



文登教育

Wendeng Education

2013

文登培训学校策划

陈文灯◆主 编

附赠**真题线路图**，考点一目了然！

(数学三)

考研数学 十年真题点评

◆立足真题◆把握规律◆名师亲笔◆点评独到



文登教育

Wendeng Education

2013

文登培训学校策划

陈文灯◆主 编

附赠真题线路图，考点一目了然！ (数学三)

考研数学 十年真题点评

◆立足真题◆把握规律◆名师亲笔◆点评独到

图书在版编目(CIP)数据

2013 考研数学十年真题点评. 数学三/陈文灯主编. —北京:北京理工大学出版社, 2012.3

ISBN 978 - 7 - 5640 - 5696 - 4

I. ①2… II. ①陈… III. ①高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 题解 IV. ①O13 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 039800 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京时代华都印刷有限公司

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 12.25

字 数 / 269 千字

版 次 / 2012 年 3 月第 1 版 2012 年 3 月第 1 次印刷

定 价 / 25.00 元

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

前 言

一年一度的硕士研究生入学统一考试已经举行了十几届,积累了近百份数学试卷,这既是众多命题专家智慧和劳动的结晶,也是广大考研学子的宝贵财富。

历届的考研真题,除其内容外,还包含诸多有价值的信息,例如试题的形式、涵盖面、难度及试题所蕴涵的规律性。为了使考生在考研真题中汲取更多知识、掌握更多解题方法,我们将 2003—2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学试题作了精心的解析,编写成《考研数学十年真题点评》系列丛书,奉献给广大考研朋友,书中对每道真题通过“分析”“详解”和“评注”三部分进行点评。在“分析”中用简明的语言给出解题思路;在“详解”中用简捷、新颖的方法给出详细解答;在“评注”中强调与真题有关的知识点及题解中使用的技巧。

希望读者在使用本书时,不要輕易地翻阅真题的解答,只有当百思不得其解时才查阅解答;而且每做完一道真题,应回过头来仔细阅读书中有关这道真题的分析、详解和评注,进行比对和总结。如果能如此下工夫做完最近十年的数学考研真题,读完全书,我们深信读者在考研数学的基本概念和基本理论的理解上,在计算方法和计算技巧的掌握上都将获得一个飞跃,在解题能力和应考水平上也将有一个较大幅度的提高,从而能更加从容地面对研究生入学考试。

这套系列丛书自去年问世以来,深得广大考研学子的喜爱。今年在以往的基础上,我们作了认真的修订,增加了新的内容(如增加了考题路线图),使得它更适合广大考研朋友复习使用。

由于成书时间仓促,书中疏漏之处在所难免,恳请广大读者和同仁指正。

编 者

2012 年 3 月

近 10 年考题路线图

(2003—2012 年)

注:“一(1),2003 表示 2003”年第一大题第 1 小题,其中一()、二()为客观题,其他为解答题。此外,本表中删除了大纲中不要求的内容。

第一部分 微积分

(10 年考题总数:135 题,总分值:782 分。占三部分题量之比重:52%;占三部分分值之比重:52%)

第一章 函数、极限、连续

(10 年考题总数:30 题,总分值:154 分。占第一部分题量之比重:22%;占第一部分分值之比重:20%)

题型 1 求 1^∞ 型极限(二(9),2011;二(9),2012)

题型 2 求 $0/0$ 型极限(二(9),2009;一(2),2011;三(15),2011;三(15),2012)

题型 3 求 $0 \cdot \infty$ 有界量型极限(二(11),2007)

题型 4 求 $\infty - \infty$ 型极限(三(15),2004;三(15),2005)

题型 5 求 $\infty \cdot 0$ 型极限(一(1),2005;三(15),2008)

题型 6 求 0^0 型极限(三(15),2010)

题型 7 函数性质(奇偶性,周期性,单调性,有界性)的判定(二(7),2004;二(11),2005)

题型 8 无穷小的比较或确定无穷小的阶(一(1),2007;一(2),2009;一(1),2011)

题型 9 数列极限存在的判定或证明或求解(一(1),2006)

题型 10 函数极限存在的判定或证明或求解(三(15),2006)

题型 11 函数连续性的讨论或证明或逆问题(一(1),2003;三,2003;二(8),2004;二(9),2008)

题型 12 函数间断点的判定或证明(二(1),2003;一(1),2008;一(1),2009)

题型 13 极限中常数的确定(一(1),2004;二(8),2006;一(1),2010)

题型 14 与极限的定理(介值定理,保号性,单调有界等)相关的命题(二(11),2004)

第二章 一元函数微分学

(10 年考题总数:35 题,总分值:199 分。占第一部分题量之比重:26%;占第一部分分值之

比重:25%)

- 题型 1 与导数或微分的概念和性质相关的命题(二(7),2006;一(2),2007;一(2),2012)
- 题型 2 求复合函数的导数或微分(一(2),2006;二(10),2011;二(10),2012)
- 题型 3 求隐函数的导数或微分(二(9),2010)
- 题型 4 函数极值或最值的判定或求解(六(2),2003;二(10),2005;一(3),2010)
- 题型 5 函数拐点或凹凸性的判定或求解或逆问题(三(17),2007;二(12),2010)
- 题型 6 求一元函数的高阶导数(二(12),2007)
- 题型 7 函数在某一区间至少存在一点或两点使某一式子成立的判定或证明(八,2003;三(19),2007;三(18),2009;三(19),2010)
- 题型 8 函数不等式或文字不等式的证明或判定(三(19),2005;三(17),2006;一(4),2010;三(18),2012)
- 题型 9 求一元函数在一点的切线方程或法线方程(一(2),2003;三(18(I)),2006;二(11),2011)
- 题型 10 (三(18),2004;一(5),2007;二(12),2009;二(11),2010)
- 题型 11 求曲线的渐近线(一(6),2007;一(1),2012)
- 题型 12 与函数图形(单调区间,极值,拐点,渐近线等)相关的命题(二(9),2004;三(17(II)),2012;三(19(II)),2012)
- 题型 13 方程的根的判定或证明(二(7),2005;三(18),2011)

第三章 一元函数积分学

(10年考题总数:18题,总分值:103分。占第一部分题量之比重:13%;占第一部分分值之比重:13%)

- 题型 1 求不定积分或原函数(三(16),2009;三(17),2011;三(17(I)),2012)
- 题型 2 已知函数图形,判定原函数图形(一(4),2009)
- 题型 3 定积分的计算(一(3),2004;二(10),2008;一(3),2012)
- 题型 4 定积分的比较(一(3),2007;三(18),2010;一(4),2011)
- 题型 5 定积分等式或不等式的判定或证明(三(17),2004;一(5),2005;三(18),2008;一(3),2009)
- 题型 6 求平面图形的面积(三(18(II)),2006;一(2),2008)
- 题型 7 求平面图形绕坐标轴的旋转体的体积(二(10),2010;二(12),2011)

第四章 多元函数微积分学

(10年考题总数:31题,总分值:202分。占第一部分题量之比重:23%;占第一部分分值之比重:26%)

- 题型 1 多元函数在一点偏导存在的判定(一(3),2008)
- 题型 2 求多元复合函数的偏导,全导或全微分(四,2003;一(2),2004;一(3),2005;三(16),2005;一(3),2006;二(13),2007;一(4),2008;三(16),2008;二(10),2009;二(11),2011;三(16),2011;二(11),2012)

题型 3 多元函数极值的判定或求解或应用(二(2),2003;二(11),2006;三(15),2009;三(17),2010;三(16),2011)

题型 4 二重积分的计算(一(3),2003;五,2003;三(16),2004;三(17),2006;三(18),2007;二(11),2008;三(17),2008;三(17),2009;三(16),2010;三(19),2011;三(16),2012)

题型 5 二重积分更换积分次序(一(4),2007;二(12),2012)

第五章 无穷级数

(10 年考题总数:12 题,总分值:69 分。占第一部分题量之比重:9%;占第一部分分值之比重:9%)

题型 1 无穷级数敛散性的判定(二(3),2003;二(10),2004;二(9),2005;二(9),2006;一(3),2011;一(4),2012)

题型 2 求无穷级数的和(六(1),2003)

题型 3 求函数的幂级数展开,求幂级数的收敛域或收敛半径或和函数(三(18),2005;三(19),2006;三(20),2007;二(11),2009)

题型 4 无穷级数在经济中的应用(三(19),2008)

第六章 常微分方程与差分方程

(10 年考题总数:9 题,总分值:55 分。占第一部分题量之比重:7%;占第一部分分值之比重:7%)

题型 1 与线性微分方程解的性质和结构相关的命题(二(10),2006;一(2),2010)

题型 2 求一阶齐次或可化为齐次微分方程的通解或特解(二(14),2007)

题型 3 求一阶线性微分方程的通解或特解(七,2003;三(19),2004;一(2),2005;二(12),2008)

题型 4 求二阶齐次线性微分方程的通解或特解(三(19(I)),2012)

题型 5 通过求导建立微分方程求解函数表达式或曲线方程(三(19),2009)

第二部分 线性代数

(10 年考题总数:62 题,总分值:363 分。占三部分题量之比重:24%;占三部分分值之比重:24%)

第一章 行列式

(10 年考题总数:4 题,总分值:17 分。占第二部分题量之比重:6%;占第二部分分值之比重:5%)

题型 1 求矩阵的行列式(一(4),2006;二(13),2008;二(13),2010;三(20(I)),2012)

第二章 矩阵

(10年考题总数:16题,总分值:70分。占第二部分题量之比重:26%;占第二部分分值之比重:19%)

题型1 与矩阵的逆相关的计算、判定或证明(一(4),2003;一(5),2008)

题型2 矩阵的运算(三(21(I)),2005;三(21(II)),2008)

题型3 矩阵的幂的计算(三(21(III)),2006)

题型4 与伴随矩阵相关的计算或证明(二(4),2003;二(12),2005;一(5),2009;二(13),2012)

题型5 与矩阵的秩相关的计算、判定或证明(二(15),2007;三(21(I)),2012)

题型6 与初等矩阵或初等变换相关的命题(二(13),2006;一(6),2009;一(5),2011)

题型7 两个矩阵关系(等价、相似或合同等)的判定(二(12),2004;一(8),2007)

第三章 向量

(10年考题总数:13题,总分值:80分。占第二部分题量之比重:21%;占第二部分分值之比重:22%)

题型1 向量组线性相关性的判断或证明(二(5),2003;二(12),2006;一(7),2007;三(21(I)),2008;三(20(II)),2009;一(5),2010;一(5),2012)

题型2 根据向量的线性相关性求参数(一(4),2005;二(13),2005;三(20(I)),2011)

题型3 讨论含参变量的向量的线性表出(三(20),2004;三(20),2006;三(20(II)),2011)

第四章 线性方程组

(10年考题总数:9题,总分值:77分。占第二部分题量之比重:15%;占第二部分分值之比重:21%)

题型1 与解的判定、性质和结构相关的命题的判定或证明(二(13),2004)

题型2 线性方程组的通解的计算或判定(三(20(I)),2009;一(6),2011;三(20(II)),2012)

题型3 讨论含参数的线性方程组的解(九,2003;三(20),2005;三(21),2007;三(20),2008;三(20),2010)

第五章 矩阵的特征值和特征向量

(10年考题总数:12题,总分值:73分。占第二部分题量之比重:19%;占第二部分分值之比重:20%)

题型1 求矩阵的特征值或特征向量(三(21(I)),2004;三(21(I)),2006;三(22),2007;三(21(I)),2009;三(21(I)),2011)

题型2 已知实对称矩阵的特征值或特征向量,反求矩阵的表达式或使其对角化的正交阵(三(21),2010;三(21(II)),2011)

题型3 矩阵对角化的判定或证明或对角阵的求解(三(21(II)),2004;三(21(II)),2006;

—(6), 2012)

题型 4 相似矩阵的判定或逆问题(二(13), 2009; —(6), 2010)

第六章 二次型

(10 年考题总数: 8 题, 总分值: 46 分。占第二部分题量之比重: 13%; 占第二部分分值之比重: 13%)

题型 1 求化实二次型为标准二次型的正交变换或正交矩阵(十(2), 2003; 二(13), 2011; 三(21(Ⅱ)), 2012)

题型 2 已知一二次型的特征值, 求二次型中的参数(十(1), 2003)

题型 3 求二次型的秩(一(4), 2004)

题型 4 矩阵正定的判定或证明(三(21(Ⅱ)), 2005)

题型 5 与二次型规范型相关的命题(三(21(Ⅱ)), 2009)

题型 6 矩阵合同的判定或求解(一(6), 2008)

第三部分 概率论与数理统计

(10 年考题总数: 62 题, 总分值: 346 分。占三部分题量之比重: 24%; 占三部分分值之比重: 24%)

第一章 随机事件和概率

(10 年考题总数: 4 题, 总分值: 16 分。占第三部分题量之比重: 6%; 占第三部分分值之比重: 5%)

题型 1 求随机事件的概率(一(5), 2004; —(5), 2005; —(9), 2007)

题型 2 随机事件的关系运算(一(7), 2009)

第二章 随机变量及其分布

(10 年考题总数: 10 题, 总分值: 56 分。占第三部分题量之比重: 16%; 占第三部分分值之比重: 16%)

题型 1 求一维随机变量函数的分布(十一, 2003; 三(22(Ⅰ)), 2006; 三(22(Ⅱ)), 2011; —(8), 2012)

题型 2 与一维随机变量概念、性质相关的命题(二(14), 2006; —(8), 2010; 二(7), 2011)

题型 3 已知分布, 求概率(二(14), 2008; —(7), 2010; 三(22(Ⅰ)), 2012)

第三章 二维随机变量及其分布

(10 年考题总数: 26 题, 总分值: 150 分。占第三部分题量之比重: 42%; 占第三部分分值之比重: 43%)

题型 1 求二维离散型随机变量的联合分布律或分布函数或边缘概率分布(三(22(Ⅰ)),

2004;一(6),2005;三(23(Ⅱ)),2009;三(23(Ⅰ)),2010;三(22(Ⅰ)),2011)

题型 2 求二维连续型随机变量的分布或分布密度或边缘密度函数(三(22(Ⅰ)),2005;三(23(Ⅰ)),2011;一(7),2012;三(23(Ⅰ)),2012)

题型 3 两个或多个随机变量的独立性或相关性的判定或证明(二(6),2003)

题型 4 求二维随机变量的条件概率或条件密度函数(一(10),2007;三(22(Ⅰ)),2008;三(22),2009;三(23(Ⅰ)),2009;三(22),2010;三(23(Ⅱ)),2011;二(14),2012)

题型 5 求两个随机变量的函数的概率分布或概率密度或在某一区域的概率(十二,2003;三(22(Ⅲ)),2004;一(5),2006;三(22(Ⅲ)),2006;二(16),2007;三(23),2007;一(7),2008;三(22(Ⅱ)),2008;一(8),2009)

第四章 随机变量的数字特征

(10年考题总数:9题,总分值:43分。占第三部分题量之比重:15%;占第三部分分值之比重:12%)

题型 1 求二维随机变量或函数的数字特征(二(14),2011;三(23(Ⅱ)),2012)

题型 2 求两个随机变量的协方差或相关系数(一(5),2003;三(22(Ⅱ)),2004;三(22(Ⅱ)),2006;一(8),2008;三(23(Ⅱ)),2010;三(22(Ⅱ)),2011;三(22(Ⅱ)),2012)

第五章 大数定律和中心极限定理

(10年考题总数:1题,总分值:4分。占第三部分题量之比重:2%;占第三部分分值之比重:1%)

题型 1 与中心极限定理相关的命题(一(6),2003)

第六章 数理统计

(10年考题总数:12题,总分值:81分。占第三部分题量之比重:19%;占第三部分分值之比重:23%)

题型 1 分位数的求解(二(14),2004)

题型 2 求参数的矩估计或最大似然估计(三(23),2004;三(23),2006;三(24(Ⅰ)),2007)

题型 3 统计量的分布的求解或判定或证明(二(14),2005)

题型 4 求统计量的数字特征(一(6),2004;三(23),2005;一(6),2006;三(23),2008;二(14),2009;二(14),2010;一(8),2011)

目 录

第一篇 2003—2012 年考研数学三试题

2012 年考研数学三试题	(1)
2011 年考研数学三试题	(5)
2010 年考研数学三试题	(8)
2009 年考研数学三试题	(11)
2008 年考研数学三试题	(15)
2007 年考研数学三试题	(18)
2006 年考研数学三试题	(22)
2005 年考研数学三试题	(25)
2004 年考研数学三试题	(29)
2003 年考研数学三试题	(33)

第二篇 2003—2012 年考研数学三试题分类解析

第一部分 微积分	(37)
第一章 函数 极限 连续	(37)
第二章 一元函数微分学	(49)
第三章 一元函数积分学	(65)
第四章 多元函数微积分学	(74)
第五章 无穷级数	(93)
第六章 常微分方程与差分方程	(103)
第二部分 线性代数	(109)
第一章 行列式	(109)
第二章 矩阵	(111)
第三章 向量	(118)
第四章 线性方程组	(125)
第五章 矩阵的特征值与特征向量	(134)
第六章 二次型	(143)
第三部分 概率论与数理统计	(150)
第一章 随机事件和概率	(150)
第二章 随机变量及其分布	(154)
第三章 多维随机变量的分布	(159)
第四章 随机变量的数字特征	(173)
第五章 大数定律和中心极限定理	(176)
第六章 数理统计的基本概念	(177)
第七章 参数估计	(179)

第一篇 2003—2012 年考研数学三试题

2012 年考研数学三试题

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分. 下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的. 请将所选项前的字母填在题后括号内)

(1) 曲线 $y = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ 渐近线的条数为 P57, 21 题

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3. 【 】

(2) 设函数 $f(x) = (e^x - 1)(e^{2x} - 2) \cdots (e^{nx} - n)$, 其中 n 为正整数, 则 $f'(0) =$ P52, 10 题

(A) $(-1)^{n-1}(n-1)!$. (B) $(-1)^n(n-1)!$.
(C) $(-1)^{n-1}n!$. (D) $(-1)^nn!$. 【 】

(3) 设函数 $f(t)$ 连续, 则二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{2\cos\theta}^2 f(r^2) r dr =$ P91, 33 题

(A) $\int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} f(x^2+y^2) dy$.
(B) $\int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x^2+y^2) dy$.
(C) $\int_0^2 dy \int_{1+\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \sqrt{x^2+y^2} f(x^2+y^2) dx$.
(D) $\int_0^2 dy \int_{1+\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} f(x^2+y^2) dx$. 【 】

(4) 已知级数 $\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \sin \frac{1}{n^a}$ 绝对收敛, $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{2-a}}$ 条件收敛, 则 P96, 6 题

(A) $0 < \alpha \leq \frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$.
(C) $1 < \alpha \leq \frac{3}{2}$. (D) $\frac{3}{2} < \alpha < 2$. 【 】

(5) 设 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c_1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ c_2 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ c_3 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ c_4 \end{pmatrix}$ 其中 c_1, c_2, c_3, c_4 为任意常数, 则下列

向量组线性相关的是 P123, 10 题

(A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. (B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$.
(C) $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$. (D) $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$. 【 】

(6) 设 A 为 3 阶矩阵, P 为 3 阶可逆矩阵, 且 $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{pmatrix}, P = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), Q =$

$(\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2, \alpha_3)$ 则 $Q^{-1}AQ =$ P141, 8 题

$$(A) \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

$$(B) \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{pmatrix}.$$

$$(C) \begin{pmatrix} 2 & & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{pmatrix}.$$

$$(D) \begin{pmatrix} 2 & & \\ & 2 & \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

【 】

(7) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都服从区间 $(0, 1)$ 上的均匀分布, 则 $P\{X^2 + Y^2 \leq 1\}$

P152, 7 题

$$(A) \frac{1}{4}.$$

$$(B) \frac{1}{2}.$$

$$(C) \frac{\pi}{8}.$$

$$(D) \frac{\pi}{4}.$$

【 】

(8) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自总体 $N(1, \sigma^2)$ ($\sigma > 0$) 的简单随机样本, 则统计量 $\frac{X_1 - X_2}{|X_3 + X_4 - 2|}$

的分布为

P177, 3 题

$$(A) N(0, 1).$$

$$(B) t(1).$$

$$(C) \chi^2(1).$$

$$(D) F(1, 1).$$

【 】

二、填空题 (9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 请将答案写在题中横线上)

$$(9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\frac{1}{\cos x - \sin x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

P42, 14 题

$$(10) \text{ 设函数 } f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{x}, & x \geq 1 \\ 2x - 1, & x < 1 \end{cases}, y = f(f(x)), \text{ 求 } \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=e} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

P78, 11 题

$$(11) \text{ 设连续函数 } z = f(x, y) \text{ 满足 } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{f(x, y) - 2x + y - 2}{\sqrt{x^2 + (y-1)^2}} = 0, \text{ 则 } dz|_{(0,1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

P75, 6 题

$$(12) \text{ 由曲线 } y = \frac{4}{x} \text{ 和直线 } y = x \text{ 及 } y = 4x \text{ 在第一象限中所围平面图形的面积为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

P86, 25 题

(13) 设 A 为 3 阶矩阵, $|A| = 3, A^*$ 为 A 的伴随矩阵, 若交换 A 的第 1 行与第 2 行得矩阵 B , 则 $|BA^*| = \underline{\hspace{2cm}}.$

P112, 3 题

$$(14) \text{ 设 } A, B, C \text{ 是随机事件, } A \text{ 与 } C \text{ 互不相容, } P(AB) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{3}, \text{ 则 } P(ABC) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

P151, 4 题

三、解答题 (15 ~ 23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

(15) (本题满分 10 分)

$$\text{计算 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{2-2\cos x}}{x^4}.$$

P43, 15 题

(16) (本题满分 10 分)

$$\text{计算二重积分 } \iint_D e^x xy dx dy, \text{ 其中 } D \text{ 是以曲线 } y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ 及 } y \text{ 轴为边界的无界区域.}$$

P85, 23 题

(17)(本题满分 10 分)

某企业为生产甲、乙两种型号的产品投入的固定成本为 10 000(万元),设该企业生产甲、乙两种产品的产量分别为 x (件) 和 y (件),且这两种产品的边际成本分别为 $20 + \frac{x}{2}$ (万元/件) 与 $6 + y$ (万元/件).

(I) 求生产甲、乙两种产品的总成本函数 $C(x, y)$ (万元).

(II) 当总产量为 50 件时,甲、乙两种产品的产量各为多少时可使总成本最小?求最小成本.

(III) 求总产量为 50 件且总成本最小时甲产品的边际成本,并解释其经济意义.

P107, 10 题

(18)(本题满分 10 分)

证明: $x \ln \frac{1+x}{1-x} + \cos x \geq 1 + \frac{x^2}{2}, -1 < x < 1$.

P59, 24 题

(19)(本题满分 10 分)

已知函数 $f(x)$ 满足方程 $f''(x) + f'(x) - 2f(x) = 0$ 及 $f''(x) + f(x) = 2e^x$.

(I) 求 $f(x)$ 表达式;

(II) 求曲线 $y = f(x^2) \int_0^x f(-t^2) dt$ 的拐点.

P105, 7 题

(20)(本题满分 11 分)

$$\text{设 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ a & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(I) 求 $|\mathbf{A}|$.

(II) 当实数 a 为何值时,方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ 有无穷多解,并求其通解.

P129, 6 题

(21)(本题满分 11 分)

$$\text{已知 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & a \\ 0 & a & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}^T \text{ 为矩阵 } \mathbf{A} \text{ 的转置, 已知 } r(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) = 2, \text{ 且二次型 } f = \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{Ax}.$$

(I) 求 a .

(II) 求正交变换 $\mathbf{x} = \mathbf{Qy}$, 将 f 化为标准形.

P145, 5 题

(22)(本题满分 11 分)

设二维离散型随机变量 (X, Y) 的概率分布为

X \ Y	0	1	2
	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{3}$	0
2	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{1}{12}$

求:(I) $P(X = 2Y)$;

(II) $\text{Cov}(X - X, Y)$.

P174,6 题

(23)(本题满分 11 分)

设随机变量 X 和 Y 相互独立,且均服从参数为 1 的指数分布, $V = \min(X, Y)$, $U = \max(X, Y)$.

求:(I) 随机变量 V 的概率密度 $f_V(v)$;

(II) $E(U + V)$.

P156,5 题

2011 年考研数学三试题

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分. 下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的. 请将所选项前的字母填在题后括号内)

(1) 已知当 $x \rightarrow 0$ 时,函数 $f(x) = 3\sin x - \sin 3x$ 与 cx^k 是等价无穷小,则 P42,13 题

(A) $k = 1, c = 4$.

(B) $k = 1, c = -4$.

(C) $k = 3, c = 4$.

(D) $k = 3, c = -4$.

【 】

(2) 设函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导,且 $f(0) = 0$,则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 f(x) - 2f(x^3)}{x^3} =$ P51,5 题

(A) $-2f'(0)$.

(B) $-f'(0)$.

(C) $f'(0)$.

(D) 0.

【 】

(3) 设 $\{u_n\}$ 是数列,则下列命题正确的是 P95,5 题

(A) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛,则 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} + u_{2n})$ 收敛.

(B) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} + u_{2n})$ 收敛,则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛.

(C) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛,则 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} - u_{2n})$ 收敛.

(D) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} - u_{2n})$ 收敛,则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛.

【 】

(4) 设 $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \sin x dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cot x dx$, $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cos x dx$,则 I, J, K 的大小关系为

P68,7 题

(A) $I < J < K$.

(B) $I < K < J$.

(C) $J < I < K$.

(D) $K < J < I$.

【 】

(5) 设 A 为三阶矩阵,将 A 的第二列加到第一列得矩阵 B ,再交换 B 的第二行与第三行得到

单位矩阵,记 $P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,则 $A =$

P115,9 题

(A) $P_1 P_2$.

(B) $P_1^{-1} P_2$.

(C) $P_2 P_1$.

(D) $P_2 P_1^{-1}$.

【 】

(6) 设 A 为 4×3 矩阵, η_1, η_2, η_3 是非齐次线性方程组 $Ax = \beta$ 的三个线性无关的解, k_1, k_2 为任意实数,则 $Ax = \beta$ 的通解为 P129,5 题

(A) $\frac{\eta_2 + \eta_3}{2} + k_1(\eta_2 - \eta_1)$.

(B) $\frac{\eta_2 - \eta_3}{2} + k_1(\eta_2 - \eta_1)$.

(C) $\frac{\eta_2 + \eta_3}{2} + k_1(\eta_2 - \eta_1) + k_2(\eta_3 - \eta_1)$.

(D) $\frac{\eta_2 - \eta_3}{2} + k_1(\eta_2 - \eta_1) + k_2(\eta_3 - \eta_1)$.

【 】

(7) 设 $F_1(x), F_2(x)$ 为两个分布函数,其相应的概率密度 $f_1(x), f_2(x)$ 是连续函数,则必

为概率密度的是

P154, 2 题

(A) $f_1(x)f_2(x)$.

(B) $2f_2(x)F_1(x)$.

(C) $f_1(x)F_2(x)$.

(D) $f_1(x)F_2(x) + f_2(x)F_1(x)$. 【 】

(8) 设总体 X 服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的泊松分布, $X_1, X_2, \dots, X_n (n \geq 2)$ 为来自该总体的简单随机样本, 则对于统计量 $T_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, T_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} X_i + \frac{1}{n} X_n$ 有 P174, 4 题

(A) $ET_1 > ET_2, DT_1 > DT_2$.

(B) $ET_1 > ET_2, DT_1 < DT_2$.

(C) $ET_1 < ET_2, DT_1 > DT_2$.

(D) $ET_1 < ET_2, DT_1 < DT_2$. 【 】

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 请将答案写在题中横线上.

(9) 设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow 0} x(1 + 3t)^{\frac{x}{t}}$, 则 $f'(x) =$ _____. P51, 6 题(10) 设函数 $z = \left(1 + \frac{x}{y}\right)^{\frac{x}{y}}$, 则 $dz \Big|_{(1,1)} =$ _____. P52, 9 题(11) 曲线 $\tan\left(x + y + \frac{\pi}{4}\right) = e^y$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 _____. P53, 12 题(12) 曲线 $y = \sqrt{x^2 - 1}$, 直线 $x = 2$ 及 x 轴所围的平面图形绕 x 轴旋转所成的旋转体的体积为 _____. P72, 14 题(13) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ 的秩为 1, $\mathbf{A}$ 的各行元素之和为 3, 则 f 在正交变换 $\mathbf{x} = \mathbf{Q} \mathbf{y}$ 下的标准形为 _____. P145, 4 题(14) 设二维随机变量 (X, Y) 服从 $N(\mu, \mu; \sigma^2, \sigma^2; 0)$, 则 $E(XY^2) =$ _____. P174, 5 题

三、解答题 (15 ~ 23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

(15) (本题满分 10 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 2\sin x} - x - 1}{x \ln(1 + x)}$. P38, 3 题

(16) (本题满分 10 分)

已知函数 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, $f(1, 1) = 2$ 是 $f(u, v)$ 的极值, $z = f(x + y, f(x, y))$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{(1,1)}$. P75, 5 题

(17) (本题满分 10 分)

求不定积分 $\int \frac{\arcsin \sqrt{x} + \ln x}{\sqrt{x}} dx$. P65, 2 题

(18) (本题满分 10 分)

证明方程 $4 \arctan x - x + \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3} = 0$ 恰有两个实根. P62, 30 题

(19) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上具有连续导数, $f(0) = 1$, 且满足