 O ,沿 OA 的连线。

【例 1.4】 如图 1.4(a) 所示的物体系统中,试画出整体、杆 AB 和杆 AC (均不包括销钉 A 、 C)、销钉 A 、销钉 C 的受力图。

【解】 (1) 先分析整体的受力情况,主动力有重力 Q 。 A 处为滑动铰支座约束, C 处为固定铰支座约束,因此 A 处的约束反力垂直向上,用 F_{NA} 表示, C 处的约束反力用两个正交分力 F_{Cx} 、 F_{Cy} 表示,整体的受力如图 1.4(b) 所示。

(2) 取出杆 AB , A 、 B 两处为铰链约束,在 D 处有绳索约束,且杆 BC 为二力杆,因此 B 处约束反力沿着杆 BC 的方向,而 A 处的约束反力是销钉 A 对 AB 杆的作用力,可用两个大小未知的正交分力 F_{Ax1} 、 F_{Ay1} 表示,其受力图如图 1.4(c) 所示。

(3) 取出杆 AC , A 、 O 、 C 三处均为铰链约束, A 处有销钉 A 对杆 AC 的约束反力,用大小未知的两个力 F_{Ax2} 、 F_{Ay2} 表示。 O 处有圆盘 O 给杆 AC 的约束反力 F_{Ox} 、 F_{Oy} , C 处有销钉 C 对杆 AC 的约束反力 F_{Cx1} 、 F_{Cy1} ,杆 AC 的受力图如图 1.4(d) 所示。

(4) 取销钉 A 为研究对象, A 处为滑动铰支座对销钉 A 有约束反力为 F_{NA} ,另外销钉 A 还受到杆 AC 、 AB 对它的约束,其约束反力可以根据作用和反作用定律确定,分别用 F_{Ax2} 、 F_{Ay2} 、 F_{Ax1} 、 F_{Ay1} 表示,如图 1.4(e) 所示。

(5) 取销钉 C 为研究对象,销钉 C 受到固定铰支座、杆 AC、杆 BC 对它的约束。固定铰链支座给销钉 C 的约束反力就是 F_{Cx} 、 F_{Cy} ,杆 BC 为二力构件,因此,杆 BC 对销钉 C 的约束反力 F'_{BC} 沿着杆 BC 的连线,方向与杆 BC 对杆 AB 的约束反力方向相反,杆 AC 对销钉 C 的约束反力由作用和反作用定律确定,用 F'_{Cx1} 、 F'_{Cy1} 表示,销钉 C 受力如图 1.4(f) 所示。

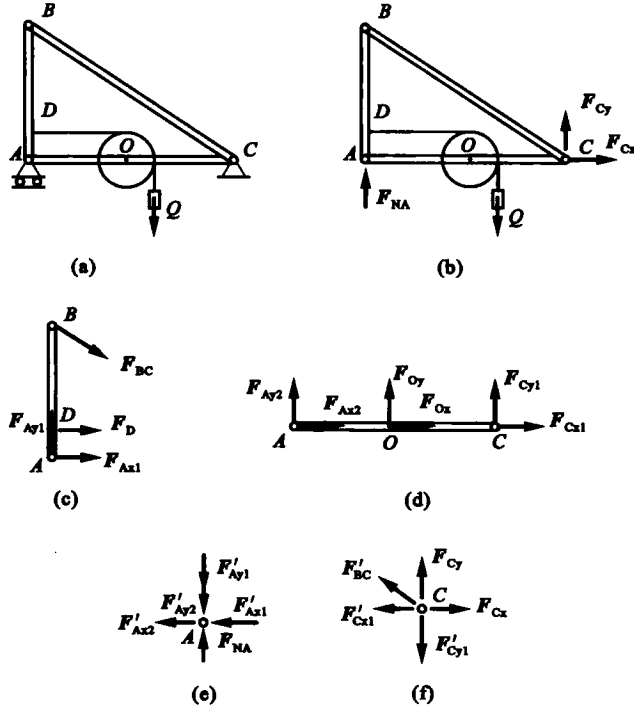


图 1.4

单元练习

一、判断题

1. 只要两个力大小相等,方向相同,则它们对物体的作用效果相同。 ()
2. 只在两点受力且平衡的刚体是二力体。 ()
3. 若物体受两个等值、反向、共线的力的作用,则此物体一定平衡。 ()
4. 如图 1.5 所示,刚体 A、B 自重不计,在光滑斜面上相互接触,其上分别作用有两个等值、反向、共线的力 F_1 和 F_2 ,则 A、B 平衡。 ()
5. 力是滑动矢量,可沿作用线移动。 ()
6. 力的可传性只适用于刚体,不适用于变形体。 ()
7. 如图 1.6 所示,在图 1.6(a)、图 1.6(b) 两种情况下,力 F 沿作用线移至 D 点,都不会影响 A、B 处的反力。 ()
8. 在两个集中力作用下,使刚体处于平衡的必要与充分条件是这两个力等值、反向、共线。 ()



图 1.5

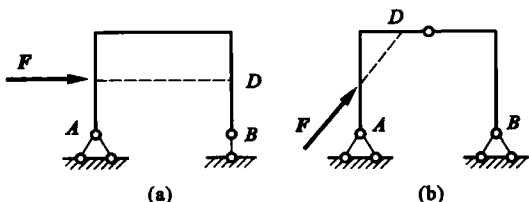


图 1.6

二、填空题

1. 均质杆在 A、B 两点分别与矩形光滑槽接触，并在如图 1.7 所示情况下平衡。则 AD 杆长为_____。
2. 如图 1.8 所示，均质弯杆 AB 段长 l ，要使 BC 段保持水平且弯杆平衡，则 BC 段的长度为_____。
3. 如图 1.9 所示，AB 杆自重不计，在五个已知力作用下处于平衡，则作用于 B 点的四个力的合力 R 的大小为_____，方向沿_____。

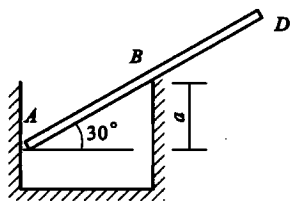


图 1.7

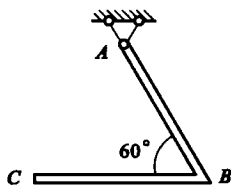


图 1.8

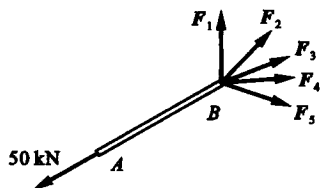


图 1.9

4. 如图 1.10 所示，将作用于 A 点的力 F 沿 AC 和 AB 两个方向分解，则沿 AB 方向的分力为_____。
5. 如图 1.11 所示，将作用于 A 点的力 F 分解为两个力，若已知一个分力为 100 kN，则另一个分力大小为_____。
6. 如图 1.12 所示，将作用于 A 点的力 F 分解为两个力，一分力沿已知方位 MN，则另一分力的最小值为_____。

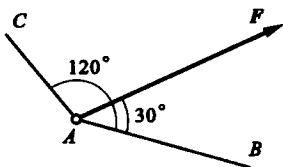


图 1.10

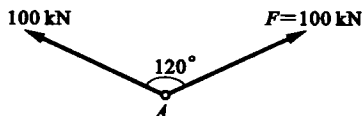


图 1.11

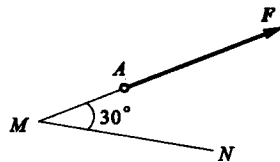


图 1.12

三、画受力图

1. 如图 1.13 所示，圆柱体重量为 P ，不计接触面的摩擦，试画出其受力图。
2. 试画出如图 1.14 所示梁的受力图。
3. 试画出如图 1.15 所示结构整体受力图以及各组成部分的受力图。

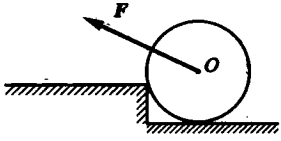


图 1.13

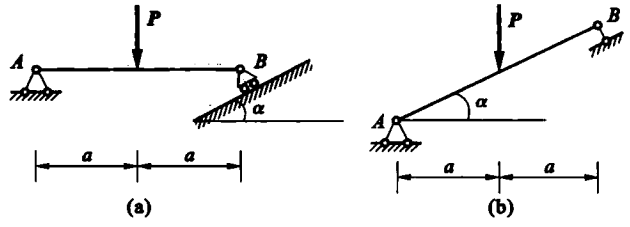


图 1.14

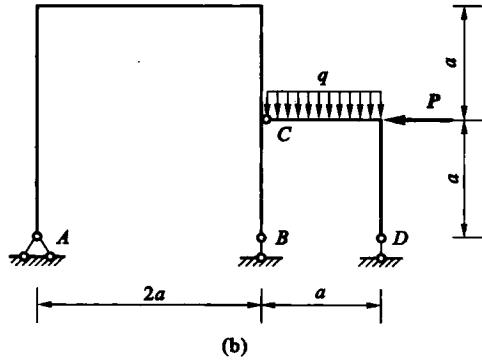
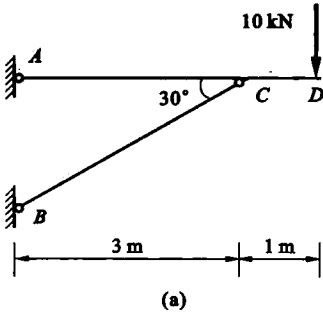


图 1.15

第 2 章 平面汇交力系

【考点分析】

1. 学习目的和基本要求

通过本章学习,了解平面汇交力系合力的几何法,了解平面汇交力系平衡的几何条件;了解三力平衡定理,会用三力平衡定理确定未知约束反力的作用线;会用解析法求平面汇交力系的合力;能熟练地应用平面汇交力系的平衡方程求解物体的平衡问题。

2. 考核知识点及考核要求

(1) 识记:平面汇交力系;力多边形、求平面汇交力系的几何法;平面汇交力系平衡的几何条件、封闭力多边形;力在轴上的投影;合力投影定理。

(2) 领会:三力平衡定理;求平面汇交力系合力的解析法。

(3) 简单应用:平面汇交力系的平衡条件及平衡方程。

【重难点知识串讲】

1. 平面汇交力系合成与平衡的几何法

(1) 平面汇交力系

如果一个力系的所有各力的作用线都位于同一平面内且汇交于一点,则该力系称为平面汇交力系。

(2) 平面汇交力系合成的几何法

力系的合成可由力系中各力矢首尾相接,构成开口的力多边形的封闭边表示其合力矢,合力的方向是由力多边形始点指向终点,合力的作用点为力系的汇交点,这种求合力的方法称为力多边形法则,写成矢量等式为:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

(3) 平衡的几何条件

平面汇交力系平衡的必要和充分条件是力多边形自行封闭,即力多边形中最后一个力的终点与第一个力的起点重合。

2. 三力平衡定理

刚体在三个力的作用下处于平衡状态时,其中两个力的作用线汇交于一点,则第三个力的作用线必通过该点,三力组成平面汇交力系。

3. 力在轴上的投影与合力投影定理

(1) 力在轴上的投影

力在某轴上的投影,等于力的大小乘以力与该轴的正向夹角的余弦,力在轴上的投影是一个代数量。

(2) 合力投影定理

力系合力在任一轴上的投影等于力系中各分力在同一轴上的投影的代数和。

4. 平面汇交力系合成的解析法

根据合力投影定理求合力在 x 、 y 轴上的投影：

$$F_x = \sum_{i=1}^n X_i, \quad F_y = \sum_{i=1}^n Y_i$$

则合力的大小和方向为：

$$F_R = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F_R}, \quad \cos\beta = \frac{F_y}{F_R}$$

式中 α, β —— 分别为合力矢量 F_R 与 x 轴和 y 轴的正向夹角。

5. 平面汇交力系的平衡条件及平衡方程

平面汇交力系平衡的必要和充分条件是力系的合力 $F_R = 0$ 。合力 $F_R = 0$ 等价于：

$$F_x = \sum_{i=1}^n X_i = 0$$

$$F_y = \sum_{i=1}^n Y_i = 0$$

因此，平面汇交力系平衡的必要和充分条件可以解析为：力系中所有各力在两个坐标轴上投影的代数和分别为零。以上两式为平面汇交力系的平衡方程。

【典型习题解析】

【例 2.1】 一重物 W 重量为 20 kN，在如图 2.1(a) 所示位置处于平衡状态。如不计绳索的自重和伸长， BC 处于水平位置， $\varphi = 30^\circ$ ，试求绳索 AB 和 BC 的张力。

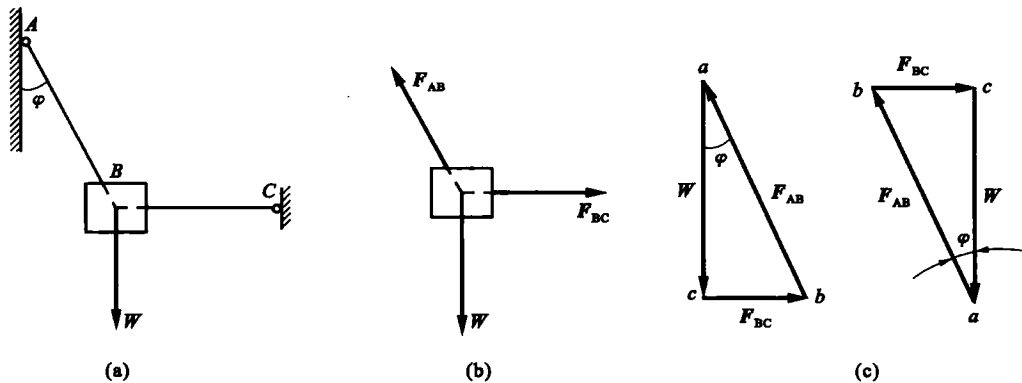


图 2.1

【解】 选取重物为研究对象，受力图如图 2.1(b) 所示，显然这是一个平面汇交力系。根据平面汇交力系平衡的几何条件，这三个力应构成一个自行封闭的力三角形。

如用作图法求解，可按照比例，先画出已知力 $W = ac$ ，然后过 a 、 c 两点分别作直线平行于 F_{AB} 和 F_{BC} ，这两条直线相交于 b 点，于是得到力的三角形 $\triangle abc$ ，如图 2.1(c) 所示。

用解析法求解，则：

$$F_{AB} = \frac{W}{\cos\varphi} = \frac{20}{\cos 30^\circ} = 23.09 \text{ (kN)}$$

$$F_{BC} = W \tan\varphi = 20 \times \tan 30^\circ = 11.55 \text{ (kN)}$$

【例 2.2】 水平力 F 作用在刚架的 B 点,如图 2.2(a) 所示。如不计刚架重量,试求支座 A 和 D 处的约束力。

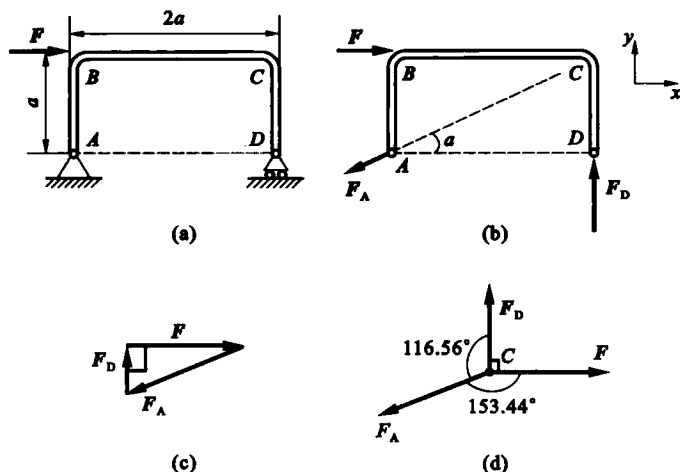


图 2.2

【解】 解法一:

首先解除图 2.2(a) 所示刚架 A 、 D 处的支座,代之以约束反力 F_A 和 F_D 。根据三力平衡原理,力 F 、 F_A 和 F_D 的作用线必相交于点 C ,此三力构成的封闭三角形如图 2.2(c) 所示,它和直角三角形 $\triangle ABC$ 相似。根据相似三角形性质,有:

$$\frac{F_D}{AB} = \frac{F_A}{AC} = \frac{F}{BC}$$

将 $AB = a$, $BC = 2a$, $AC = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a$ 代入上式可得:

$$F_A = 1.12F \quad F_D = 0.5F$$

解法二:

应用静力学平衡条件,列平衡方程:

$$\sum F_x = 0, F - F_A \cos\alpha = 0 \quad \text{①}$$

$$\sum F_y = 0, F_D - F_A \sin\alpha = 0 \quad \text{②}$$

根据图 2.2(b) 的几何关系,有:

$$\alpha = \arctan \frac{a}{2a} = 26.56^\circ$$

将 $\alpha = 26.56^\circ$ 代入式 ① 和式 ②,可得支座 A 和 D 的约束反力分别为:

$$F_A = \frac{F}{\cos\alpha} = \frac{F}{\cos 26.56^\circ} = 1.12F$$

$$F_D = F_A \sin\alpha = 1.12F \times \sin 26.56^\circ = 0.5F$$

【例 2.3】 如图 2.3(a) 所示的结构由两弯杆 ABC 和 DE 构成。构件重量不计,图中的长度单位为 m 。已知 $F = 20 \text{ kN}$,试求支座 A 和 E 的约束力。