

高等学校试用教材

大学物理

赵先林 李铁盘 王再军 主编

西南交通大学出版社

高等学校试用教材

大学物理

主 编：赵先林 李铁盘 王再军

副主编：来清民 王治国 张爱丽 李应真

编 委：赵先林 李铁盘 王再军 来清民

杭增民 段国玉 冯炳灿 黄留锁

西南交通大学出版社

• 成 都 •

内 容 提 要

本书根据国家教育部新制定的大学非物理专业《普通物理学教学大纲》编写的,共六编,内容包括:质点和质点系力学、热学、电磁学、波动理论、狭义相对论、波和粒子。本书在考虑到各专业特点的基础上对传统的教学内容作了认真精选。

本书可作为高等学校非物理专业普通物理学课程的试用教材,也可供物理专业的教师和学生参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理/赵先林等编. —成都:西南交通大学出版社,
1999.8

ISBN 7-81057-353-5

I. 大… II. 赵… III. 普通物理-高等学校-教材 IV. 04

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第38726号

高等学校试用教材

大 学 物 理

主 编 赵先林 李铁盘 王再军

*

出 版 人 宋绍南

责任编辑 戴本文

封面设计 黄留锁

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段111号 邮政编码:610031)

成都飞机工业公司印刷厂印刷

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:21.5

字数:524千字 印数:1~2000册

1999年8月第1版 1999年8月第1次印刷

ISBN 7-81057-353-5/O · 105

定价:28.00元

前 言

本教材系根据国家教育部最近新制定的大学非物理专业《普通物理学教学大纲》编写而成的。本书力求以简明、准确的语言阐述物理学中的原理、定律、定理和定义,引导、启发学生理解物理学的基本概念和基本规律。在保证全书必要的系统性、完整性和科学性的基础上,尽量以简短的篇幅,反映物理学的主要内容。此外,为了便于学生自学,在编写过程中,对于一些初次涉及的概念或难点,作了比较详细的阐述,并在每章后都附有深度适当的一定数量的填空题、选择题和推理运算题。

本书由赵先林、李铁盘、王再军任主编,负责统稿。绪论、第一章、第二章和第十三章的第四、五节由王再军编写;第三章和第四章由来清民编写;第五章、第七章的第二节和第十章的第一、二节由杭增民编写;第六章和第七章的第一节由王治国编写;第八章、第十五章、第十六章和第十三章的第二节由赵先林编写;第九章由黄留锁编写;第十章的第三、四、五、六、七节由冯炳灿编写;第十一章和第十二章由张爱丽编写;第十三章的第一节和第三节由段国玉编写;第十四章由李铁盘编写;第十七章和第七章的第三、四、五、六节由李应真编写。黄永修教授审阅了本书全稿,本书的部分插图由黄留锁绘制。

本书旨在对基础物理内容及教学作些有益改革,不足之处在所难免,敬请批评指正。

编 者

1999年7月

目 录

绪 论	1
第一编 力 学	
第一章 运动和力	3
1.1 质点运动的描述	3
1.2 牛顿运动定律	14
1.3 力学中常见的几种力	16
习 题	25
第二章 动量守恒定律	27
2.1 质点的动量和动量定理	27
2.2 质点系的动量及质点系动量守恒定律	30
习 题	33
第三章 角动量及角动量守恒	35
3.1 力矩和角动量	35
3.2 质点的角动量定理及角动量守恒定律	38
3.3 质点系的角动量定理及角动量守恒定律	41
习 题	44
第四章 功和能	46
4.1 功和功率	46
4.2 动能定理	50
4.3 势 能	54
4.4 功能原理和机械能守恒定律	59
4.5 球的对心碰撞	64
习 题	67
第五章 刚体力学	71
5.1 刚体运动学	71
5.2 转动定律	72
5.3 刚体转动的动能定理	76
5.4 刚体的角动量 角动量守恒定律	77
习 题	79
第二编 热 学	
第六章 气体动理论	81
6.1 平衡态 理想气体状态方程	81
6.2 气体的压强	83
6.3 温度与分子平均平动动能的关系	85

6.4	能量均分定理 理想气体的内能	86
6.5	麦克斯韦速率分布律	89
6.6	玻耳兹曼分布律 重力场中粒子按高度的分布	91
6.7	分子的平均碰撞频率和平均自由程	93
6.8	真实气体 范德瓦耳斯方程	95
	习 题	97
第七章	热力学基础	99
7.1	热力学第一定律	99
7.2	热力学第一定律对于理想气体在准静态过程中的应用	101
7.3	循环过程 卡诺循环	105
7.4	热力学第二定律	108
7.5	可逆过程和不可逆过程	109
7.6	热力学第二定律的统计意义	110
	习 题	112
第三编	电磁学基础	
第八章	静电场	114
8.1	电荷 库仑定律	114
8.2	电 场	115
8.3	高斯定理	119
8.4	静电场环路定理 电势	125
8.5	处于静电平衡状态的金属导体	132
8.6	电 容	135
8.7	电场的电介质	137
8.8	静电场中的能量	141
	习 题	142
第九章	直流电	147
9.1	电流强度和电流密度矢量	147
9.2	电阻 电阻率 欧姆定律	148
9.3	电源 电动势	151
9.4	电功和电功率 焦耳定律	152
9.5	闭合电路的欧姆定律和一段含源电路的欧姆定律	153
9.6	基尔霍夫定律及其应用	155
	习 题	157
第十章	稳恒磁场	160
10.1	稳恒磁场	160
10.2	毕奥——萨伐尔定律及其应用	162
10.3	磁通量 磁场中的高斯定理	167
10.4	安培环路定理	167
10.5	磁场对运动电荷的作用	171

10.6 磁场对载流导体的作用·····	176
10.7 介质中的磁场·····	180
习 题·····	183
第十一章 电磁感应 ·····	188
11.1 电磁感应现象的基本规律·····	188
11.2 电磁感应的本质·····	190
11.3 互感和自感·····	193
11.4 涡电流·····	196
11.5 电子感应加速器·····	196
11.6 磁场的能量·····	197
习 题·····	198
第十二章 电磁场与电磁波 ·····	200
12.1 麦克斯韦方程组·····	200
12.2 电磁波·····	203
习 题·····	208
第四编 波 动	
第十三章 机械振动和机械波 ·····	210
13.1 简谐振动·····	210
13.2 同一直线上简谐振动的合成·····	220
13.3 简谐波·····	224
13.4 波的叠加·····	233
13.5 多普勒效应·····	237
习 题·····	239
第十四章 波动光学 ·····	243
14.1 光 波·····	243
14.2 光的干涉·····	246
14.3 光的衍射·····	259
14.4 光的偏振·····	285
习 题·····	295
第五编 狭义相对论	
第十五章 狭义相对论时空观 ·····	298
15.1 经典力学的若干定义和定律·····	298
15.2 狭义相对论的实验基础·····	301
15.3 狭义相对论的基本原理·····	303
15.4 狭义相对论的时空观·····	307
习 题·····	311
第十六章 相对论力学 ·····	312
16.1 质速关系 相对论力学定律 质能关系·····	312
16.2 能量、动量关系式 ·····	314

16.3 其它相对论性的动力学理论.....	315
习 题.....	316
第六编 波和粒子	
第十七章 波和粒子.....	318
17.1 光的波粒二象性.....	318
17.2 实物粒子的波粒二象性.....	325
17.3 海森堡不确定关系.....	328
17.4 微观粒子运动状态的数学描述——波函数.....	329
习 题.....	330
附录 常用的重要物理常量.....	332
习题答案.....	333

绪 论

我们周围所有的客观实在都是物质,而且一切物质都在永恒不息的运动着.运动是物质的存在形式、物质的固有属性,它包括宇宙中所发生的一切变化过程,从简单的位置变化至思维活动为止.各种不同的物质运动形式,既有共性,又有个性,自然科学的各个分科就是按照研究不同的物质运动形式而区分的.物理学是研究包括机械运动、分子运动、电磁运动、原子、原子核和粒子运动的物质运动最基本形态,以及它们之间相互转化的一门基础学科.由于物理学所研究的运动,普遍地存在于其他高级的、复杂的运动形式之中,所以物理学研究的物质运动规律具有最大的普遍性,物理学也因此而成为自然科学和技术科学中各个学科的理论基础或支柱.同时由于物理学与自然科学其他领域和技术越来越广泛的结合,从而促成又一个又一个新兴学科的出现.学习物理学对于从事自然科学各个学科、技术科学各个部门和新兴学科的工作都是十分必要的.

物理学是通过观察、实验、抽象、假说等研究方法并通过实践的检验而建立起来的.

观察是在不改变自然现象本身的情况下,对现象进行观测、记录和研究.例如,通过观测和计算,得知太阳表面的温度约为 $6\,000^{\circ}\text{C}$.

实验是在人工控制条件下,使现象反复重演,并有意识地把复杂条件加以简化,突出主要因素,排除或减低次要因素,以找出其自然现象的规律.这是一种非常重要的研究方法.

抽象是依据所研究问题的需要,突出对所研究问题起决定性的因素的研究,忽略次要因素,排除干扰因素而得到的与原型近似的理想化模型.例如,把物体视为“质点”时,“质量”和“点”是主要因素,物体的形状和大小是次要因素,可忽略不计.在物理学的研究中引入了很多理想化模型,如刚体、理想流体、绝对黑体、原子的壳层模型、基本粒子的层子模型等都是对真实物体高度抽象而得到的理想化模型.

假说是在观察和实验的基础上提出对自然现象的规律性的说明或解释,这是人们认识事物的一个飞跃.但是假说的正确与否,还有待于用它来说明或解释其他同类现象,并预言新的现象,在这个过程中,假说会得到修正和发展.如此不断地实践、认识、再实践、再认识,假说最终将上升为理论.历史上关于光的本性的认识,就发生过“微粒说”和“波动说”之争.这两种假说都可以解释一部分光学现象,然而两种观点却针锋相对.这两种假说到了后来,在摒弃了“微粒说”后,光的“波动说”似乎已确立不移了.然而事情却未就此了结,到了20世纪初,由于实验和理论的推动,爱因斯坦提出了光子假说,成功地解释了光电效应,这使得人们对光的认识,由原来的波动性,上升到光的波粒二象性,而且进一步启发人们认识所有微观粒子的波粒二象性.在此基础上,经过几代人的共同努力,建立起了近代量子理论.

物理学总是以其特有的方式推动着人类社会生产的发展.在19世纪,由于力学和热学与生产的结合,使机器和蒸汽机得到改进和推广,引起了第一次工业革命;在19世纪,法拉第和麦克斯韦电磁学的研究成果成为人类进入电气时代的基石,引起了第二次工业革命;20世纪

以来由于相对论和量子力学的建立,不仅实现了人类的认识从宏观世界到微观世界的突破,而且促进新材料、新器件、新能源、新的通讯和控制手段如雨后春笋般的涌现,为人类社会又一次工业革命的到来,提供了物质基础。

当前,我国正在建设具有中国特色的社会主义强国,关键是要把我国建设成为科学技术高度发达的社会主义强国.这就不仅要求要培养一支宏大的科学技术队伍,而且必须造就一批世界第一流的科学家、工程技术专家.物理学是高等学校理工科的一门主要基础课,因此高等学校理工科的学生必须遵循辩证唯物主义的认识论的观点学好物理知识、物理实验的基本技能和方法,为学好后继的各门课程、专业知识和近代科学技术打下坚实的物理基础。

第一编 力学

力学是研究机械运动的客观规律及应用的学科. 所谓机械运动是指物体间或物体各部分间相对位置的变动. 这种运动是物质运动的最简单、最基本的运动形式, 因而力学是许多学科的基础.

本篇主要介绍经典力学(以牛顿运动定律为基础的力学), 其主要内容包括: 运动和力、动量和动量守恒、角动量和角动量守恒、功和能四部分.

第一章 运动和力

力学包括运动学和动力学两部分. 研究物体位置随时间变化的关系, 但不涉及引起变化的原因, 这部分称为运动学; 研究物体间的相互作用对物体运动的影响, 这部分称为动力学. 本章将首先研究运动学, 然后进一步研究动力学.

1.1 质点运动的描述

由于运动学的任务是描写物体空间位置的改变, 而不涉及物体相互作用和运动之间的关系, 因此, 我们重点讨论运动学中最为基本的质点运动. 本节介绍质点运动学的概念, 着重讨论速度和加速度这两个基本的物理量.

1.1.1 质点

任何物体都有一定的大小和形状. 一般说来, 物体运动时, 其内部各点的位置变化是各不相同的. 因此要精确描写一般物体的运动并不是一件简单的事. 为了使问题简化, 我们可以采用抽象的方法: 如果物体的大小和形状在所研究的问题中不起作用或作用很小, 就可以近似地把物体看作是一个没有大小和形状但有物体全部质量的几何点, 这样的研究对象在力学中称为质点.

应当指出, 一个实际的研究对象能否看作质点, 不是依据物体的大小而定, 而是依据问题的性质而定. 此外, 同一物体在某一问题中可以看作质点, 而在另一问题中却不能看作质点. 例如, 研究地球绕太阳的公转时, 并不涉及地球所引起的各部分运动的差别, 地球的大小、形状无关紧要, 因此可以把地球看作一个质点. 但是研究自转时, 如果仍然把地球看作一个质点, 显然就没有实际意义了. 又例如, 分子的大小只有 $10^{-8} \sim 10^{-10} \text{m}$ 数量级, 在研究气体分子的运动时, 一般也常把分子看作质点. 但在研究分子的能量时, 就需要考虑分子的转动和分子内部的振动. 所以在这种情况下, 象分子这样小的物体也不能看作质点.

质点是力学中最基本、最简单的理想模型. 以后我们还将引入质点系等理想模型. 掌握了质点的运动规律, 就能用数学方法推出质点系的运动规律. 因此, 研究质点的运动是研究更为复杂的运动的基础.

不仅力学, 实际上全部物理学的原理、定律都是对于一定的理想行为的刻画. 而理想模型是由真实物体抽象出来的, 它使我们能够把握住问题的主要因素, 从而更深刻、更正确、更完全地认识问题. 因此, 如何选取适当的模型代替实际对象, 这不仅对学习物理学, 而且对于一切科学技术, 都是极为重要的.

1.1.2 参考系和坐标系

1. 参考系

自然界中的一切物体都在运动, 即使貌似静止的房屋、桥梁也正随地球一起运动. 地球不但自转, 还围绕太阳公转; 而相对于附近恒星来说, 太阳系正朝着武仙星座运动; 太阳又是银河系的成员, 而银河系也在旋转着……所以, 运动是绝对的.

虽然运动是绝对的, 但对运动情况的描述, 则具有相对性. 例如火车启动后观察车厢里的物体, 车上的乘客和站台人员的说法就不同. 这是因为乘客选择车厢为标准, 站台人员以地面为标准. 可见, 一个物体相对于不同的标准具有不同的运动状况, 这称为运动描述的相对性.

由于运动具有相对性, 为了确切描述一个物体的运动, 就必须选择其它物体作为标准. 描述运动时被选作标准的物体(可以是一个不变形的物体或若干个无相对应运动的物体), 称为参考系.

在运动学中, 参考系的选择可以是任意的, 主要看问题的性质和研究的方便而定. 例如地球上物体的运动问题, 常选择地球、房屋等为参考系.

2. 坐标系

为了定量地描述物体相对于一定参考系的运动, 还需要在参考系上固定一种坐标系. 这样所讨论的物体上任意一点的位置就由它在该坐标系中的坐标描述, 并用坐标的改变量描述该点位置的变动.

最常用的坐标系是直角坐标系. 有时根据需要, 也可选用其它的坐标系, 例如极坐标系、球坐标系、柱坐标系、自然坐标系等.

1.1.3 位置矢量和运动方程

1. 位置矢量

要讨论质点位置随时间的变化, 先要确切描述质点的位置. 为了同时给出质点相对参考点的距离和方位, 而引入位置矢量. 由参考系上的坐标原点 O 引向质点 P 所在位置的矢量, 称为质点的位置矢量. 如图1-1所示, 通常以 r 表示.

在直角坐标系 $Oxyz$ 中, 位置矢量与质点空间坐标的关系可表为

$$\vec{r} = \vec{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

(1.1)

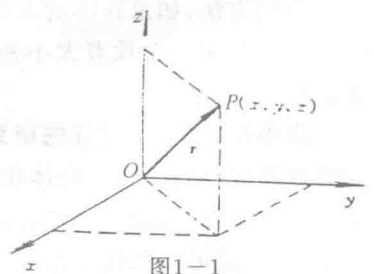


图1-1

其中 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分别为 x, y, z 轴方向的单位矢量, x, y, z 称为质点的位置坐标. 这组位置坐标对应于一个位置矢量, 也可用来描述质点的位置. 还可利用位置坐标表示矢量的大小和方向. 其大小为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

而矢量的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \cos\beta = \frac{y}{r}, \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

且满足

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

2. 运动方程

运动质点的每一时刻均有一定的位置矢量与之对应, 即位置矢量 $\mathbf{r}$ 为时间 t 的函数,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1.2)$$

上式称为质点的运动方程. 它给出任意时刻质点的位置. 运动学的主要任务之一就是要找出各种具体运动所遵循的运动方程, 知道了运动方程, 就可确定质点运动的全部情况.

(1.2)式在直角坐标系的分量式为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k} \quad (1.3)$$

若已知 $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$, 即知 $\mathbf{r}(t)$, 反之亦然. 因此称标量函数

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1.4)$$

为质点运动方程的标量形式.

3. 轨 迹

质点运动时所经各点连成的曲线, 称为质点的运动轨迹或轨道. 从数学角度来看, 运动方程是以 t 为参数的轨迹方程, 消去 t 即可得轨迹方程.

设质点在平面上运动, 则其运动方程为

$$x = x(t), y = y(t)$$

消去 t , 得

$$y = y(x)$$

这就是平面运动质点的轨迹方程.

例1 已知一质点的运动方程为

$$\mathbf{r} = R\cos t\hat{i} + R\sin t\hat{j}$$

R 为常数, 求该质点的轨迹方程.

解 由运动学方程可知

$$x = R\cos t, y = R\sin t$$

这正是圆的参数方程, 由此可知, 该质点的轨迹为圆, 消去 t , 得轨迹方程为

$$x^2 + y^2 = R^2$$

1.1.4 速 度

1. 位移和路程

位移是描述质点在一定时间间隔内位置变化的物理量. 如图1-2所示, $\mathbf{r}(t)$ 和 $\mathbf{r}(t+\Delta t)$ 分别表示 t 时刻和 $t+\Delta t$ 时刻质点的位置矢量, 从质点初位置 P 引向 Δt 时间后末位置 Q 的矢量, 称为质点在这段时间内的位移, 记为 $\Delta\mathbf{r}$. 由图知

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t) \quad (1.5)$$

即位移定义为位置矢量在这段时间内的增量.

因 $\mathbf{r}(t+\Delta t)$ 和 $\mathbf{r}(t)$ 在直角坐标系的分量形式分别为

$$\mathbf{r}(t+\Delta t)=x(t+\Delta t)\hat{i}+y(t+\Delta t)\hat{j}+z(t+\Delta t)\hat{k}$$

$$\mathbf{r}(t)=x(t)\hat{i}+y(t)\hat{j}+z(t)\hat{k}$$

所以在直角坐标系中

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{r} &= [x(t+\Delta t)-x(t)]\hat{i}+[y(t+\Delta t)-y(t)]\hat{j} \\ &\quad +[z(t+\Delta t)-z(t)]\hat{k} \\ &= \Delta x\hat{i}+\Delta y\hat{j}+\Delta z\hat{k}\end{aligned}\quad (1.6)$$

(1.6)式表明,位移可由位置坐标的增量来决定.

必须注意,位移和路程是完全不同的物理量.位移表示质点在某段时间内位置矢量的增量,是矢量;而路程是指质点在该段时间内沿轨迹经过的实际长度,一般用 Δs 表示, Δs 是标量且永远大于或等于零.例如在图1-2中, $\Delta\mathbf{r}$ 和 Δs 分别表示质点在 Δt 内的位移和路程.由图可知,在一般情况下, Δs 和 $|\Delta\mathbf{r}|$ 并不相等.只有在时间 Δt 趋近于零时, Δs 和 $|\Delta\mathbf{r}|$ 方可视为相等.即使在直线运动中,位移和路程也是截然不同的概念.例如一质点沿直线从P点到Q点又折回到P点,显然路程等于P、Q之间距离的两倍,而位移却为零.

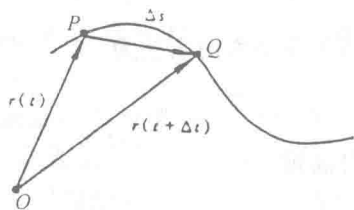


图1-2

在国际单位制(SI)中,位置矢量和位移在量值上都表示长度,其单位均为米(m).

2. 速度

为了描述质点运动随时间变化的快慢和方向,引入速度的概念.

(1) 平均速度

质点位移 $\Delta\mathbf{r}=\mathbf{r}(t+\Delta t)-\mathbf{r}(t)$ 与发生这一位移的时间间隔 Δt 之比,称为质点在这段时间内的平均速度,记为 $\bar{\mathbf{v}}$,即

$$\bar{\mathbf{v}}=\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}=\frac{\mathbf{r}(t+\Delta t)-\mathbf{r}(t)}{\Delta t}\quad (1.7)$$

平均速度是矢量,其方向与位移 $\Delta\mathbf{r}$ 的方向相同.

(2) 平均速率

为了描述质点沿轨迹运动的平均快慢,引入平均速率的概念.质点经过的路程 Δs 与经过这段路程所用的时间 Δt 之比,称为这段时间内的平均速率,用 $\bar{v}$ 表示.即

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}\quad (1.8)$$

平均速率是标量.在一般情况下,平均速率不等于平均速度的大小.例如,质点在这段时间内通过路径是闭合的,则质点在这段时间的位移为零,所以质点的平均速度也为零;而质点在这段时间内通过的路程不为零,所以平均速率不为零.

(3) 瞬时速度

平均速度仅仅给出质点在这一段时间内位置矢量(或位移)的方向和大小变化的平均快慢,却不能精确地描述质点在这段时间内发生的运动方向改变和时快时慢的详细情况.显然 Δt 取得越小,平均速度越能接近于实际情况.为此,引入瞬时速度.

当时间 $\Delta t\rightarrow 0$ 时,质点平均速度的极限值称为质点在该时刻(或位置)的瞬时速度,简称速度,用 $\mathbf{v}$ 表示,即

$$\mathbf{v}=\lim_{\Delta t\rightarrow 0}\bar{\mathbf{v}}=\lim_{\Delta t\rightarrow 0}\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}=\frac{d\mathbf{r}}{dt}\quad (1.9)$$

即质点的瞬时速度等于位置矢量对时间的变化率或一阶导数.

瞬时速度是矢量,它的方向沿轨迹在质点所在处的切线并指向质点前进的方向,如图1-3所示.其大小

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = \frac{ds}{dt}$$

反映质点在该瞬时运动的快慢,称为瞬时速率,简称速率.

速度和速率的单位由位移(或长度)和时间的单位决定.在SI中都为米·秒⁻¹(m·s⁻¹).

(4)速度在直角坐标系中的表示

速度在直角坐标系 $Oxyz$ 中的分量形式为

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$$

将(1.3)式对时间求导数,得

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} \quad (1.10)$$

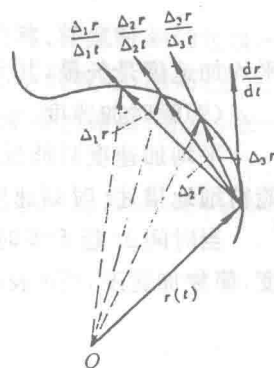


图1-3

与前式对比,得

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$

即速度在直角坐标系中的分量等于坐标对时间的一阶导数.

由此可得速度的大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

速度的方向余弦为

$$\cos \alpha_v = \frac{v_x}{v}, \cos \beta_v = \frac{v_y}{v}, \cos \gamma_v = \frac{v_z}{v}$$

例2 某质点的运动学方程为 $\mathbf{r} = -10\mathbf{i} + 15t\mathbf{j} + 5t^2\mathbf{k}$ (单位:m,s).求 $t=0$ s和1s时质点的速度矢量.

解 因 $x = -10 = \text{常量}$,故质点在距原点10m处与 Oyz 平行的平面上运动.根据(1.10)式,得

$$\mathbf{v} = 15\mathbf{j} + 10t\mathbf{k}$$

$$v = \sqrt{225 + 100t^2}$$

$$\cos \alpha_v = 0, \cos \beta_v = \frac{15}{v}, \cos \gamma_v = \frac{10t}{v}$$

当 $t=0$ s时, $v=15\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\cos \beta_v = 1, \cos \alpha_v = \cos \gamma_v = 0$$

当 $t=1$ s时, $v=18.03\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\cos \alpha_v = 0, \cos \beta_v = 0.832, \cos \gamma_v = 0.555$$

即

$$\alpha_v = 90^\circ, \beta_v = 33^\circ 42', \gamma_v = 56^\circ 18'$$

如图1-4所示.

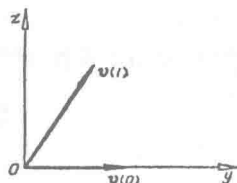


图1-4

1.1.5 加速度

质点运动时,速度的大小和方向都可能变化,为了反映这种变化,引入加速度的概念.

1. 加速度

(1)平均加速度

设质点在 t 时刻的速度为 $\boldsymbol{v}(t)$,经时间 Δt 后速度变为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$,速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$ 与发生这一增量所用的时间 Δt 之比称为这段时间内的平均加速度,用 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 表示,即

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \quad (1.11)$$

平均加速度是矢量,其大小反映 Δt 时间的速度矢量的平均变化率,其方向沿速度增量的方向.

(2)瞬时加速度

平均加速度只能反映在时间 Δt 内速度变化的平均快慢.显然,时间 Δt 越短,平均加速度越能精细地描述 t 时刻速度变化的实际情况.为此,引入瞬时加速度的概念.

当时间 Δt 趋于零时,质点平均加速度的极限值称为质点在该时刻(或位置)的瞬时加速度,简称加速度,用 $\boldsymbol{a}$ 表示,即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\boldsymbol{a}}=\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \quad (1.12)$$

因为

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$$

所以,有

$$\boldsymbol{a}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \quad (1.13)$$

由(1.12)式和(1.13)式可知,质点的瞬时加速度等于速度矢量对时间的一阶导数;等于位置矢量对时间的二阶导数.

加速度是矢量,其大小反映速度变化的快慢,其方向为速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向.在一般情况下, $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向不同于速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向,因而加速度的方向与同一时刻速度的方向一般不一致.例如,质点作直线运动时,如果速率是增加的,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 同向;如果速率是减慢的,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 反向.因此,在直线运动中,加速度和速度同在一直线上,可以有同向或反向两种情况.质点作曲线运动时,显然,加速度总是指向曲线凹的一边,如图1-5所示.如果速率是加快的,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成锐角;如果速率是减小的,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成钝角;如果速率不变,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成直角.

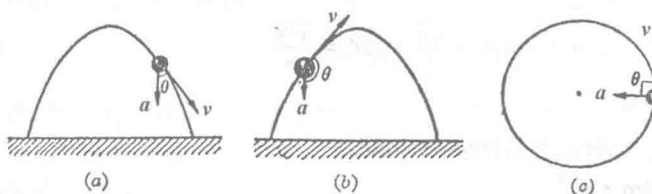


图1-5

加速度的单位由速度和时间的单位决定,在SI中,加速度的单位为米·秒⁻²($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$).

2. 加速度在直角坐标系中的表示式

将(1.10)式对时间求导数,可得加速度在直角坐标系中的分量形式

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a} &= a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} \\ a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{aligned} \quad (1.14)$$

即加速度在直角坐标系中的分量等于位置坐标对时间的二阶导数.加速度的大小和方向余弦由下式给出,

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\cos \alpha_a = \frac{a_x}{a}, \cos \beta_a = \frac{a_y}{a}, \cos \gamma_a = \frac{a_z}{a}$$

由以上讨论可知,已知质点的运动方程,可求出任意时间间隔的位移、任意时刻的速度和加速度.也就是说,可了解质点全部运动状况.因此,运动学方程是运动学的核心.然而,速度、加速度也是极重要的概念.这是因为,在许多问题中,直接关心的是速度或加速度;并且,在一定条件下,也可由速度和加速度求出质点的运动方程.

例3 求沿 x 轴作匀变速运动(a =常矢量)的质点的运动方程.已知初始条件为: $t=t_0$ 时, $x=x_0, v=v_{0x}$.

解 因质点沿 x 轴作匀变速运动,

所以

$$a = a_x \hat{i} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} = \text{常矢量}$$

故 $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \text{常数}$

所以,有

$$\int_{v_{0x}}^{v_x} dv_x = \int_{t_0}^t a_x dt$$

即

$$v_x - v_{0x} = a_x(t - t_0) \text{ 或 } v_x = v_{0x} + a_x(t - t_0) \quad (1.15)$$

又因

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

所以,有

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^x dx &= \int_{t_0}^t a_x dt \\ &= \int_{t_0}^t [v_{0x} + a_x(t - t_0)] dt \end{aligned}$$

即质点的运动方程为

$$x - x_0 = v_{0x}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_x(t - t_0)^2$$

或

$$x = x_0 + v_{0x}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_x(t - t_0)^2 \quad (1.16)$$

由(1.15)式和(1.16)式消去 t ,可得

$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x(x - x_0) \quad (1.17)$$

例4 如图1-6所示,已知物体(质点)由地面射出,其射出时相对于地面的速度为 v_0 ,射角为 α ,若不计空气阻力和风力的影响,试求:

(1)物体在任一时刻的速度和位置;

(2)物体的运动轨迹.

解 建立直角坐标系 Oxy ,坐标原点在投射处, y 轴铅直向上, x 轴在 y 轴和抛射速度 v_0 决定的平面内.物体在此平面垂直的方向上,既无初速度又无加速度,故沿此方向速度分量总为零,即抛体运动为平面运动.

(1)被抛射物体的加速度为重力加速度,故

$$a = a_x(t)\hat{i} + a_y(t)\hat{j} = -g\hat{j}$$

即

$$a_x = 0, a_y = -g$$

选择抛射时为计时起点,则速度初始条件为

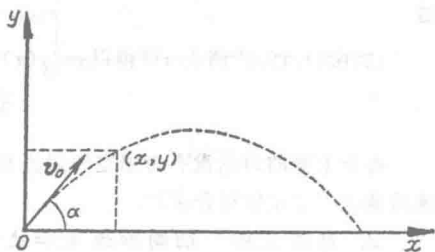


图1-6