

全国优秀畅销书作者蒋顺、李济元再创《举一反三》新辉煌

主编 蒋顺 李济元

品牌书系
专题训练

tianjiafuzhuxian

添加

JUYIFANSAN

辅助线

举一反三

小学数学

该丛书上市以来，狂销40万册，
中文繁体字版权已成功转让，各地学校
老师鼎力推荐，是中国大陆及台湾地区
小学生中最具影响力的助学辅导图书。

特别适合中等学生使用

陕西人民教育出版社

小学数学

专题训练丛书



添加辅助线

举一反三

丛书主编
分册主编
编写

蒋 顺
俞海军
俞海军
王见新
葛美娟
李淑琴

李济元
葛广德
葛广德
宰衷民
张 峰
罗建国

陆建霞
毛少云
顾 娟
张海军

陈 曦
袁爱均
祁志华

学 校
班 级
姓 名
我的老师
我的电话

陕西人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

专题训练丛书·小学数学添加辅助线举一反三/蒋顺,李济元主编.—2版.

西安:陕西人民教育出版社,2008.3

ISBN 978-7-5419-8766-3

I.小… II.①蒋…②李… III.数学课—小学—教学参考资料
IV.G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第020512号

专题训练丛书

小学数学 添加辅助线 举一反三

出版发行:陕西人民教育出版社

地 址:西安市长安南路181号

经 销:各地新华书店

印 刷:陕西天坛福利印刷厂

开 本:880×1230毫米 1/32

印 张:7.375

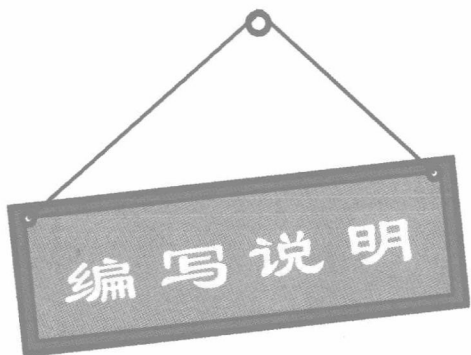
字 数:160千字

版 次:2008年3月第2版 2008年8月第2次印刷

书 号:ISBN 978—7—5419—8766—3

定 价:12.00元

版权所有·违者必究



随着小学数学教育教学改革的深入和课程改革的不断发展,小学生探索研究能力的初步形成和数学素质的逐步培养也被提上议事日程。“添加辅助线”正是基于上述两方面的考虑而酝酿产生的。“添加辅助线”从数形中形的角度出发,列举了小学数学中几何图形辅助线的各种添加方法,借助于“线”这一桥梁,通过学生的形象思考,以达到顺利解决问题的目的;同时通过对某一图形辅助线不同添加方法的研究,初步渗透探索研究能力的培养,从而为以后的进一步学习打下坚实的基础,这也是学生数学素质培养的好教材。

“辅助线”作为解决几何问题中的桥梁之一,在许多图形中有着不可替代的地位和作用,而灵活、巧



妙的添加辅助线，更是解决几何题的关键所在。本书拟从“辅助线”添加的基本目的、添加的常用方法等方面来阐述，以构建解决问题的完整体系，同时为培养学生的探索研究能力提供了诸多的解题实例。

由于时间紧、任务重，编者的意图与所要达到的愿望恐有不及之处，恳请广大读者批评指正。

编者



第1讲 添加辅助线的基本目的	1
(一) 化整为零 聚零为整	1
(二) 寻求关系 建立联系	10
第2讲 添加辅助线的常用方法	21
(一) 整体添补	21
(二) 同形添补	30
(三) 等形分割	38
(四) 等积变形	47
(五) 寻求等量	56
(六) 分割旋转	66
(七) 分割平移	72
(八) 分割对折	79
(九) 分割组合	85
第3讲 添加辅助线的一些技巧	92
(一) 中点连接	92
(二) 顶点连接	99
(三) 垂线寻求	108
(四) 等分点连接	115
(五) 平行线添加	124
(六) 对称轴添加	134

第4讲 添加辅助线的常用知识	143
(一) 三角形	143
(1) 三角形三条边之间的关系	143
(2) 勾股定理	144
(3) 直角三角形的斜边中线	146
(4) 直径所对的圆周角的特点	147
(二) 平行线	148
(1) 同位角、内错角	148
(2) 平行线等分线段定理	150
(3) 平行线分线段成比例	152
(三) 中位线	153
(四) 梯形的各种添加辅助线的方法 ...	155
参考答案	158

第1讲 添加辅助线的基本目的

(一) 化整为零 聚零为整

专题简析

“化整为零”是指将整体的非基本图形通过添加辅助线，分割转化成几个基本图形，然后借助求几个基本图形的面积来求整个图形的面积。“聚零为整”则是将几个有内在联系的图形，通过变化，重新组合成一个新的图形，借助对整体图形的研究，来解决原问题。

____月____日

典型例题

1

图 1-1-1 是一个轴对称图形，已知 $AB = AE = 6$ 厘米， $BC = CD$ ， $\angle A$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 都是直角。求这个轴对称图形的面积。

【分析与解答】此题不属于基本图形，无法直接求出它的面积。不妨将其分割成两个基本图形（如图 1-1-2）。

显然， $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形，它的面积为：

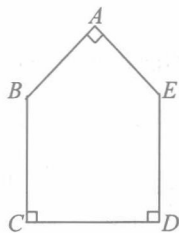


图 1-1-1

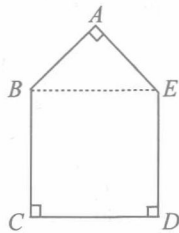


图 1-1-2

$6 \times 6 \div 2 = 18$ (平方厘米)。因此,只要再求出四边形 $BCDE$ 的面积,这个轴对称图形的面积也就容易求了。

由轴对称图形的特点易知: $BC = ED$, $\angle CBE = \angle BED = (360^\circ - 90^\circ - 90^\circ) \div 2 = 90^\circ$, 即 $\angle CBE$ 与 $\angle BED$ 均为直角,由此可知四边形 $BCDE$ 为长方形,又因为 $BC = CD$,所以,四边形 $BCDE$ 就是一个正方形。按一般思路,要求这个正方形的面积,只要先求出它的边长 BE 就行了,但这种办法较麻烦。我们可以将正方形 $BCDE$ 分成四个与 $\triangle ABE$ 大小、形状完全相同的三角形(如图 1-1-3 所示)。因此,正方形 $BCDE$ 的面积为: $18 \times 4 = 72$ (平方厘米)。

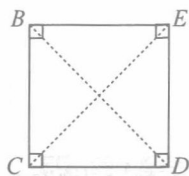


图 1-1-3

所以,这个轴对称图形的面积为: $18 + 72 = 90$ (平方厘米)。

$$\begin{aligned} & 6 \times 6 \div 2 + 6 \times 6 \div 2 \times 4 \\ &= 36 \div 2 + 36 \div 2 \times 4 \\ &= 18 + 72 \\ &= 90 \text{ (平方厘米)} \end{aligned}$$

答:这个轴对称图形的面积为 90 平方厘米。

想一想:这道题目还可以怎样解答?

疯狂操练 1

1. 求图 1-1-4 的面积 (单位:厘米)。

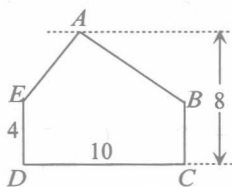


图 1-1-4

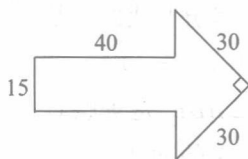


图 1-1-5

2. 图 1-1-5 是用不锈钢做成的一指示牌, 求它所用不锈钢的面积 (单位: 厘米)。

3. 图 1-1-6 中正方形的边长是 4 厘米, 长方形的长是 6 厘米, 宽是 3 厘米。它们相距 3 厘米。求整个图形的面积。

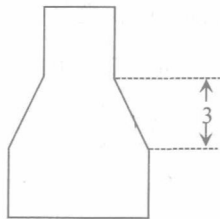


图 1-1-6

典型例题 2

有一个面积是 96 平方厘米的长方形, 长与宽的比是 3 : 2, 从一个顶点出发, 分别与它对边的 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 处相连, 求阴影部分的面积。

【分析与解答】图中阴影部分是一个“非基本图形”, 不妨将其分割成若干个“基本图形”来研究。做辅助线 (如图 1-1-8), 连

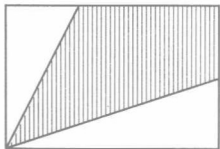


图 1-1-7

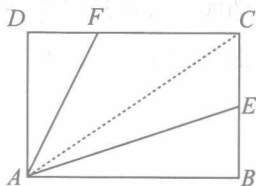


图 1-1-8

接 AC 。因为 AC 是长方形的对角线, 将长方形平均分成了两份, 所以 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ACB$ 的面积都是 $96 \div 2 = 48$ (平方厘米)。又因为 F 为 CD 的三等分点, 所以有 $S_{\triangle AFC} = S_{\triangle ACD} \times (1 - \frac{1}{3}) = 48 \times (1 - \frac{1}{3}) = 32$ (平方厘米); E 为 BC 的二等分点 (中点), 所以又有 $S_{\triangle ACE} = S_{\triangle ABC} \times \frac{1}{2} = 48 \times \frac{1}{2} = 24$ (平方厘米)。综合上述两部分的分析可知: 原题阴

影部分的面积就是 $32 + 24 = 56$ (平方厘米), 列成综合式就是:

$$\begin{aligned} & 96 \div 2 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + 96 \div 2 \times \frac{1}{2} \\ &= 48 \times \frac{2}{3} + 48 \times \frac{1}{2} \\ &= 56 \text{ (平方厘米)} \end{aligned}$$

答: 阴影部分的面积是 56 平方厘米。

疯狂操练 2

1. 已知图 1-1-9 中, 正方形的面积是 288 平方厘米, A 、 B 分别是所在边的四等分点和三等分点, 求图中阴影部分的面积。

2. 边长为 8 厘米与边长为 6 厘米的正方形拼在一起 (如图 1-1-10)。求阴影部分的面积。

3. 图 1-1-11 中, 长方形的面积是 96 平方厘米, A 、 B 分别是所在边的四等分点和三等分点, 那么是图中阴影部分的面积大, 还是空白部分的面积大, 大多少?

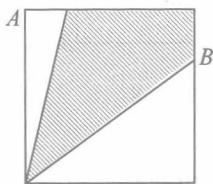


图 1-1-9

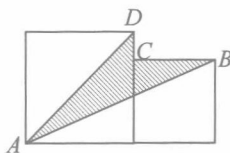


图 1-1-10

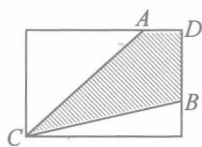


图 1-1-11

____月____日

典型例题 3

如图 1-1-12, 已知 $BC = 5$ 厘米, $AD = 3$ 厘米, $AE = 4$ 厘米, $CF = 6$ 厘米, $\angle AEB = 90^\circ$, $\angle CFD = 90^\circ$, 图中四边形 $ABCD$ (阴影部分) 的面积是多少?

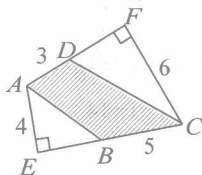


图 1-1-12

【分析与解答】 题中阴影部分是个不规则的四边形, 用公式不能直接求出面积, 如果做辅助线 (连接 AC), 就把阴影部分分成了两个三角形, 通过求这两个三角形的面积, 就可以求阴影部分的面积了。由于这两个三角形的底和高分别已知, 所以求阴影部分面积的综合算式就是:

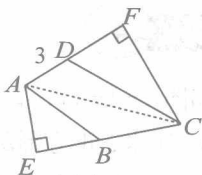


图 1-1-13

$$5 \times 4 \div 2 + 3 \times 6 \div 2 = 10 + 9 = 19 \text{ (平方厘米)}$$

答: 图中四边形 $ABCD$ (阴影部分) 的面积是 19 平方厘米。

疯狂操练 3

1. 如图 1-1-14, 已知四边形 $ABCD$ 中, $AB = 8$ 厘米, $CD = 6$ 厘米。在 BC 边上取 $BE = 4$ 厘米, 在 DA 边上取 $DF = 2$ 厘米。求四边形 $BEDF$ 的面积 ($\angle A$ 和 $\angle C$ 均为直角)。

2. 如图 1-1-15, $ABCD$ 为任意四边形, E 、 F 为 AD 、 BC 的中点, 连接 BE 、 DF , 那么图中阴影部分的面积和空白部分的面积哪个大?

3. 如图 1-1-16 中, 四边形 $ABCD$ 的四条边分别为: $AB = 15$ 厘米, $BC = 12$ 厘米, $CD = 12$ 厘米, $AD = 8$ 厘米。 $\angle A$ 和 $\angle C$ 均为直角。 F



为 CD 的三等分点, E 为 AB 的四等分点。那么图中阴影部分的面积是四边形 $ABCD$ 面积的百分之几?

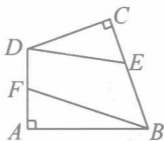


图 1-1-14

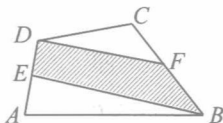


图 1-1-15

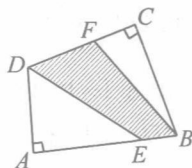


图 1-1-16

____月____日

典型例题

4

如图 1-1-17, 直角三角形 ABC 中, $AB=6$ 厘米, $BC=8$ 厘米, $AC=10$ 厘米, 正方形 $BFGE$ 的边长为 2 厘米, GD 的长是多少厘米?

【分析与解答】要求 GD , 如能找到它与 $\triangle ABC$ 或与正方形 $BFGE$

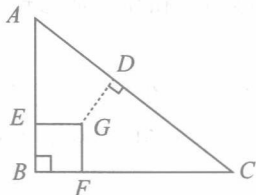


图 1-1-17

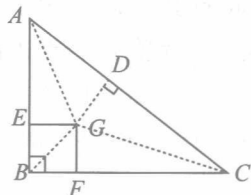


图 1-1-18

的关系, 就迎刃而解了。现连接 GA 、 GB 、 GC (如图 1-1-18):

这样就把 $\triangle ABC$ 分成了三个部分: $\triangle ABG$ 、 $\triangle BCG$ 、 $\triangle CAG$ 。于是, $\triangle CAG$ 的面积就可以用 $S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ABG} - S_{\triangle BCG}$ 求得。即

$$8 \times 6 \div 2 - 6 \times 2 \div 2 - 8 \times 2 \div 2 = 10 \text{ (平方厘米)}$$

在 $\triangle ACG$ 中, 高 $GD = \text{面积} \times 2 \div \text{底} AC$, 即

$$GD = 10 \times 2 \div 10 = 2 \text{ (厘米)}$$

答: GD 的长是 2 厘米。

疯狂操练 4

1. 如图 1-1-19, 在直角三角形 ABC 中, $AB=12$ 厘米, $BC=16$ 厘米, $AC=20$ 厘米, 正方形 $BEFG$ 的边长为 6 厘米, 求 FD 的长。

2. 如图 1-1-20, 在面积为 32 平方厘米的等腰三角形 ABC 中, $AB=8$ 厘米, $BC=AC=9$ 厘米。 O 是三角形内的一点, 它到 AC 、 BC 的距离都是 1.8 厘米, 求它到 AB 的距离。

3. 如图 1-1-21, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$ 厘米, $BC=10$ 厘米, $CA=6$ 厘米, $ADEF$ 为正方形, 它的边长是 5 厘米。 EH 与 BC 垂直, 求 EH 的长。

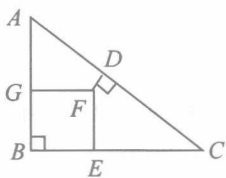


图 1-1-19

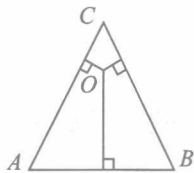


图 1-1-20

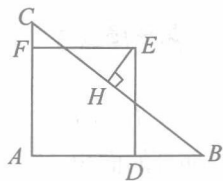


图 1-1-21

____月____日

典型例题

5

如图 1-1-22, 求长方形中阴影部分的面积的和。

【分析与解答】要求图 1-1-22 中四个三角形的面积的和, 如果

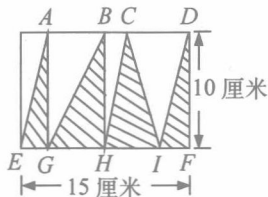


图 1-1-22

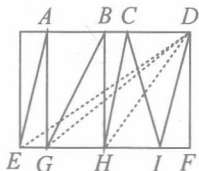


图 1-1-23

先分别求出它们的面积，再相加，显然很困难。但运用“等底等高的三角形面积相等”的原理，将这四个三角形合并成一个三角形，聚零为整，问题就解决了。如图 1-1-23：

将 A 、 B 、 C 三点都向 D 移动，连接 ED 、 GD 、 HD ， $\triangle AEG$ 和 $\triangle DEG$ 、 $\triangle BGH$ 和 $\triangle DGH$ 、 $\triangle CHI$ 和 $\triangle DHI$ 三组三角形分别等底等高，所以，求这四个阴影部分三角形的面积的和，就相当于求 $\triangle DEF$ 的面积，于是，列成综合算式就是：

$$15 \times 10 \div 2 = 75 \text{ (平方厘米)}$$

答：长方形中阴影部分的面积的和是 75 平方厘米。

疯狂操练 5

1. 在图 1-1-24 中，梯形的下底为 8 厘米，高为 4 厘米。求阴影部分的面积。

2. 已知长方形的长为 12 厘米，宽为 8 厘米，图 1-1-25 中阴影部分和空白部分的面积哪个大？

3. 如图 1-1-26， P 是长方形内任意一点， $AF = DE = \frac{1}{3}AB$ 。连接 PD 、 PE 、 PA 、 PF 。图中阴影部分的面积占长方形面积的几分之几？

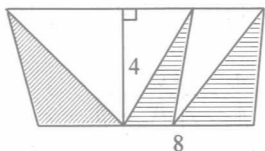


图 1-1-24



图 1-1-25

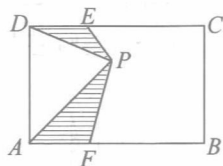


图 1-1-26

____月____日

典型例题 6

如图 1-1-27, 四边形 $ABCD$ 的周长为 34 厘米, P 为其内一点, 它到四边的距离都为 3.8 厘米。求四边形 $ABCD$ 的面积。

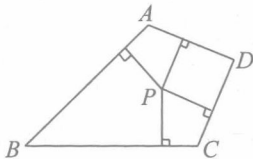


图 1-1-27

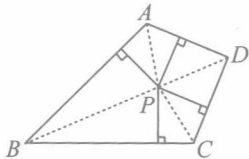


图 1-1-28

【分析与解答】如图 1-1-28 所示, 连接 PA 、 PB 、 PC 、 PD , 将原四边形分成了四个部分, $\triangle APB$ 的面积为: $AB \times 3.8 \div 2$, $\triangle BPC$ 的面积为: $BC \times 3.8 \div 2$, $\triangle CPD$ 的面积为: $CD \times 3.8 \div 2$, $\triangle DPA$ 的面积为: $DA \times 3.8 \div 2$, 于是, 四边形 $ABCD$ 的面积就是:

$$\begin{aligned} & AB \times 3.8 \div 2 + BC \times 3.8 \div 2 + CD \times 3.8 \div 2 + DA \times 3.8 \div 2 \\ &= (AB + BC + CD + DA) \times 3.8 \div 2 \end{aligned}$$

由于四边形 $ABCD$ 的周长为 34 厘米, 所以四边形 $ABCD$ 的面积就是:

$$34 \times 3.8 \div 2 = 64.6 \text{ (平方厘米)}$$

答: 四边形 $ABCD$ 的面积是 64.6 平方厘米。

疯狂操练 6

1. 如图 1-1-29, H 是 $\triangle ABC$ 内一点, 它到三边的距离都是 2 厘米, 已知三角形的周长是 24 厘米, 求三角形的面积。

2. 如图 1-1-30, O 是四边形 $ABCD$ 内的一点, 它到四边的距离都是 4 厘米。已知四边形的周长是 35 厘米, 求它的面积。



3. 如图 1-1-31, 已知等腰三角形的腰长为 10 厘米, 底为 8 厘米。 P 是三角形内的一点, 它到两腰的距离分别为 3 厘米和 1.6 厘米, 它到底的距离为 3.4 厘米。求等腰三角形的面积。

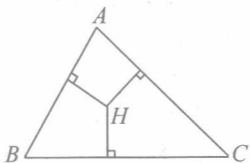


图 1-1-29

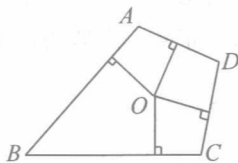


图 1-1-30

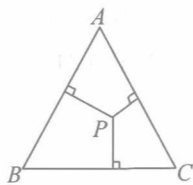


图 1-1-31

(二) 寻求关系 建立联系

专题简析

借助添加的辅助线, 有时能使毫不相关的两个或多个图形之间建立起面积等方面的联系, 通过这种关系的寻求, 使问题得以顺利解决。

____月____日

典型例题 1

图 1-2-1 中三角形 ABC 被分成了甲、乙两个部分, 图中数字是相应线段的长度, 甲与乙的面积之比是多少?

【分析与解答】甲、乙两个图形, 除了边长之间有联系外, 面积间没有直接的联系。于是,

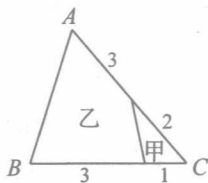


图 1-2-1