



诺贝尔经济学奖经典文库

投资组合理论 与资本市场

Nobel Economics Prize

PORTFOLIO THEORY AND
CAPITAL MARKETS

[美] 威廉 F. 夏普 (William F. Sharpe) 著
郑磊 译



机械工业出版社
China Machine Press

诺贝尔经济学奖经典文库

投资组合理论 与资本市场

PORTFOLIO THEORY AND
CAPITAL MARKETS

[美] 威廉 F. 夏普 (William F. Sharpe) 著

郑磊 译



机械工业出版社
China Machine Press

图书在版编目 (CIP) 数据

投资组合理论与资本市场 / (美) 威廉 F. 夏普 (William F. Sharpe) 著; 郑磊译.
—北京: 机械工业出版社, 2016.8

(诺贝尔经济学奖经典文库)

书名原文: Portfolio Theory and Capital Markets

ISBN 978-7-111-54629-0

I. 投… II. ①威… ②郑… III. ①组合投资—投资理论 ②资本市场 IV. ① F830.59
② F830.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 192436 号

本书版权登记号: 图字: 01-2016-3786

William F. Sharpe. Portfolio Theory and Capital Markets.

ISBN: 0-07-135320-8

Copyright © 2000 by McGraw-Hill Education.

All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including without limitation photocopying, recording, taping, or any database, information or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

This authorized Chinese translation edition is jointly published by McGraw-Hill Education and China Machine Press. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only, excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan.

Copyright © 2016 by McGraw-Hill Education and China Machine Press.

版权所有。未经出版人事先书面许可, 对本出版物的任何部分不得以任何方式或途径复制或传播, 包括但不限于复印、录制、录音, 或通过任何数据库、信息或可检索的系统。

本授权中文简体字翻译版由麦格劳-希尔(亚洲)教育出版公司和机械工业出版社合作出版。此版本经授权仅限在中华人民共和国境内(不包括香港、澳门特别行政区及台湾地区)销售。

版权 © 2016 由麦格劳-希尔(亚洲)教育出版公司与机械工业出版社所有。

本书封面贴有 McGraw-Hill Education 公司防伪标签, 无标签者不得销售。

投资组合理论与资本市场

出版发行: 机械工业出版社 (北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码: 100037)

责任编辑: 黄姗姗

责任校对: 殷虹

印刷: 北京天宇万达印刷有限公司

版次: 2016 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

开本: 170mm × 242mm 1/16

印张: 20

书号: ISBN 978-7-111-54629-0

定价: 80.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

客服热线: (010) 68995261 88361066

投稿热线: (010) 88379007

购书热线: (010) 68326294 88379649 68995259

读者信箱: hzjg@hzbook.com

版权所有·侵权必究

封底无防伪标均为盗版

本书法律顾问: 北京大成律师事务所 韩光 / 邹晓东

丛书序一

厉以宁 北京大学教授

机械工业出版社经过长期的策划和细致的组织工作，推出了“诺贝尔经济学奖经典文库”。该丛书预计出版经济学获奖者的专著数十种，精选历届诺贝尔经济学奖获得者的代表性成果和最新成果，计划在三四年内面世。我以为这是国内经济学界和出版界的一件大事，可喜可贺。

要知道，自从 20 世纪 70 年代以来，世界经济学领域内名家辈出，学术方面的争论一直不断，许多观点令经济学者感到耳目一新。这既是一个怀疑和思想混乱的时期，也是一个不同的经济学说激烈交锋的时期，还是一个经济学家不断探索和在理论上寻找新的答案的时期。人们习惯了的经济生活和政府用惯了的经济政策及其效果都发生了巨大的变化，经济学家普遍感到有必要探寻新路，提出新的解释，指明新的出路。经济学成为各种人文学科中最富有挑战性的领域。难怪不少刚刚步入这个领域的经济学界新人，或者感到困惑，或者感到迷茫，感到不知所措：怎样才能在经济学的这样莫测高深的海洋中摆对自己的位置，了解自己应当从何处入门，以便跟上时代的步伐。机械工业出版社推出的这套“诺贝尔经济学奖经典文库”等于提供了一个台阶，也就是说，这等于告诉初学者，20 世纪 70 年代以来荣获诺贝尔经济学奖的各位经济学家是怎样针对经济学中的难题提出自己的学说和政策建议的，他们是如何思考、如何立论、如何探

寻新路的。这就能够给后来学习经济学的年轻人以启发。路总是有人探寻的，同一时期探寻新路的人很多，为什么他们有机会进入经济学研究的前沿呢？经济学重在思考、重在探索，这就是给后学者最大的鼓励、最重要的启示。

正如其他人文科学一样，经济学研究也必须深入实际，立足于实际。每一个新的经济观点的提出，每一门新的经济学分支学科的形成，以及每一种新的研究和分析方法的倡导，都与实际有关。一个经济学家不可能脱离实际而在经济学方面有重大进展，因为经济学从来都是致用之学。这可能是经济学最大的特点。就以“诺贝尔经济学奖经典文库”所选择的诺贝尔经济学奖获得者的著作为例，有哪一本不是来自经济的实践，不是为了对经济现象、经济演变和经济走向有进一步的说明而进行的分析、论证、推理？道理是很清楚的，脱离了经济的实际，这些分析、论证、推理全都成了无根之木、无源之水。

与此同时，我们还应当懂得这样一个道理，即经济学的验证经验是滞后的，甚至可以说，古往今来凡是经济学中一些有创见的论述，在验证方向上是滞后的，而在同时代涌现的众多看法中又是超前的。验证的滞后性，表明一种创新的经济学研究思路也许要经过一段或短或长的时间间隔才能被变化后的形势和经济的走向所证实。观点或者论述的超前性，同样会被经济的实践所认可。有些论断虽然至今还没有被完全证实，但只要耐心等待，经济演变的趋势必然迟早会证明这些经济学中的假设——都会被人们接受和承认。回顾 20 世纪 70 年代以来的诺贝尔经济学奖获得者的经历和学术界对他们著作评价的变化，难道不正如此吗？

经济学同其他学科（不仅是人文学科，而且也包括自然学科）一样，实际上都是一场永无止境的接力赛跑。后人是有幸的，为什么？因为有一代又一代前人已经在学科探索的道路上做了不少努力。后人总是在前人成就的基础上更上一层楼，即使前任在前进过程中有过疏漏，有过

判断的失误,那也不等于后人不能由此学习到有用的知识或得出有益的启示。

我相信,机械工业出版社隆重推出的“诺贝尔经济学奖经典文库”会使越来越多的中国人关注经济学的进展,促进中国经济学界的研究的深化,并为中国经济改革和发展做出自己的贡献。

2014年9月21日

丛书序二

何 帆 中国社会科学院

20 世纪，尤其是 20 世纪后半叶，是经济学家人才辈出的时代。诺贝尔经济学奖（全称是瑞典中央银行纪念阿尔弗雷德·诺贝尔经济学奖）由瑞典中央银行于其成立 300 周年的时候设立，并于 1969 年首次颁奖。这一奖项被视为经济学的最高奖。截至 2014 年，共有 75 名经济学家获奖。

我们当然不能仅仅以诺贝尔奖论英雄。有些经济学家英年早逝，未能等到获奖的机会。诺贝尔经济学奖主要是授予一个领域的代表人物的，但有些领域热门，有些领域冷门，博弈论是发展最为迅猛的一个领域，研究博弈论的经济学家有很多高手，可惜不能都登上领奖台。有时候，诺贝尔奖的授奖决定会引起争议，比如 1974 年同时授给左派的缪尔达尔和右派的哈耶克，比如 2013 年同时授予观点相左的法玛和席勒。尽管同是得奖，得奖者的水平以及学术重要性仍存在较大的方差。但是，总体来看，可以说，这 75 位经济学家代表了 20 世纪经济学取得的重大进展。

经济学取得的进步是有目共睹的。经济学发展出了一套系统的分析框架，从基本的假设出发，采用严密的逻辑，推导出清晰的结论。受过严格训练的经济学家会发现和同行的学术交流变得非常方便、高效，大家很快就能够知道观点的分歧在哪里，存在的问题是什么；经济学形成了一个分工细密、门类齐全的体系。微观经济学、宏观经济学和经济计量

学是经济学的旗舰，后面跟着国际经济学、发展经济学、产业组织理论等主力，以及法律经济学、实验经济学、公共选择理论等新兴或交叉学科；经济学提供了一套规范而标准化的训练，不管是在波士顿还是上海，是在巴黎还是莫斯科，甚至是在伊朗，学习经济学的学生使用的大体上是同样的教材，做的是同样的习题。从初级、中级到高级，经济学训练拾级而上，由易入难，由博转精；经济学还值得骄傲的是，它吸收了最优秀的人才，一流大学的经济系往往国际化程度最高，学生的素质也最高；在大半个世纪的时间里，经济学成为一门显学，经济学家对经济政策有重大的影响，政府部门和国际组织里有经济学家，大众媒体上经常见到活跃的经济学家，其他社会科学的学科经常会到经济学的殿堂里接受培训，然后回到自己的阵地传播经济学的火种。

但是，我们也不得不指出，经济学发展到今天，遇到了很多“瓶颈”，创新的动力明显不足。经济学百花齐放、百家争鸣的时代似乎已经过去，整齐划一的研究变得越来越单调乏味。有很多人指责经济学滥用数学，这种批评有一定的道理，但并没有击中要害。经济学使用的是一种非常独特的数学，即极值方法。消费者如何选择自己的行为？他们在预算的约束下寻找效用的最大化。企业如何选择自己的行为？它们在资源的约束下寻找利润的最大化。政府如何选择自己的行为？它们在预算的约束下寻找社会福利函数的最大化。经济学的进步，无非是将极值方法从静态发展到动态，从单个个体的最大化发展到同时考虑多个个体的最大化（博弈论），从确定条件下的极值发展到不确定下的极值，等等。其他学科，比如物理学、生物学也大量地使用数学工具，但它们所用的数学工具多种多样，变化极快，唯独经济学使用的数学方法仍然停留在原地。

经济学遇到的另一个问题是较为强烈的意识形态色彩。经济学家原本也是各执一词，争吵激烈，大家谁也说服不了谁，最后还是要“和平共处”。20世纪70年代之后，经济学不仅在研究方法上“统一”了，思

想上也要“统一”，经济学界对异端思想表现得格外敏感，如果你跟主流的思想不一致，很可能被边缘化，被分配到海角天涯，根本无法在经济学的“部落”里生存。这种力求“统一思想”的做法在很大程度上损害了经济学的自我批判、自我更新。

经济学常常被批评为社会科学中的“帝国主义者”，这不仅仅是因为经济学的研究方法经常会渗透到其他学科，更主要的是因为经济学和其他社会学科的交流并非双向而平等的，别的学科向经济学学习的多，而经济学向其他学科学习的少。经济学变得日益封闭和自满，讨论的问题“玄学”色彩越来越浓厚，往往是其他学科，甚至经济学的其他领域的学者都不知道讨论的问题到底是什么意思，于是，经济学和其他学科的交流就更加少，陷入了一个恶性循环。

科学的发展离不开现实的挑战。20世纪中叶经济学的大发展，在很大程度上是对20世纪30年代的大萧条，以及战后重建中遇到的种种问题的回应。20世纪70年代的滞胀，引起了经济学的又一次革命。如今，我们正处在全球金融危机之后的新阶段，经济增长前景不明，金融风险四处蛰伏，收入分配日益恶化，这些复杂的问题给经济学家提出了严峻的挑战，经济学或将进入一个反思、变革的新阶段，有可能迎来一次新的“范式革命”，年轻一代学者将在锐意创新的过程中脱颖而出。

创新来自继承，也来自批判。机械工业出版社拟推出“诺贝尔经济学奖经典文库”，出版获得诺贝尔奖的学者的各类著作，其中既有精妙深邃的基础理论，又有对重大现实问题的分析，还有一些是经济学家们对自己成长道路的回忆。有一些作者是大家耳熟能详的，也有一些是过去大家了解不多，甚至已经淡忘的。这将是国内最为齐全的一套诺贝尔经济学奖得主系列丛书，有助于我们对20世纪的经济学做出全面、深入的了解，也有助于我们站在巨人的肩头，眺望21世纪经济学的雄伟殿堂。

2014年12月12日

再版序言

当我得知麦格劳-希尔公司决定再版《投资组合理论与资本市场》一书的消息时，心情十分复杂。再版我的这本早期著作无疑是个好消息，但是这本书已出版了 30 年，这期间投资理论和实践都发生了具有里程碑意义的变化。我担心，从一个新千年的角度审视，这本书的内容会不会天真甚至是可笑？在重读了这本书之后，我得出了结论：这本书的许多内容今天仍然是有用的，尽管这个看法很可能是有偏差的，但没有太大关系，因为本书再版的目的是使当代读者从中受益，读者最终会对这本书内容是否有用做出判断。除了极少的例外，本书新版本与原版本基本保持一致。个别图表经过重新修订，校正了一些印刷上的错误，但是资料仍保持不变。

不对本书再版置评，而是简单地建议读者将这一版本作为历史文献对待，这样做似乎很有诱惑力。然而，我还是想借此机会对本书的内容做一些评价。

综述

当我在 1968~1969 年写这本书时，金融学 and 经济学领域正在孕育现在被称为“金融经济学”的理论体系。哈里·马科维茨（Harry Markowitz）关于投资组合理论的第 1 篇论文在 20 世纪 50 年代初期发表，同期还有詹姆斯·托宾（James Tobin）有关投资组合分离的著作及肯尼斯·阿罗（Kenneth Arrow）

和吉拉德·德布鲁 (Gerard Debreu) 关于状态-偏好理论的论文, 但是直到 20 世纪 60 年代, 这方面的研究才开始对金融学产生重大影响。我的资本资产定价模型的论文于 1964 年发表, 并且直到写作这本书时, 它的影响才显露出来。我倾向于同意这样的观点: 通过将这一领域的许多研究成果以一种相对直接易懂的方式集中展示出来, 我加速了其后几十年金融学教学和实践领域的革命。

可以肯定的是, 这本书首次出版之后, 在金融经济学领域出现了许多关键性的理论贡献。本书中没有包括期权理论的内容, 它是费舍尔·布莱克 (Fischer Black)、罗伯特·默顿 (Robert Merton) 和迈伦·斯科尔斯 (Myron Scholes) 的重要贡献。本书中也不包括多期问题, 这一领域近年来引起了广泛关注。其实, 阿罗-德布鲁的状态偏好理论 (Arrow-Debreu state-preference) 能够为以上两个题目提供分析的基础, 所以至少本书为分析这些问题提供了基础。本书对效用的分析尽管稍显简单, 但仍具备了从状态-偏好模型过渡到一般均衡模型所需的基本要素, 一般均衡模型后来是由罗伯特·卢卡斯 (Robert Lucas) 和其他人发展起来的。

比较有利的是, 本书几乎没有实证方面的资料。这是幸运的, 因为大多数实证研究都只具有很短的时效。然而今天使用的计量经济学技术, 远比在写这本书时要复杂得多。

本书初版以来, 构成关键性内容的资本资产定价模型 (Capital Asset Pricing Model) 有了很大的发展。而且, 出现了不少竞争性的理论和实证检验, 力图使一种理论有别于另一种理论。一些研究者甚至断言“ β 寿终正寝了”, 这是否定资本资产定价模型的一个关键结论。然而, 至今很难从现有教科书和大多数投资实践中发现支持这一断言的证据。

记住以下观点是有用的: 几乎所有的实证研究, 都是在事后对投资者的期望及其对风险和相关性的预测进行处理, 这一方式通常会导致严重的误差。下述情况绝对有可能发生: 一些变量与资本市场理论在事前切合得

天衣无缝，然而，无法在事后从数据中发现明显的统计意义。如果理论关系在每一时期都存在，但参数值在各个时期却是不同的，则问题将会更严重。在这种情况下，有效的样本规模会很小，从而限制了统计检验的可信性。

有些人开玩笑说：如果你不喜欢一个实证研究的结果，那么就等待使用另一种统计方法或来自另一个时间或国家的数据的分析出现。尽管这话听起来粗鲁了一些，但是在实证证据还不足以避免测量误差和方法、时间和地点变化造成的影响的情况下，轻易拒绝现有的关于竞争性的资本市场的通情达理的结论是不明智的。我认为，从基于均值-方差和状态-偏好分析（这两方面本书均有论及）的资本市场理论得出的关键性论点，还没有满足这一条件。

尽管对我而言最好的做法可能是只对这些一般性现象做一些有限度的评价，但是有必要就后来的理论发展，在这本书的每一章和附录里增加一些内容。因此，我将在这本书里，提及原书初版后 30 年来一些研究者的贡献。我没有提供一个详细的参考书清单，而是邀请读者访问我的网址（www.wsharpe.com）上的资料，在那里非常详细地讨论了很多课题。对投资组合理论和资本市场理论的实际应用感兴趣的人，可能会愿意访问我与别人合办的在线投资顾问公司的网址（www.financialengines.com）。

下面我们介绍每一章和附录，按顺序排列，以便读者能有选择地阅读需要的内容。

第 1 章 确定性

这一章涉及在确定性下决策的标准经济学分析。它强调建立在充分完全的资本市场上的现值和收益率的概念，并以此为经济构架。除了这一重点外，使用的资料十分标准化，这在一般的金融学教科书中是不多见的。也许本章最明显的不足是缺乏对在确定性下的多期估值的讨论，包括通常

教科书提出的观点：在这种情况下，现值是一个比内部收益率更好的决策变量。然而，很多企业融资经理仍继续依赖后者。幸运的是，许多可交易的投资在当前的现金流为负值，而在未来时期的现金流会变为正值（或非负），所以在这儿并不是一个核心问题。但是，把确定性分析扩展到多期问题，这是顺理成章的，不幸的是本章未包括这方面的内容。

第 2 章 投资组合

本章提供了马科维茨对投资组合的单期均值分析和选择的基本概念，可以把它作为流行的教科书内容来对待。本章只有一个定义是有误的：有效边界被定义为组合投资预期收益和风险的可行组合的上边界。一个更好的定义应该仅是该组合的左上边界，因为如果存在另一个有更高预期收益和更低风险的组合，没有一个厌恶风险的投资者会选择现有的组合，即使对这一组合的风险程度来说，它是具有最高预期收益的组合。

第 3 章 证券

人们很难不对电子制表软件程序使用之前和之后的数学计算的差异感到惊奇。

这一点在本章十分明显。例如，为计算投资组合的预期收益率，人们现在可以将投资于证券的数额列入电子数据表的一栏，同时将证券的预期收益列入相邻的一栏。在下一栏，将前两栏的乘积写在左边，然后将其他单元的公式复制于该栏，最后将最终的计算公式放入表中，计算出第 3 栏各项乘积之和，得出投资组合的预期收益率。几乎每一个读者都能准确无误地完成这些计算并充分理解其过程。

幸运的是，本书的许多理论都差不多能够直接利用电子制表软件进行表述。计算一个投资组合标准差的过程就是一个典型例子。当本书写作的时候，投资组合风险的实际计算只能使用 Fortran 语言程序来完成，使用带

下标的变量和重叠循环的方式来计算基本结果并求和。

尽管电子制表软件使数学分析变得容易了，但是在某些方面，它们没有提供进行细致分析的最佳工具。投资组合和资本市场理论急需使用矩阵代数。加上一些现有的程序语言（例如 MATLAB）能够直接进行矩阵和向量的计算，使问题的公式化和求解能够同时完成。除此之外，一些电子制表软件程序（如微软的 Excel）包含进行矩阵计算的功能，尽管方式比较简陋。

本书是为没有接受过多的数学训练的读者而写的，所以无须要求读者具备基础的矩阵计算知识，或提供包含矩阵内容较多的附录。既然目前这些程序能够很容易地运用，我认为尝试使用更多的矩阵代数的收益远大于成本。然而这个观点仍未得到普遍重视，目前大多数的金融学教科书仍使用本书所用的表述方式。

附录 A 关键要素

这一附录包括了一种解联立方程的方法的说明。今天的读者会发现这样做是奇怪的。一般地，如果我们希望找到满足 $A \times x = b$ 的向量 x 时，所要做的事就是计算 $x = \text{inv}(A) \times b$ 。后者可以直接使用 MATLAB 指令，或者，可以使用 Excel 的 MMULT（进行矩阵乘法）和 MINVERSE（进行矩阵逆转）。本附录也讨论了微积分和带线性约束条件的函数的最大值。熟悉矩阵代数的读者可能不耐烦使用方阵格子表示矩阵方程，如果能使用更简洁的表示法，至少可以节省使用一些树形表示。这本书初版以来，微积分和线性代数方面没有什么变化，所以不需要进行修正。

第 4 章 有效投资组合

对于现在的读者来说，很难想象在这本书最初写作的时候，没有电子制表软件程序，没有简单的绘图软件包，没有激光或喷墨打印机。图表通常是手绘的，或是通过加载复杂程序的平面绘图仪完成的。毫不奇怪，本

书的大多数图或多或少是手绘的，可以被认为（最好如此）是艺术家的作品。在大多数情况下，这样做是无害的，但是在某些情况下，容易引起误解或是错误的。

一个潜在的容易引起误解的例子，是在一个可行的风险收益区域内，在给定的风险水平下，最低和最高预期收益率之间的距离，可参见图 4-18（和许多其他图表）。当选择的对象是单个证券时，这或许是有代表性的，但当投资组合的构成要素本身是来自不同类别的资产时，这种情况则较少出现。在实践中，最优化方法经常被用于（也频繁被误用于）这一类型的“资产配置”问题。对这种问题的确实可行区域的检验，经常显示出在风险水平既定的情况下，最优组合和最劣组合的预期收益率的差异是相对较小的（例如，大多是接近每年 1% 而不是 10%）。

在原版中存在明显错误的图示关系是图 4-19、图 4-20、图 5-1 和图 6-1。在不存在非均等限制条件的情况下，均值-方差空间的可行域是抛物线；均值-标准差空间的可行域是双曲线。在原版中，这些图形是手绘的，以至于均值-标准差空间的可行域看起来像是抛物线。另外的错误是在曲线图的绘制中，无风险利率等于风险性证券的最小方差组合的预期收益率。在曲线图中有可能从无风险收益率画出一条直线，与有效边界在某一点相切。如果可行域的绘制是正确的，很明显这种情况不可能出现。在现在的术语中，如果无风险利率等于（或高于）风险证券最小方差组合的预期收益率，具有最高夏普比率（Sharpe ratio）的投资组合，将存在无穷风险（或收益）。在本书初版后，罗伯特·默顿指出了这一点。他的观察在经济学上具有重要意义，因为它关系到资本市场均衡所要求的一个重要特征。

为了避免新的版本困扰读者，这 4 张有误的图均被重新绘制。可行域现在是正确的了，无风险利率低于风险证券最小方差组合的预期收益率。书中的所有其他图仍保持原状。如果不发生其他问题，这些图可以看作对一个简单时代的怀旧。今天的读者能够直接使用有绘图能力的电子制表软

件和其他程序，轻而易举地画出想要的图形关系。

本章的另一个特点值得注意，为找出有效边界上的点，一位名叫 A 先生（这个名字缺乏想象力）的人物出现。他用一个参数（ λ ）表示无差异曲线，该参数实际上是预期收益方差的边际替代率，尽管这一经济含义没有明确给出。同时，此处不考虑均值和方差，假定这一边际替代率为常数。今天，我们将其称为 A 先生的风险承受度（risk tolerance）。在这一情况下，A 先生不是一个有代表性的投资者，他的作用只是帮助完成发现一个有效边界的任务（确实，在实现这一目标之后，他就被剔除了）。但是今天我们假定真实的投资者具有这样的特性。确实，约翰·林特纳（John Lintner）表明如果一个投资者的效用（见第 9 章）是组合收益的负指数函数，并且收益的概率分布也是正态的，那么投资者的预期效用可由投资组合的预期收益和方差的线性组合精确给出。

在现在的书中，斜率（ λ ）被称为投资者的风险承受度。投资者被假定希望最大化其组合的“效用”（不是第 9 章意义上的），它等于 $e - v/t$ ，其中 e 是组合的预期收益， v 是它的方差， t 是投资者的风险承受度。这等同于在本书公式中的最小化 α 。由于 λ 和 t 是相同的变量，所做的就是力图最小化 $(-t \times e + v)$ ，这等同于最大化 $(t \times e - v)$ 。但是只要 t 为正数，这等同于最大化 $(e - v/t)$ 。因此，如果目标是用一个步骤为给定风险承受程度（ λ ）的投资者寻找最优组合，则不需要改变这里的算法。

附录 B 解决一个基本问题

如果使用矩阵符号表达，可以大大简化这一说明过程，而且资金分离的经济理论将使这一过程更加清晰，这里还提供了一般化的情况以覆盖包含投资者函数、对冲需要和类似问题相关争议的情况。1980 年，在我就任美国金融学会主席的演讲中，我使用了这一简明的表述方式，后来该演讲内容以“分散化投资管理”的标题发表在 1981 年 5 月的《金融学杂志》上。从此以后，我一直使用这种方法富有成效地检验了一系列问题。虽然

这一附录中的分析给出了正确的结论，但论述过程的确有些单调乏味。

附录 C 解决一个标准问题

回顾马科维茨提出的临界线算法，似乎严重缺乏经济学的解释。在写作这一部分时，我用数学分析解决了这个问题，较多地使用与二次规划问题解的库恩-塔克条件（Kuhn-Tucker condition）。我也尽可能使整个过程更直观。但是后来我（和其他人）更加清楚地看到各种计算所蕴含的经济含义。况且一直存在着一种转变趋势，即从寻找一个完全有效边界，转向确定对一个有既定风险承受度的投资者的最优组合。加之，大多数投资者已经有某个投资组合满足相关的限制条件，所有问题变为一种最佳投资组合问题。毫不奇怪，如果能解决这一类问题，也可以（尽管也许效率低）通过简单变化相关参数和反复求解，解决不同风险承受水平的参数问题。在这里，同样是技术变化导致了重点的变化。以今天的标准来看，最初写本书时的计算机庞大、昂贵且计算速度缓慢。那时我们努力减少计算步骤，即使会降低对现实的代表性以及牺牲了使用方法的经济学意义，那样做仍然是值得的。这种无法兼顾的情况和现在完全不同。简洁易懂和容易使用的程序是完全可行的。对于涉及相对少的变量的情况更是如此，例如那些经常在资产配置分析中出现的变量，在这类分析中，“证券”是由较少的资产类别构成的投资组合。

出于这些原因，我现在倾向于关注这样的问题：给定现有的可行组合、上边界和下边界以及投资比例之和等于 1 等限制条件，确定一个有特定风险承受度的投资者的最佳投资组合。可行性条件通常可以满足，如果不能满足，可以对现行组合进行一个简单变换，或者更复杂的情况是求解一个线性规划问题。我将处理这一类问题的运算规则称为梯度方法（gradient method）。

为了以一种较经济、自然的方法去解决不同版本的投资组合问题，出发点是计算每一种投资的边际效用，而其中每一种证券的边际效用就是该