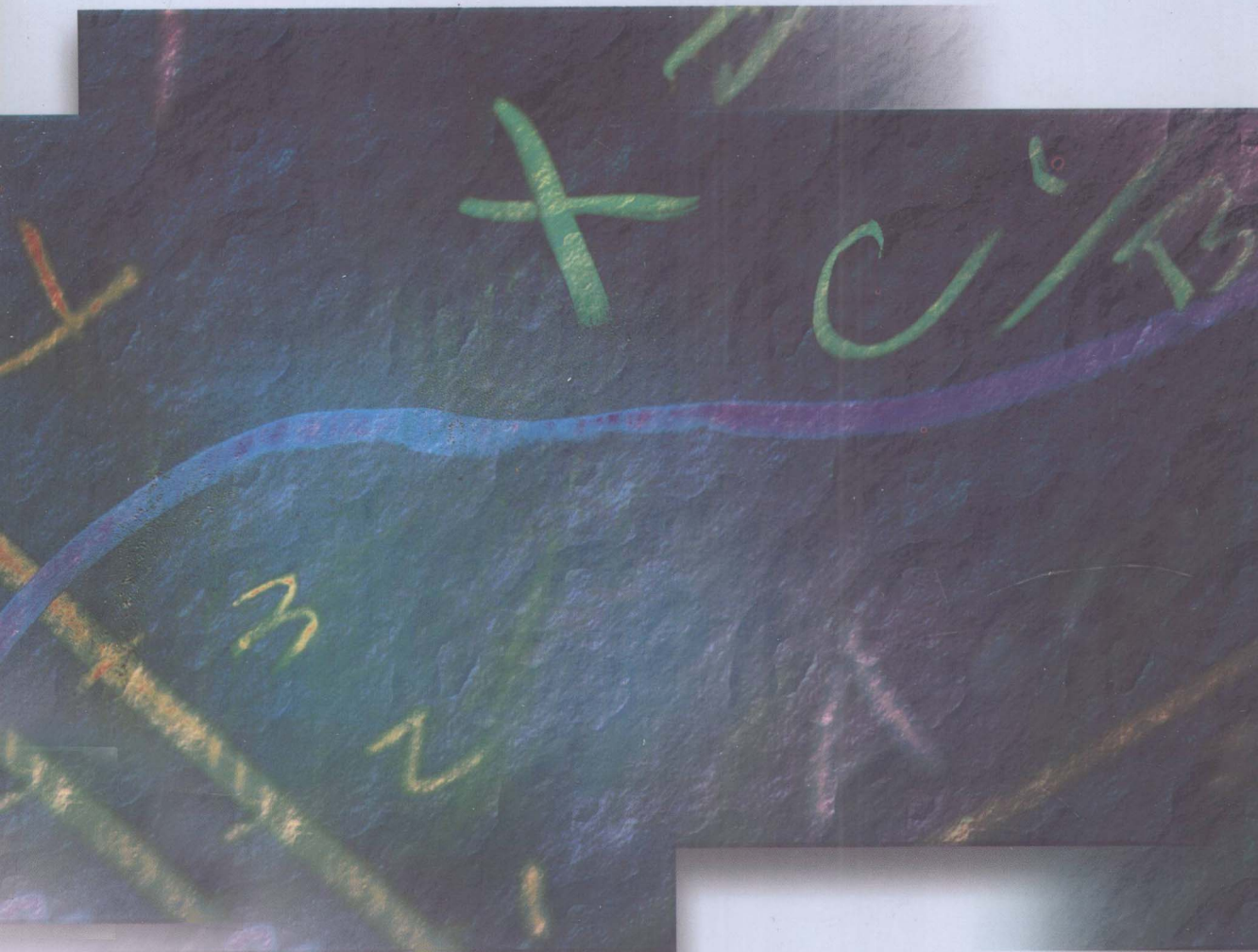


中等职业学校教学辅导用书·数学系列

数学学习指导与练习(第2版)

(第1册)

■ 孙明红 主编 ■ 陆泽贵 彭晋顺 副主编



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

中等职业学校教学辅导用书·数学系列

数学学习指导与练习(第2版)

(第1册)

孙明红 主编

陆泽贵 彭晋顺 副主编

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

《数学学习指导与练习(第2版)》是学生掌握数学知识,培养数学能力的辅导用书,全书共2册,本书是第1册。本书以指导和训练为主,概要地介绍了中等职业学校学生必修的部分数学课内容。

本书的主要特点是:用简练的语言总结数学概念,用具体的例题来讲解解题思路。题型覆盖面广,解题思路灵活。学生可通过书中大量的单元练习和综合习题来加深理解。

本书突出基础性、实用性、灵活性和训练性,是中等职业学校教师教学和学生学习的必备参考读物。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究。

图书在版编目(CIP)数据

数学学习指导与练习.第1册/孙明红主编.—2版.—北京:电子工业出版社,2005.8

中等职业学校教学辅导用书·数学系列

ISBN 7-121-01662-1

I.数… II.孙… III.数学课—专业学校—教学参考资料 IV.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 093794 号

责任编辑:刘文杰

印 刷:北京季蜂印刷有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:10.75 字数:272 千字

印 次:2006 年 2 月第 3 次印刷

印 数:3000 册 定价:11.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

第2版前言

数学是学生必须学好的一门文化课,同时也是学生学好后续专业课的基础。数学的思想、内容、方法和语言在现代科学技术、生产和生活中的应用越来越广泛,已成为现代文化不可缺少的组成部分。它对于提高学生的数学素养,提高学生分析问题、解决问题的能力,发展学生的创新意识,培养其科学的思维方法和辩证唯物主义思想有着不可替代的作用。我们编写这套学习指导与练习,就是要为学生学好数学提供有力的支持。

本书共分两册,分别与人民教育出版社出版的中等职业学校国家规划教材(提高版)第一、二册配套。内容包括:学习目标、学法指导、同步训练三个部分。其中,学法指导部分包括例题赏析、易错易混问题剖析,力求在开拓学生的解题思路、引导学生掌握适当的数学思想方法、澄清错误的认识等方面发挥重要作用。而同步训练部分,设有A、B两组题目,A组题目主要是为巩固掌握课本知识,形成初步技能而设计的基本题;B组题目为提高学生分析问题、解决问题的能力而设,供学有余力的学生选用。每一单元、每一章都有一份适当的测试题。每册书的最后都附有同步训练题、单元测试题和综合测试题的答案与提示。

本书既是学生学好数学的科学指导,又是学习数学过程中必不可少的同步训练册。其主要特点如下:

1. 科学性强。力求没有科学性错误,更注重符合学生的认知规律,符合职业学校的教学实际。训练题分A、B两组,题目的设置由易到难,教师可根据学生的实际情况,指导学生有针对性地进行练习,体现了分层次教学的思想。

2. 趣味性强。这套学习指导与练习并不仅限于学习指导与同步训练的题目,而且还选用适量的小知识、趣味题、名人名言等,希望能为激发学生的学习兴趣做出贡献。

3. 注重数学思想方法的指导与训练。例题都是精选的、典型的。解答过程前有思路分析、后有点拨或点评,对于开拓学生思路、培养探索精神大有裨益。

本书由孙明红任主编,陆泽贵、彭晋顺任副主编,参加编写工作的还有李存峰、杨文英、刘明远、蒋新颖、张安亮、亓庆文、刘召艳、周永华、金旭等同志。

本书的编写得到了各地职教室、职教科和职业学校的领导、老师和同学们的大力支持,特此一并致谢。

编写一套适合职业学校特点的学习指导与练习,并非易事,但我们会继续努力,认真学习,加强理论与实践的结合。同时,也希望广大教师和同学们在使用过程中提出宝贵的意见,以便我们及时修改和补充,使其日臻完善。

编 者

2005 年 7 月

目 录

第 1 章 集合与数理逻辑用语	1
1.1 集合	1
1.2 集合的表示方法	2
1.3 集合之间的关系	3
1.4 集合的运算	4
单元测试 1	6
1.5 命题与量词	7
1.6 命题联结词	7
1.7 充分条件与必要条件	9
1.8 集合与数理逻辑用语的关系	10
单元测试 2	11
综合测试 1	13
第 2 章 不等式	15
2.1 实数的大小与不等式	15
2.2 不等式的性质	16
单元测试 3	18
2.3 不等式的解集与区间	19
2.4 一次不等式和不等式组的解法	20
2.5 一元二次不等式的解法	22
2.6 分式不等式的解法	24
2.7 含有绝对值的不等式	25
单元测试 4	26
2.8 不等式的应用	27
综合测试 2	28
第 3 章 函数	30
3.1 映射与函数	30
3.2 函数的表示方法	32
3.3 函数的单调性和奇偶性	33
3.4 反函数	36
单元测试 5	38
3.5 一元二次函数的性质	39
3.6 待定系数法	41
单元测试 6	42
3.7 一次函数的应用	43
3.8 二次函数的应用	44
单元测试 7	45
综合测试 3	46
第 4 章 指数函数与对数函数	48
4.1 有理指数	48

4.2 指数函数	49
单元测试 8	50
4.3 对数	51
4.4 积、商、幂的对数	51
4.5 换底公式与自然对数	53
4.6 对数函数	54
单元测试 9	55
4.7 指数函数与对数函数的应用	56
单元测试 10	56
综合测试 4	57
第 5 章 数列	59
5.1 数列	59
5.2 等差数列	61
5.3 等比数列	64
单元测试 11	68
5.4 等差数列与等比数列的应用	70
综合测试 5	73
第 6 章 平面向量	76
6.1 向量的概念	76
6.2 向量的加法与减法运算	77
单元测试 12	79
6.3 数乘向量	81
6.4 平行向量和轴上向量的坐标运算	82
6.5 向量的分解	83
单元测试 13	85
6.6 向量的直角坐标	85
6.7 向量平行的充要条件	87
6.8 向量的长度和中点公式	87
6.9 平移公式	88
单元测试 14	89
6.10 向量的应用	90
综合测试 6	91
第 7 章 三角	93
7.1 角的概念的推广	93
7.2 弧度制	95
单元测试 15	97
7.3 任意角的三角函数	98
7.4 同角三角函数的基本关系式	100
7.5 诱导公式	102
单元测试 16	104
7.6 正弦函数的图像和性质	105
7.7 余弦函数的图像和性质	107
7.8 正切函数的图像和性质	109
7.9 已知三角函数值求角	110
单元测试 17	113

7.10 向量在轴上的射影	114
7.11 向量的内积及其坐标运算	115
单元测试 18	117
7.12 和角公式	118
7.13 倍角公式	120
单元测试 19	122
7.14 余弦定理	123
7.15 正弦定理	124
7.16 三角形的面积	126
单元测试 20	127
7.17 三角函数的应用	128
综合测试 7	128
答案与提示	131

第1章 集合与数理 逻辑用语

1.1 集 合

1.1.1 学习目标

理解集合的概念,熟练掌握几种常见数集.

1.1.2 学法指导

1. 集合中的元素有三个特性:(1) 确定性;(2) 互异性;(3) 无序性.
2. 元素 a 与集合 A 之间的关系有两种情况: $a \in A$ 或 $a \notin A$,且只有一种成立.
3. 自然数集、整数集、有理数集和实数集分别用符号 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 表示.要特别注意 $0 \in \mathbf{N}$.



例题赏析

[例 1] 判断下列语句是否构成集合,为什么?

(1) 自然数的全体;(2) 与 10 接近的实数的全体;(3) 大于 1 小于 40 的整数的全体;(4) 著名的科学家全体.

分析:根据集合元素的确定性知,(1)(3) 是集合,(2)(4) 不是集合.

解:(1)(3) 是集合,(2)(4) 不是集合.

1.1.3 同步训练

A 组

1. 以下语句是否能确定一个集合:

- (1) 某班学生的全体()
- (2) 漂亮衣服的全体()
- (3) 高个子的全体()
- (4) 某省现在职业中学的全体()
- (5) 质数全体()
- (6) 学校图书馆里大家喜欢看的书的全体()
- (7) 某校一年级一班体育好的学生()

2. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

- (1) 0 ____ $\mathbf{N}$ (2) 3.142 ____ $\mathbf{Q}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ ____ $\mathbf{Q}$ (4) -3 ____ $\mathbf{Z}$ (5) $\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{R}$

B 组

判断下列语句是否正确:

- (1) 组成单词 *student* 的所有字母全体构成的集合有 7 个元素. ()
- (2) 所有的矩形构成的集合是无限集合. ()
- (3) 著名科学家的全体构成一个集合. ()

1.2 集合的表示方法

1.2.1 学习目标

掌握表示集合的常用方法——列举法和性质描述法.

1.2.2 学法指导

(1) 用列举法表示集合时,不必考虑元素的前后顺序.但在表示数的集合时,它的元素最好从小到大或从大到小进行列举.

(2) 要特别注意 a 与 $\{a\}$ 的区别: $\{a\}$ 表示由单元素 a 构成的集合,而 a 是它的一个元素,即 $a \in \{a\}$.

(3) $A = \{x \in U \mid p(x)\}$,它表示集合 A 是由集合 U 中具有性质 $p(x)$ 的所有元素构成的.性质 $p(x)$ 叫做集合 A 的特征性质.

(4) 一个集合是用列举法表示还是用性质描述法表示,一般要看研究问题的性质与可能性而定.



例题赏析

[例 1] 用列举法表示集合 $\{(x, y) \mid x + y = 7, x \in \mathbf{N}, y \geq 0\}$.

分析:首先注意到,给出集合的元素是直角坐标平面内的点,其次这些点的横坐标 x 是自然数,纵坐标 y 是非负的实数,但由于 $x + y = 7$,故 y 也必为整数,在具体列举时为了避免遗漏, x 可从小到大考虑.

解: $\{(x, y) \mid x + y = 7, x \in \mathbf{N}, y \geq 0\} = \{(0, 7), (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), (7, 0)\}$.



易错易混问题剖析

集合 $\{x \mid x \text{ 是整数}\}$ 不应写成 $\{\text{全体整数}\}$, 因为“ $\{\}$ ”已表示“全体”的意思;集合 $\{(1, 2)\}$ 不能写成 $\{1, 2\}$ 或 $\{x = 1, y = 2\}$;实数集 $\mathbf{R}$ 不能写成 $\{\mathbf{R}\}$ 等.

1.2.3 同步训练

A 组

1. 选择题:

- (1) 集合 $B = \{x \mid x(x-1)(x+2) = 0\}$ 中元素个数为()

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

(2) 对于集合 $C = \{a, b, c\}$, 以下说法正确的是()

(A) $a \in C$ (B) $f \in C$ (C) $b \notin C$ (D) $0 \in C$

2. 用适当的方法表示下列集合:

(1) $x^2 - x - 2 = 0$ 的解集

(2) 平方为 1 的数的全体

(3) 由 0, 1, 2 这三个数组成的三位数的全体

B 组

1. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 太阳系中九大行星全体

(2) 济南一个城市构成的集合

(3) 平行四边形的全体构成的集合

(4) “不超过 30 的非负偶数”集合

(5) 全体偶数

(6) 整数 8 的正因数

2. 在直角坐标系中, 用图形表示下列各集合:

(1) $A = \{(x, y) \mid |x| = 2, y = |x|\}$

(2) $B = \{(x, y) \mid y = x^2, 1 \leq y \leq 2\}$

1.3 集合之间的关系

1.3.1 学习目标

掌握子集、真子集、集合相等及空集的概念, 会正确判断集合与集合之间的关系.

1.3.2 学法指导

1. 元素与集合之间的关系符号是: $\in$ 或 $\notin$.

2. 集合与集合之间的关系符号是: $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 、 $\subsetneq$ 、 $\supsetneq$ 、 $\varsubsetneq$ 、 $\varsupsetneq$ 、 $=$.

3. $A \subseteq B$ 包括 $A \subsetneq B$ 与 $A = B$ 两种情况, 其中有且必有一种成立.



例题赏析

[例 1] 已知 $\{a, b\} \subseteq A \subsetneq \{a, b, c, d\}$, 求所有满足条件的集合 A .

解: $\because \{a, b\} \subseteq A, \therefore A$ 中必有元素 a, b

又 $\because A \subsetneq \{a, b, c, d\}, \therefore A$ 中的元素有 2 个或 3 个

因此满足条件的集合 A 有: $\{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}$

[例 2] 设集合 $A = \{x \mid x \geq 3\sqrt{3}\}$, $x = 2\sqrt{7}$, 则下列关系中正确的是()

(A) $x \subsetneq A$ (B) $x \notin A$ (C) $\{x\} \in A$ (D) $\{x\} \subsetneq A$

分析: 首先应该分清楚 x 表示元素, A 表示集合, 而元素与集合之间的关系用 $\in$ 和 $\notin$ 表示,

集合与集合之间用 $\subseteq$ 和 $\subsetneq$ 来表示,所以应排除A和C;由于 $3\sqrt{3} = \sqrt{27} < \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$,所以 x 是集合A中的元素,故选D.



易错易混问题剖析

1. 对于一个有限集,在列举它的所有子集时要注意不要遗漏两个重要子集:空集和它本身.

2. 要注意: 0 、 $\{0\}$ 与 $\emptyset$ 三者之间不要混淆.数 0 不是集合, $\{0\}$ 是只含一个数 0 的集合,而空集 $\emptyset$ 是不含任何元素的集合.

1.3.3 同步训练

A 组

1. 选择题:

(1) 设 $M = \{x \mid x \leq \sqrt{10}\}$, $a = 3$, 则下列各式正确的是()

(A) $a \subseteq M$ (B) $a \notin M$ (C) $\{a\} \in M$ (D) $\{a\} \subseteq M$

(2) 下列表达式正确的是()

(A) $0 \in \emptyset$ (B) $\{0\} = \emptyset$ (C) $\emptyset \subsetneq \{0\}$ (D) $\emptyset \in \{0\}$

2. 集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 写出A的符合以下条件的子集:

(1) 元素是3的倍数

(2) 元素是偶数

3. “空集是只包含0元素的集合”,这句话对吗?为什么?

B 组

1. 选择题:

(1) 若集合 $A = \{x \mid x^2 \leq 1\}$, $B = \{x \mid |x| \leq 1\}$ 则A与B的关系为()

(A) $A \subsetneq B$ (B) $A \subseteq B$ (C) $A \supseteq B$ (D) $A = B$

(2) 集合 $M = \{x \mid x \leq 0, x \in \mathbf{R}\}$, 下列正确的是()

(A) $0 \subsetneq M$ (B) $\{0\} \in M$ (C) $\{0\} \subsetneq M$ (D) $\emptyset \in M$

2. 设 $A = \{x \mid x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x \mid ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subsetneq A$, 求实数 a .

3. 已知 $A = \{x \mid x < 3\}$, $B = \{x \mid x < a\}$

(1) 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围

(2) 若 $A \subsetneq B$, 求 a 的取值范围

1.4 集合的运算

1.4.1 学习目标

理解集合运算的意义,会正确地进行集合的交、并、补的运算.

1.4.2 学法指导

1. 集合运算的意义是,由两个已知的集合,按照某种指定的法则,构造出一个新的集合.

2. $A \cap B$ 是由既属于 A 又属于 B 的公共元素构成的集合; $A \cup B$ 是把集合 A 、 B 所有的元素合并在一起构成的集合; $C_U A$ 是全集 U 中不属于 A 的元素构成的集合.

3. $C_U A$ 是全集 U 和集合 A 之间的运算, 运算条件是 $A \subseteq U$, 离开了全集无所谓补集.

4. 对任意集合 A 、 B , 都有 $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$, 当且仅当 $A = B$ 时, 等号成立.



例题赏析

[例 1] 设集合 $P = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, $Q = \{x | x - a \geq 0\}$.

(1) 若 $P \subseteq Q$, 求实数 a 的取值范围

(2) 若 $P \cap Q = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围

(3) 若全集 $U = \mathbf{R}$, 求 $C_U P$

分析: (1) 将数集 $P = \{x | x^2 - x - 6 < 0\} = \{x | -2 < x < 3\}$ 表示在数轴上, 要使 $P \subseteq Q$, 表示数 a 的点必须在 -2 或 -2 的左边.

(2) 要使 $P \cap Q = \emptyset$, 表示数 a 的点必须在 3 或 3 的右边.

解: $P = \{x | x^2 - x - 6 < 0\} = \{x | (x + 2)(x - 3) < 0\} = \{x | -2 < x < 3\}$

$Q = \{x | x - a \geq 0\} = \{x | x \geq a\}$

(1) $\because P \subseteq Q \therefore a \leq -2$

(2) $\because P \cap Q = \emptyset \therefore a \geq 3$

(3) $C_U P = \{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$

1.4.3 同步训练

A 组

1. 选择题:

(1) 设集合 $M = \{1\}$, $N = \{1, 2\}$, $P = \{1, 2, 3\}$, 则 $(M \cap N) \cup P$ 是()

(A) $\{1, 2, 3\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{1\}$ (D) $\{3\}$

(2) 若集合 $M = \{x | |x| < 1, x \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x | \sqrt{x} < 1, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $(M \cap N) =$ ()

(A) $\{0\}$ (B) $\{1, 0\}$ (C) $\{1\}$ (D) $\{-1, 1\}$

2. 已知两个集合 A 和 B , 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

(1) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 5, 6, 8\}$

(2) $A = \{\text{正数}\}$, $B = \{\text{非负数}\}$

(3) $A = \{\text{有理数}\}$, $B = \{\text{无理数}\}$

(4) $A = \{\text{菱形}\}$, $B = \{\text{矩形}\}$

(5) $A = \{\text{平行四边形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$

3. 已知 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$, $A = \{1, 2, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 7\}$, 求:

(1) $A \cap B$ (2) $A \cup B$ (3) $C_U A$ (4) $C_U B$

B 组

1. $A = \{(x, y) | 2x + y = 4\}$, $B = \{(x, y) | 3x - 2y = -1\}$, 求 $A \cap B$.

2. 已知全集 $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ 集合 $A = \{1, a - 2, -2\}$, $B = \{2, a, -3\}$, 且 $A \cap B = \{-3\}$,

求:(1) A 和 B (2) $C_U A \cup C_U B$

单元测试 1

1. 选择题:

(1) 下列句子能构成集合的是()

- (A) 本班爱好唱歌的男生全体 (B) 本班喜欢踢足球的全体学生
(C) 本班全体班委会成员 (D) 本班经常迟到的所有学生

(2) 设集合 $X = \{1, 2, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 4, 6\}$, $Z = \{3, 5, 7\}$, 则 $(X \cup Y) \cap Z = ()$

- (A) $\{1, 2, 4, 5, 7\}$ (B) $\{1, 3, 4, 6\}$ (C) $\{3, 5, 7\}$ (D) $\{5\}$

(3) 已知集合 $M = \{0, 1, 3, 5\}$, $N = \{-2, 3, 4\}$, 则 $M \cup N = ()$

- (A) $\{-2, 0, 1, 3, 4, 5\}$ (B) $\{-2, 1, 3, 4, 5\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{0, 1, 3, 4, 5\}$

(4) 设全集 $I = \{0, 1, 2\}$, 集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{0\}$, 则 $C_I M \cap N$ 是()

- (A) $\emptyset$ (B) M (C) N (D) I

(5) 若集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, 那么集合 A 用列举法表示为()

- (A) $\{1, 2\}$ (B) $\{-1, -2\}$ (C) $\{1, -2\}$ (D) $\{-1, 2\}$

(6) 集合 $A = \{0, 1, 2\}$ 的子集个数是()

- (A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8

(7) 设 $M = \{1\}$, $S = \{1, 2\}$, $P = \{1, 2, 3\}$, 则 $(M \cup S) \cap P$ 是()

- (A) $\{1, 2, 3\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{1\}$ (D) $\{3\}$

(8) 满足条件 $\{1, 2\} \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 B 的个数是()

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(9) 全集 $U = \{\text{三角形}\}$, $M = \{\text{直角三角形}\}$, $N = \{\text{等腰三角形}\}$, 则 $C_U(M \cup N)$ 等于()

- (A) $\{\text{不是直角三角形也不是等腰三角形的三角形}\}$ (B) $\{\text{等腰直角三角形}\}$
(C) $\{\text{不是直角三角形或不是等腰三角形的三角形}\}$ (D) $\{\text{不是等腰直角三角形}\}$

(10) 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2, 5\}$, 则集合 $C_I A$ 的真子集的个数是()

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

2. 填空题:

(1) 已知集合 $A = \{1, 3, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 那么 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____, $C_U A \cap B =$ _____, $A \cup C_U B =$ _____.

(2) 设 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2\}$, $C_U A = \{2, 4\}$, 则 $C_U B =$ _____, $C_U A \cap B =$ _____.

(3) 已知 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

3. 解答题:

(1) 设集合 $A = \{(x, y) \mid 2x - y + 3 = 0\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x^2\}$, 求 $A \cap B$

(2) 设 $A = \{a, b, c\}$, 写出 A 的所有子集和真子集

1.5 命题与量词

1.5.1 学习目标

掌握命题与量词的概念,会判断一个语句是否是命题,会判断一个命题的真假.

1.5.2 学法指导

1.能够判断真假的语句叫做命题.正确的命题叫做真命题,错误的命题叫做假命题.一个命题非真即假,不可能既真又假.

2.感叹句、疑问句、祈使句和开句(也称为条件命题,即含有变量的语句,如 $x - 1 = 0$ 和 $|a| < 0$ 等是开句)等都不是命题.在开句的前面加上量词($\exists$ 或 $\forall$),就可使开句变为可判断真假的命题.



易错易混问题剖析

请注意: $x - 1 = 0$ 不是命题.因不知 x 代表什么数,故无法判断真假.当 $x = 1$ 时,等式为真;当 $x = -1$ 时,等式为假.同理 $|a| < 0$ 也不是命题.

1.5.3 同步训练

A 组

1.判断下列语句或式子是不是命题:

- (1) $\exists$ 实数 x ,使得 $x - 1 = 0$
- (2) 对 $\forall$ 实数 a ,都有 $|a| < 0$
- (3) 祝你身体健康!
- (4) 明天会下雪吗?
- (5) $x^2 \geq 0$

B 组

1.判断下列命题的真假:

- (1) $\{\text{菱形}\} \cap \{\text{矩形}\} = \{\text{正方形}\}$
- (2) $0 \in \emptyset$
- (3) 如果 $A \subseteq B$,那么 $A \cap B = A$;
- (4) 对 $\forall$ 集合 A, B ,都有 $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$
- (5) $\emptyset \subseteq \{x \mid x^2 + 1 = 0\}$

1.6 命题联结词

1.6.1 学习目标

理解命题联结词“且”、“或”、“非”、“如果…那么…”的精确含义,熟记它们的真值表.

1.6.2 学法指导

1. “ p 且 q ”的真值表可简单地理解为:“都真才真,有假则假”.

2. “ p 或 q ”的真值表可简单地理解为:“有真就真,都假则假”.

3. 怎样写一个命题的非?常见的有以下几种类型题目:

(1) 直接用否定词构造简单命题的非.常用的互为否定的词有:等与不等,小于与不小于,是与不是,都是与不都是等;

(2) “对任意实数 x ,具有性质 p ”与“存在一个实数 x ,不具有性质 p ”也是互为否定的关系.“存在一个”和“任意一个”这两个量词也是互否关系;

(3) 写命题“ p 且 q ”和“ p 或 q ”的非,要理解并记住公式: $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$, $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$;

(4) 在 $p \rightarrow q$ 的真值表中,只有一种情况为假,即 p 真 q 假时, $p \rightarrow q$ 为假.



例题赏析

[例 1] 若 $p: 0 \subseteq \{0\}$, $q: 0 \in \{0\}$, 写出“ p 且 q ”和“ p 或 q ”, 并判断真假.

分析: p 假 q 真, 由 $p \wedge q$ 、 $p \vee q$ 的真值表可判断出它们的真假.

解: 因为 p 假 q 真, 由 $p \wedge q$ 、 $p \vee q$ 的真值表可知:

“ $0 \subseteq \{0\}$ 且 $0 \in \{0\}$ ”是假命题, “ $0 \subseteq \{0\}$ 或 $0 \in \{0\}$ ”是真命题.



易错易混问题剖析

在写命题的否命题时应特别注意:“都是”的否是“不都是”而非“都不是”,“都不是”包含于“不都是”之中,它是“不都是”的情形之一.例如:“某班全体同学都是共青团员”的非是“某班同学不都是共青团员”或说“某班同学中至少有一位同学不是共青团员”,而不能说成“某班全体同学都不是共青团员”.

1.6.3 同步训练

A 组

1. 选择题:

(1) 下列命题中假命题是()

(A) $25 > 10$ 或 $25 > 18$

(B) 若两个三角形面积相等,则这两个三角形全等

(C) 2 是 $x^2 - x - 2 = 0$ 的根

(D) 对顶角相等

(2) 若 p 是假命题, q 是真命题, 在下列命题中真命题共有()

① $\neg p$

② $p \vee q$

③ $p \wedge q$

④ $\neg q$

(A) 1 个

(B) 2 个

(C) 3 个

(D) 4 个

(3) 设 p, q 是两个命题, 若“ p 或 q ”的否是真命题, 则必有()

(A) p 真 q 假

(B) p 假 q 真

(C) p 真 q 假

(D) p 假 q 假

(4) 下列各命题中, 真命题是()

(A) 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A = \emptyset, B = \emptyset$

(B) 两条对角线相等的四边形是正方形

(C) 若 $A \cup B = U$ (U 是全集), 则 $A = U$ 或 $B = U$

(D) 若一个角的两边分别平行于另一个角的两边, 那么这两个角相等或互补

2. 填空题:

(1) 命题“直线 l 与 m 不平行且不重合”的否是_____.

(2) 命题“不论 m 取什么实数, 方程 $x^2 + x - m = 0$ 都有实数根”的非是_____.

B 组

1. 选择题:

(1) 下列句子中不是假命题的是()

(A) 5 不能被 2 整除且 5 能被 3 整除

(B) 5 能被 2 整除或能被 3 整除

(C) 5 能被 2 整除且 5 能被 5 整除

(D) 5 能被 2 整除或 5 能被 5 整除

(2) 下列四个命题中的假命题是()

(A) 奇数集与偶数集的并集是 $\mathbf{Z}$

(B) 奇数集与偶数集的交集是 $\emptyset$

(C) 奇数集在 $\mathbf{Z}$ 中的补集是偶数集

(D) 两个奇数的和是奇数

(3) 下面五个关系式:

① $\emptyset \subsetneq \{a\}$ ② $a \subseteq \{a\}$ ③ $\{a\} \subseteq \{a\}$ ④ $a \in \{a, b\}$ ⑤ $\emptyset \in \{a, b, c\}$

其中正确的是()

(A) ①②③④

(B) ③⑤

(C) ①④⑤

(D) ①③④

2. 已知命题 p : 明天刮风, q : 明天下雨. 用语言表示下列命题:

(1) $p \wedge q$ (2) $\neg p \vee \neg q$

3. 已知下列各对命题, 写出用“如果 … 那么 …” 联结所得的新命题, 并判断真假:

(1) p : 两直线平行, q : 同位角相等

(2) $p: 3 = 5$, $q: 8 = 8$

(3) $p: 5 > 3$, $q: 5 > 8$

1.7 充分条件与必要条件

1.7.1 学习目标

理解充分条件、必要条件和充要条件的概念, 会正确判定一个命题是另一个命题的什么条件.

1.7.2 学法指导

1. 如果 $p \Rightarrow q$, 则说 p 是 q 的充分条件, 或 q 是 p 的必要条件, 这三句话表达的都是同一逻辑关系;

2. 如果 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充分且必要条件, 简称充要条件, p 与 q 等价, 记作 $p \Leftrightarrow q$. 显然, 如果 p 是 q 的充要条件, 那么 q 也是 p 的充要条件.



例题赏析

[例 1] $p: x + 3 = 0$, $q: x^2 - 9 = 0$, p 是 q 的什么条件? q 是 p 的什么条件?