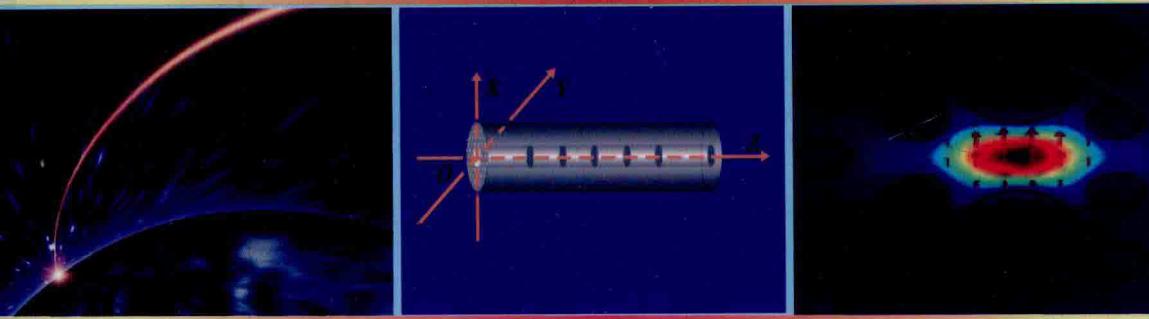




微结构光纤光栅特性、 制备工艺与传感应用研究

毕卫红 齐跃峰 江鹏 著
付广伟 付兴虎 郭璇



科学出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

微结构光纤光栅特性、制备工艺 与传感应用研究

毕卫红 齐跃峰 江 鹏 著
付广伟 付兴虎 郭 璇

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书从微结构光纤及其光栅的概念出发，较全面地论述了微结构光纤光栅的理论及技术，主要包括微结构光纤光栅的理论与特性、微结构光纤光栅的制备工艺及方法、微结构光纤光栅在传感中的应用等。

本书适合从事微结构光纤光栅理论研究和工程实践的科研人员阅读，也可供电子科学与技术、仪器科学与技术、光学工程等专业的研究生参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

微结构光纤光栅特性、制备工艺与传感应用研究 / 毕卫红等著。
—北京：科学出版社，2016
ISBN 978-7-03-048915-9

I . ①微… II . ①毕… III . ①光纤光栅—研究 IV . ①TN25

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 136480 号

责任编辑：陈 静 / 责任校对：桂伟利

责任印制：张 倩 / 封面设计：迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮 政 编 码：100717

<http://www.sciencep.com>

文 林 印 务 有 限 公 司 印 刷

科 学 出 版 社 发 行 各 地 新 华 书 店 经 销

*

2016 年 6 月第 一 版 开 本：720×1 000 1/16

2016 年 6 月第一次印刷 印 张：9 3/4 插 页：4

字 数：196 000

定 价：60.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

光纤光栅作为一种重要的光学器件，在光通信和光传感领域有着广泛的应用。近年来，微结构光纤（MOF）的出现和迅猛发展，为光纤光栅技术的发展提供了新的平台。MOF 灵活的结构不仅为光纤光栅带来了新颖的光学特性，同时也给光纤光栅的研究、制备与应用提出了新的挑战。鉴于此，本书作者与课题组于 2007 年开始进行了系统深入的研究，取得了一系列研究成果。汇总科研成果，形成了本书主体内容。

本书阐述了 MOF 光栅的成栅机理和模式耦合理论，对全内反射型 MOF 和带隙型 MOF 光栅的模式特性、光谱特性和传感应用做了详细的分析，摸索出利用紫外激光和 CO₂ 激光在 MOF 中制作光纤光栅的工艺。

全书共 8 章，分 3 个部分。第 1 部分为 MOF 光栅理论与特性研究，包括 1~5 章。其中，第 1 章为绪论，介绍 MOF 和 MOF 光栅的概念、特性及发展；第 2 章介绍了分析 MOF 所用的理论和方法，阐述了 MOF 光栅的模式耦合理论；第 3 章从两种常见结构的全内反射型 MOF 出发，对折射率调制成栅的特性进行理论仿真，研究了光纤的传输模式和光栅的光谱特性；第 4 章对全内反射型 MOF 结构性改变成栅的特性进行理论仿真，详细分析了光纤结构、光栅参数和塌缩程度对光栅传输谱特性的影响；第 5 章理论研究空芯带隙型 MOF 的带隙特性和光栅光谱特性。第 2 部分为第 6 章，主要介绍了紫外曝光法和 CO₂ 激光脉冲法下 MOF 光栅的成栅机理和制备工艺。第 3 部分为 MOF 光栅传感应用研究，包括 7~8 章。其中，第 7 章为高双折射 MOF 光栅与光栅结构的传感研究，第 8 章为柚子型 MOF 光栅传感研究。

本书是国内首部关于 MOF 光栅相关研究的专著，既可作为电子科学与技术、仪器科学与技术、光学工程等专业的研究生进行相关研究的参考书，还可以作为相关领域研究开发人员的工具书。本书的出版对于器件的制备、特性表征及其在传感应用等领域的进一步研究和人才的培养具有重要意义。

由于 MOF 光栅及其相关技术正在蓬勃发展之中，加之篇幅所限，本书一定会有遗漏和不足之处，甚至不妥之处亦在所难免。诚恳希望专家、同仁和广大读者批评指正。

作　　者

2016 年 5 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 光纤及微结构光纤	1
1.1.1 光纤概述	1
1.1.2 微结构光纤概述	2
1.2 微结构光纤光栅	4
1.2.1 光纤光栅的概述	4
1.2.2 微结构光纤光栅的研究	5
第 2 章 MOF 光栅理论分析方法	8
2.1 MOF 理论分析方法	8
2.1.1 等效折射率法	8
2.1.2 平面波法	9
2.1.3 有限差分法	10
2.1.4 有限元法	11
2.2 MOF 光栅分析方法	11
2.2.1 耦合模理论	11
2.2.2 局域耦合模理论	15
2.2.3 耦合模理论的求解	17
2.2.4 MOF 光栅的数值计算步骤	18
第 3 章 折射率调制全内反射型 MOF 光栅传输特性	19
3.1 柚子型 MOF 光栅传输特性	19
3.1.1 柚子型 MOF 结构特点及模式特性	19
3.1.2 柚子型 MOF 布拉格光栅传输特性	21
3.1.3 柚子型 MOF 长周期光栅传输特性	24
3.2 圆孔 MOF 光栅传输特性	35
3.2.1 圆孔 MOF 结构特点及模式特性	35
3.2.2 圆孔 MOF 布拉格光栅传输特性	36

第 4 章 结构性调制全内反射型 MOF 光栅传输特性	41
4.1 大圆空气孔包层的 MOF 光栅传输特性	41
4.2 小圆空气孔包层的 MOF 光栅传输特性	46
4.2.1 小圆空气孔 MOF 光栅传输谱计算	46
4.2.2 MOF 结构参数对传输特性的影响	50
4.2.3 光栅参数对 MOF 光栅传输谱特性的影响	52
4.2.4 塌缩参数对传输谱特性的影响	53
第 5 章 空芯光子带隙型 MOF 光栅理论分析	57
5.1 密集六边形空芯光子带隙型 MOF 特性分析	57
5.2 密集六边形空芯光子带隙型 MOF 数值分析	61
第 6 章 MOF 光栅成栅机理与制备工艺研究	66
6.1 MOF 光栅成栅机理	66
6.1.1 紫外曝光法成栅机理	66
6.1.2 CO ₂ 激光脉冲法成栅机理	70
6.2 紫外激光制备 MOF 光栅研究	76
6.2.1 微结构光纤与单模光纤的熔接	76
6.2.2 MOF 载氢增敏	78
6.2.3 紫外激光光栅制备系统	81
6.2.4 MOF 光栅制备实验	82
6.3 CO ₂ 激光脉冲法制备 MOF 光栅研究	84
6.3.1 CO ₂ 激光脉冲光纤光栅制备系统	84
6.3.2 CO ₂ 激光脉冲 MOF 光栅的制备	86
6.3.3 光栅制备影响因素分析	89
第 7 章 高双折射型 MOF 光栅特性分析	93
7.1 高双折射型 MOF 布拉格光栅传感研究	93
7.1.1 模式特性	93
7.1.2 传输特性分析	97
7.1.3 传感特性分析	104
7.1.4 温度稳定性分析	109
7.2 高双折射型 MOF 光栅 F-P 腔传感特性研究	111
7.2.1 折射率传感研究	111
7.2.2 高双折射型 MOF 光栅 F-P 腔生物膜厚度传感特性	115
7.3 高双折射型 MOF 喙啾光栅传感研究	115

7.3.1 高双折射型 MOF 喇叭光栅折射率传感研究	115
7.3.2 高双折射型 MOF 喇叭光栅生物膜厚度传感研究	119
第 8 章 柚子型 MOF 光栅传感特性分析	121
8.1 柚子型 MOF 布拉格光栅传感特性分析	121
8.1.1 柚子型 MOF 布拉格光栅折射率传感特性分析	123
8.1.2 柚子型 MOF 布拉格光栅温度特性分析	125
8.1.3 柚子型 MOF 布拉格光栅生物膜厚度传感特性分析	126
8.2 柚子型 MOF 长周期光栅传感特性分析	128
8.2.1 柚子型 MOF 长周期光栅折射率传感特性分析	129
8.2.2 柚子型 MOF 长周期光栅温度特性分析	131
8.2.3 柚子型 MOF 长周期光栅生物膜厚度传感特性分析	132
8.3 柚子型 MOF 级联光栅传感特性分析	134
8.3.1 柚子型 MOF 级联长周期光栅的传感特性分析	134
8.3.2 柚子型 MOF 长周期与布拉格光栅级联结构的传感特性分析	136
附录 A 铋硅光纤的光敏性	145
附录 B 非铋硅光纤光敏性	146
参考文献	147
彩图	

第1章 絮 论

光纤是光导纤维的简写，是一种由玻璃或塑料制成的纤维，可作为光传导工具。微结构光纤（Microstructured Optical Fiber, MOF），是近十几年来出现的一种新型光纤，这种光纤结构与常规光纤有着显著区别，在沿光纤轴向方向有规律地分布着许多空气孔，改变空气孔的大小及排列方式，将会改变输出光的特性。它的出现给人们带来了许多意外的惊喜，具有更加广阔的开发前景。这种独特的新型光纤与光栅结合，更有望进一步研制出各种新颖的光电子器件，推动光电子器件光纤化、光纤波导器件进入一个崭新的发展阶段。本章将重点介绍微结构光纤、微结构光纤光栅的概念、特点及发展。

1.1 光纤及微结构光纤

1.1.1 光纤概述

光纤是圆柱形的介质波导，光纤的结构大致分为内部的纤芯和外部的包层，常规光纤通常应用全反射原理来传导光波，其包层的折射率必须小于纤芯的折射率。光波在常规光纤中传输方式如图 1-1 所示。

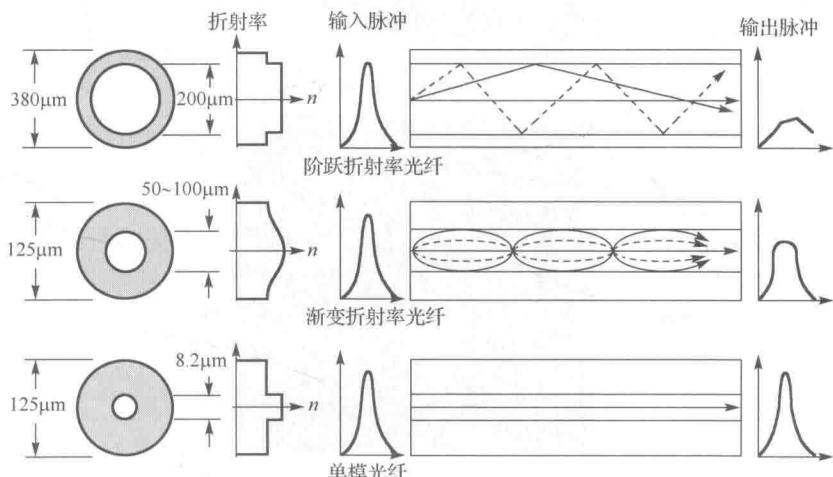
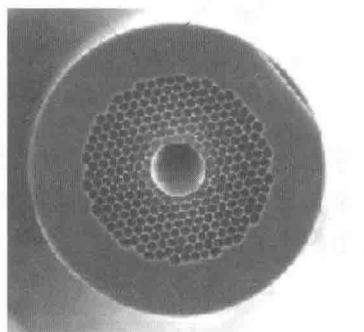


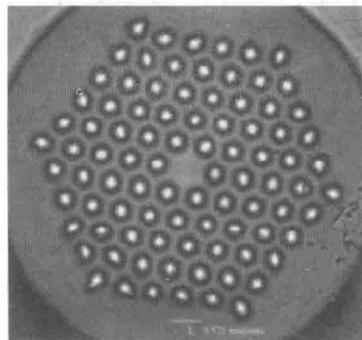
图 1-1 光波在常规光纤中传输方式

1.1.2 微结构光纤概述

微结构光纤的概念，最早是由 Russell 等在 1992 年提出的。相比于传统光纤，MOF 通常是由单一介质构成，其包层是由许多成周期性分布地具有波长量级的空气孔构成，纤芯是通过将中心缺少一个或多个空气孔而引入一个破坏了折射率调制周期性的缺陷。MOF 根据传输机理的不同可以分为两大类：一是光子带隙型微结构光纤（Photonic Bandgap MOF, PBG-MOF），如图 1-2 所示，纤芯缺陷是如空气等的低折射率材料，其传导光是利用光子带隙效应；二是全内反射型 MOF，如图 1-3 所示，纤芯缺陷是如石英、玻璃等的高折射率材料，其是利用全内反射机制来进行光的传导。两种类型 MOF 特性对比如表 1-1 所示。由于可以随意改变 MOF 包层空气孔的尺寸和排列，所以与传统光纤相比，MOF 无论在设计还是在制备上都具有更大的灵活性。1996 年，Knight 等^[1]首次报道了所拉制的实芯光子晶体光纤，并对光纤的近场和远场特性进行了测试，证明了拉制的光子晶体光纤具有导光特性。1998 年，Knight 等^[2]成功制备出了光子带隙型 MOF，证实了光纤中的光子带隙导波效应。1999 年，Cregan 等^[3]首次对“空气芯单模光子带隙光纤”进行了报道。



(a) 纤芯为大空气孔，包层孔为小空气



(b) 包层孔为高折射率固体

图 1-2 光子带隙型 MOF

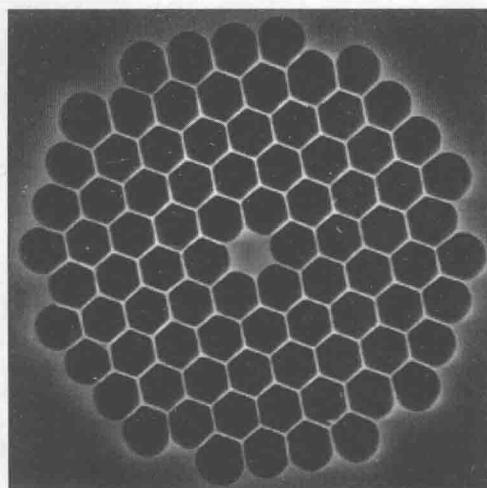


图 1-3 全内反射型 MOF

表 1-1 不同类型 MOF 特性比较

项目 \ 类型	全内反射型	空芯带隙型	全固带隙型
制作工艺	相对难	相对难	相对简单
材料选择	石英及掺杂石英	石英	可填充的介电材料有多种，可根据需要而定
光学特性	高非线性、可控色散、高双折射性等	可控色散、高双折射性等	高非线性、更好的半导体特性等
热学特性	热阻大、散热性差，不利于长时间高功率条件下运转	热阻大、散热性差，不利于长时间高功率条件下运转	热阻小、热稳定性强
熔接性与耦合性	与普通光纤熔接困难，耦合困难	与普通光纤熔接困难，耦合困难	与普通光纤熔接容易，耦合简单
损耗	相对小	相对小	相对大
典型应用	超连续谱光源	痕量物质探测器	光纤激光器

MOF 的特性主要由包层空气孔排布方式、空气孔形状、空气孔尺寸和相邻两个空气孔孔之间的距离等参数决定，其使 MOF 具有许多独特而新颖的特性，如无截止单模特性、可控的色散特性、可设计的高非线性特性、高双折射特性以及带隙特性等，这些特性是传统光纤很难或者无法实现的，因此 MOF 引起了国内外研究人员的极大兴趣，使其进行了大量与之相关的理论与实验研究^[4]，一些典型的微结构光纤截面如图 1-4 所示。

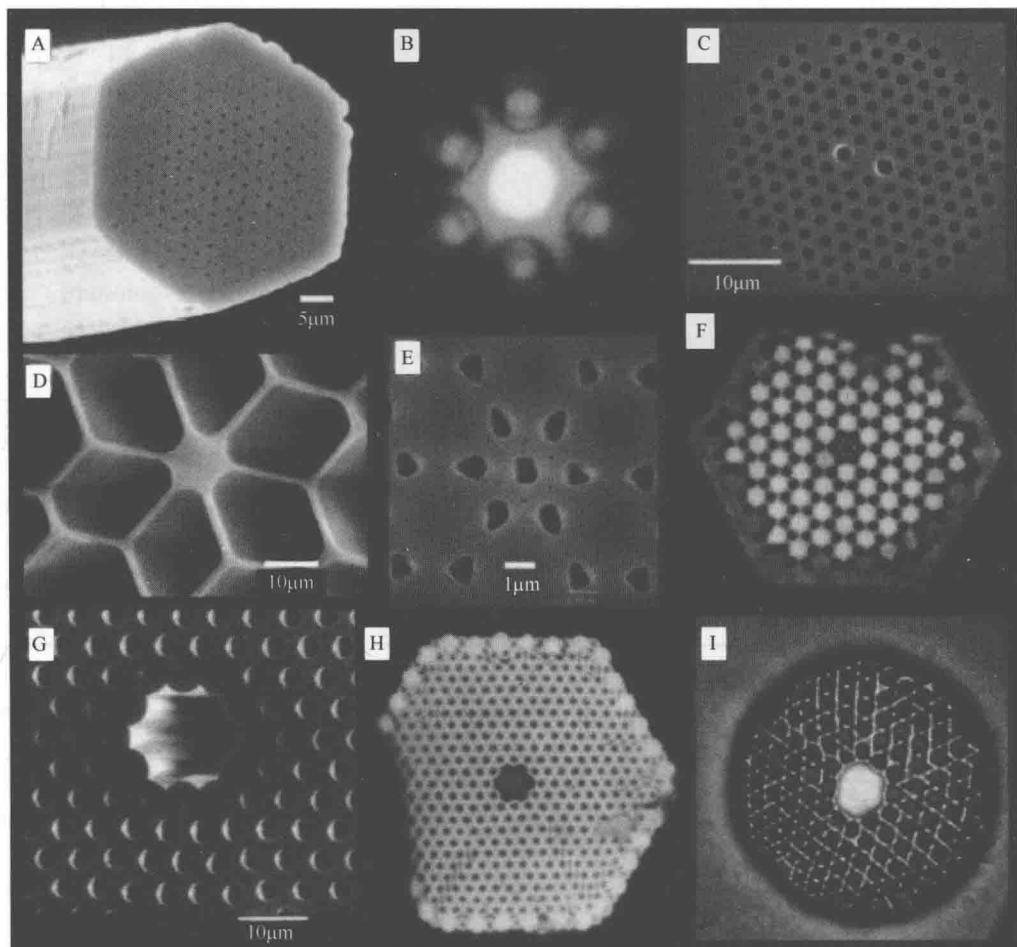


图 1-4 微结构光纤端面

A,B 为无截止单模光纤; C 为高双折射光纤; D 为零色散光纤@560nm; E,F 为带隙型光纤; G,H,I 为空芯光纤

1.2 微结构光纤光栅

1.2.1 光纤光栅的概述

光纤光栅是 20 世纪才出现的无源光学器件，光纤光栅制备是通过外界微扰，在纤芯内产生沿纤芯轴向的折射率周期性变化，从而形成永久性空间的相位光栅。光纤光栅的出现为光发送、光放大、解复用、光纤色散补偿等提供了新的光学实现方式，使全光通信网络的组建成为可能。基于光纤光栅的传感网络在电力、石油化工、航空航天、核能工业等众多行业工程中有着巨大的应用前景。探索新型

光纤光栅，提升光纤光栅器件性能，拓展光纤光栅的进一步应用一直是国内外的研究热点。

1) 光纤光栅的特点

光纤光栅具有体积小、波长选择性好、不受非线性效应影响、极化不敏感、易于与光纤系统连接、便于使用和维护、带宽范围大、附加损耗小、器件微型化、耦合性好、可与其他光纤器件融成一体等特性，而且光纤光栅制作工艺比较成熟，易于形成规模生产，成本低，因此它具有良好的实用性，其优越性是其他许多器件无法替代的。这使得光纤光栅以及基于光纤光栅的器件成为全光网中理想的关键器件。

2) 光纤光栅主要分类

随着光纤光栅应用范围的日益扩大，光纤光栅的种类也日趋增多。根据折射率沿光栅轴向分布的形式，可将紫外写入的光纤光栅分为均匀光纤光栅和非均匀光纤光栅。其中均匀光纤光栅是指纤芯折射率变化幅度和折射率变化的周期（也称光纤光栅的周期）均沿光纤轴向保持不变的光纤光栅，如均匀布拉格光栅（折射率变化的周期一般为 $0.1\mu\text{m}$ 量级）和均匀长周期光栅（折射率变化的周期一般为 $100\mu\text{m}$ 量级）；非均匀光纤光栅是指纤芯折射率变化幅度或折射率变化的周期沿光纤轴向变化的光纤光栅，如光纤啁啾光纤光栅（其周期一般与光纤布拉格光栅周期处同一量级）、切趾光纤光栅、相移光纤光栅和取样光纤光栅等。

3) 光纤光栅应用

光纤光栅是一种全光纤无源器件，它在光纤通信、光纤传感、光学处理等方面均有重要应用，利用光纤光栅可以制备：光纤激光器、光纤放大器、增益均衡器、色散补偿器及光纤光栅传感器；光纤光栅的用途并不仅仅限于以上列举的，光纤光栅还可作为双向波分复用（Wavelength Division Multiplexing, WDM）传输系统中的隔离滤波器、掺铒光纤激光器的反射镜、波长转换器中的隔离滤波器和在光学码分多址（Code Division Multiple Access, CDMA）技术中作为编码器与解码器。利用光纤光栅的非线性可产生光孤子，采用啁啾光栅可以实现飞秒脉冲的放大，光纤长周期光栅可作为模式转换器及光开关，特别值得一提的是光纤光栅还渗透到了微波领域，例如，可作为良好的时延控制元件在相控阵天线中发挥重要作用。总而言之，光纤光栅为新型、高效、多功能并便于集成的全光纤器件的发展开拓了一个全新的领域，在未来的光电子、光纤通信、光纤传感等领域有着无限广阔的市场前景。

1.2.2 微结构光纤光栅的研究

由于 MOF 具备的灵活的空间结构、独特的导光机理以及奇异的传输特性，从它出现开始，就吸引着人们不断研究扩展它新的应用领域。

在 MOF 问世之初，人们就尝试在 MOF 中写入光栅，从而制作 MOF 光栅。研究发现，基于 MOF 的光栅，和常规光纤光栅相比，在某些方面具有更加优良的特性：①二维或多维空间结构，提供了更大的设计自由度（如可做成单芯或多芯，空气孔还可加入介质提高对被测参量的敏感性）；②波长调谐范围宽（可达 100nm 以上）；③低阶包层模不受外界折射率变化影响；④大的模场面积，可承载更大的光功率，这一点在大功率光纤激光器方面尤为重要；⑤可进行多参量多功能感测，如流体的流速矢量监测等^[5]。

由于具有这些优良特性，MOF 光栅在光纤通信、光纤传感和光信息处理等很多领域都具有广阔的潜在应用价值，例如，MOF 光栅可用作超宽色散补偿、超短脉冲激光器、高功率激光器、光纤滤波器，以及稳定性更好、调谐范围更宽的 MOF 光栅传感器等。

1) MOF 光栅国外研究现状

MOF 光栅问世的时间虽然不长，但是发展非常迅速，许多国家光电子领域的科研工作者都投入大量的精力在进行这一研究。

在 MOF 光栅制备技术的研究方面，最早是由贝尔实验室的 Eggleton 等在 1999 年第一次报道了在掺锗光敏纤芯 MOF 中成功地写入光纤布拉格光栅（Fiber Bragg Grating, FBG）和长周期光栅（Long Period Grating, LPG）。他们采用的方法为紫外曝光法，具体如下：首先对纤芯半径 $\rho = 1\mu\text{m}$ 、孔径 $d = 2\mu\text{m}$ 、孔间距 $A = 10\mu\text{m}$ ，包层空气孔呈六边形排列的掺锗 MOF 进行载氢处理，然后采用相位掩模法，在波长为 242nm 的紫外脉冲照射下写制 MOF 光栅。用此方法获得的 MOF 光栅具有很好的频率特性，实验测试其反射谱，在波长为 $\lambda = 1552.29\text{nm}$ 处具有小于 1nm 的谐振带宽，而谐振峰深度却达 30dB 以上。此后紫外曝光法在 MOF 光栅的制备方面得到了广泛的应用。

其后，在 2003 年，澳大利亚悉尼大学光纤技术中心 Groothoff 等采用双光子吸收法在无掺杂的 MOF 中写入布拉格光栅。双光子吸收法是利用双光子吸收机理（波长为 193nm 的紫外光的双光子能量 $2 \times 6.4\text{eV}$ 大于纯 SiO_2 的带隙宽度 $10\sim12\text{eV}$ ，双光子吸收将使 SiO_2 分子中的电子从价带电离到导带，从而改变石英玻璃的极化率和折射率）在纯 SiO_2 纤芯上周期性地引入折射率变化从而形成光栅。这种方法的优点是可在不掺杂的 MOF 上写入光栅，而且具有良好的温度稳定性。

同样是在 2003 年，南洋理工大学的 Zhu 等首次在无掺杂 MOF 上，利用 CO_2 激光器采用热激成栅法写制出长周期微结构光栅（Long Period Photonic Crystal Grating, LPPCG）。热激成栅法是利用 CO_2 激光器或电弧作为热激源，使 MOF 的包层气孔受热塌缩，产生周期性结构改变而获得 MOF 光栅。这种方法写制的 MOF 光栅具有逐点热激、周期可调、灵活性高等优点。由于这种方法获得的光栅是纯结构性的微扰，除了具有对外界折射率不敏感的特性外，还具有对温度不敏感的

特性，自然也就消除了温度/应力交叉效应，克服了紫外曝光法写制的光栅性质不稳定的缺点，而它对写制环境的要求不如双光子吸收法高，工艺相对简单。另外，热激成栅法是在包层中写入光栅，纤芯不用掺杂，不但可以简化生产工艺降低成本，而且从根本上改变了紫外曝光法形成光栅性能随时间衰退的缺点。但受步进装置精度和激光光斑大小的限制，Zhu 等采用此法只获得了长周期光栅而未能获得光纤布拉格光栅。因此，一些学者提出了新的 MOF 光栅写制方法。

2004 年，韩国的 Lim 等提出了利用机械压力在 MOF 上写制 LPG 的方法，该压カ装置由一个平板面和一个凹槽面组成，MOF 夹在两个面间，利用弹光效应，在受压点获得微小的折射率的改变而写入光栅。旋转底座还可改变 MOF 与凹槽间的角度，从而使 LPG 获得不同的光栅周期，进而获得不同的谐振波长；改变施加在凹槽的压力大小，则可改变 LPG 的耦合强度。他们写制的 LPG 的光栅周期约为 600nm，光栅长度 2cm，中心波长在 1550nm 附近的透射峰深度最大可达 15dB 以上。

2) MOF 光栅国内研究现状

近几年，国内在 MOF 光栅的研究方面也取得了较大进展。2003 年，南开大学现代光学研究所董孝义和开桂云老师首先利用相位掩模的紫外曝光法在掺锗 MOF 上写制出 FBG，并对 FBG 的应变和传感性能进行了一系列研究。与此同时，中国科学院上海光学精密机械研究所的瞿荣辉、方祖捷等也在进行 MOF 光栅的有关研究。饶云江^[6]和 Humbert^[7]分别在 2001 年和 2003 年提出通过 CO₂ 激光热激和电弧放电的方法写入长周期光栅，并用这两种方法在非掺锗 MOF 上制备长周期光栅，且周期灵活可调、制备成本低。

2007 年，靳伟等人报道了在微结构上制备光纤及在传感中的应用；2013 年该课题组利用施加应力方法在折射率引导型 MOF 上制备光栅。

与此同时，北京交通大学、中国科学院西安光学精密机械研究所、上海交通大学、天津大学等一批高校和研究所都在积极开展 MOF 光栅传输特性及应用方面的研究。

燕山大学特种光纤与光纤传感河北省重点实验室在 MOF 的制备与应用方面积累了丰富的经验，目前也在积极开展 MOF 光栅理论和制备工艺方面的研究，近年来得到了国家自然科学基金、863、973 等多项科研资助。2009 年，课题组与天津大学合作，成功申请到 973 项目“新型光子晶体光纤传感器的基础研究”(2010CB327801)，系统地研究了不同传导机制光纤、不同成栅机理光栅的耦合理论模型；较全面地分析了光纤结构、光栅参数、塌缩程度等对光栅成栅与光谱特性的影响；研究了不同种类 MOF 光栅的传感特性，并对其应用进行了论述；摸索出 MOF 光栅制备的工艺方法。这对 MOF 光栅的制备和应用研究方面起到极大的推动作用。

本书是将 5 年的研究成果汇编于此，为后来者提供系统的参考资料。

第2章 MOF光栅理论分析方法

2.1 MOF理论分析方法

MOF包层分布着很多波长量级的空气孔，这些空气孔的大小、间距及排列方式变化多样，导致波动方程的边界条件非常复杂，使MOF不能像阶跃光纤一样求出各场分量的解析解。因此，对MOF的分析需要借助于数值方法。主要的分析方法有等效折射率法、平面波法、有限差分法、有限元法等。

2.1.1 等效折射率法

等效折射率法是由Birks T A等最早提出的一种分析MOF的简单方法。该方法是在MOF的横截面内把纤芯区和包层区等效为不同折射率的材料，从而将光子晶体光纤的复杂结构简化为阶跃型光纤，通过传统光纤的模式理论对光子晶体光纤进行分析。

通常MOF的包层含有周期排列的空气孔，设其等效的阶跃光纤包层折射率为 n_{eff} 。求解基空间填充模的等效折射率 n_{eff} ，是建立等效模型的关键。要计算 n_{eff} ，首先要得到基空间填充模的传播常数 β_{FSM} 。传播常数 β_{FSM} 与 n_{eff} 的关系为

$$n_{\text{eff}} = \beta_{\text{FSM}} / k_0 \quad (2-1)$$

式中， k_0 为自由空间的波矢量。

将MOF包层中的六角形单元等效为圆形单元如图2-1所示，等效后的圆形单元半径计算公式可以通过面积换算。

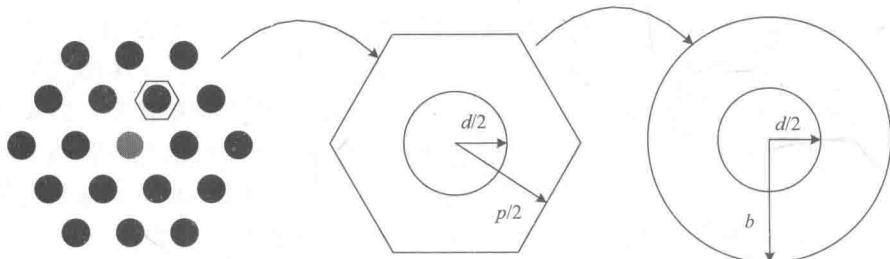


图2-1 包层区的单元与近似单元

在周期性单元胞中，采用标量近似理论，可将变量场写为 $\phi e^{i(\omega t - \beta z + m\theta)}$ 的形式。在空气孔中，标量波动贝塞尔方程为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \left(\beta^2 - k_0^2 n_0^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) \phi = 0 \quad (2-2)$$

式中， n_0 为空气折射率； k_0 为自由空间的波矢量； β 为传播常数； m 为 MOF 传输模式阶数。

在空气孔外，标量波动贝塞尔方程为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \left(k_0^2 n_1^2 - \beta^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) \phi = 0 \quad (2-3)$$

式中， n_1 为衬底介质折射率。

根据标量场在空气孔与衬底介质交界处及单元外边界处的边界条件，结合式 (2-2) 和式 (2-3)，利用贝塞尔函数的递推公式，可得基模传输时的特征方程：

$$\frac{W I_1(W)}{U I_0(W)} = \frac{J_1(U) N_1\left(\frac{b}{a} U\right) - J_0\left(\frac{b}{a} U\right) N_1(U)}{J_1\left(\frac{b}{a} U\right) N_0(U) - J_0(U) N_1\left(\frac{b}{a} U\right)} \quad (2-4)$$

式中， W 、 U 为归一化横向模式参数， $W^2 = a^2(\beta^2 - k_0^2 n_0^2)^2$ 、 $U^2 = a^2(k_0^2 n_1^2 - \beta^2)^2$ ； a 为空气孔半径； b 为等效变换后外圆的半径； J 、 I 、 N 分别代表了贝塞尔函数、第一类变形贝塞尔函数和诺依曼函数。

对式 (2-4) 进行求解，得到的第一个数值解就是基空间填充模的传播常数 β_{FSM} 。接着通过关系式 (2-1)，由基空间填充模的传播常数就可以求出基空间填充模的等效折射率 n_{eff} 。最后就可以将结构复杂的光子晶体光纤等效为普通的阶跃光纤进行分析。

2.1.2 平面波法

平面波法适用于解决周期性结构问题，可以用来计算光子带隙的位置和宽度以及 MOF 的结构缺陷。该方法利用麦克斯韦 (Maxell) 方程得到磁场的全矢量方程。麦克斯韦方程为

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon(r)} \nabla \times H_K \right] = -\frac{\omega^2}{c^2} H_K \quad (2-5)$$

式中， $\varepsilon(r)$ 为介电常数，其大小与所处位置有关； H_K 为模式传播矢量为 K 时的磁场； ω 为角速度； c 为光速。

在 MOF 中 $\varepsilon(r)$ 具有周期性分布，因此根据布洛赫定理，磁场可以表示为平面波的叠加，即

$$H_K = \sum_G h_{K-G} \exp[-i(K-G) \cdot r] \quad (2-6)$$

式中, G 为倒格子空间的晶格矢量。

同时介电常数可用傅里叶级数展开为

$$\frac{1}{\epsilon(r)} = \sum_G V_G \exp(iG \cdot r) \quad (2-7)$$

$$V_G = \frac{1}{A_u} \int \frac{1}{\epsilon(r)} \exp(-iG \cdot r) dr \quad (2-8)$$

式中, A_u 为表征单包面积的量。

将式 (2-6) ~ 式 (2-8) 代入磁场的全矢量方程中就可以得到本征方程, 这样亥姆霍兹方程就变为标准的本征值问题, 利用数值方法就可以对该方程进行求解, 从而得到光子晶体光纤中模式的传播常数及各个场分量的值。

2.1.3 有限差分法

有限差分法主要用来分析结构复杂的 MOF, 适用于研究 MOF 的模式、色散和非线性等问题, 包括时域有限差分和频域有限差分法。

时域有限差分法通过将麦克斯韦旋度方程转化为有限差分式直接在时域迭代求解, 是比较常用的一种方法。采用 Yee 网格方法将求解区进行离散域划分成细小网格, 如图 2-2 所示。在相互交织的网格空间中交替计算电场和磁场, 结合各场强初始值和边界条件, 就可得到方程的数值。该方法计算精度高, 能够得到电磁场的时域解。

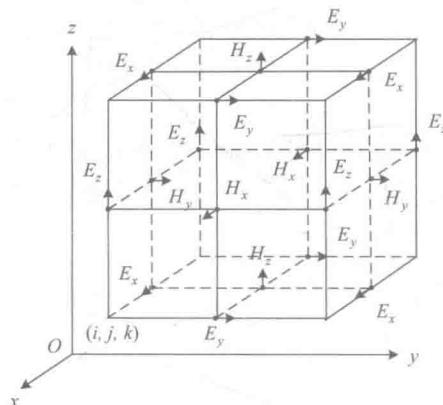


图 2-2 Yee 网格

频域有限差分法将麦克斯韦方程组转化为矩阵形式的特征方程, 通过求解特征